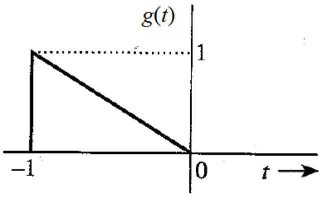
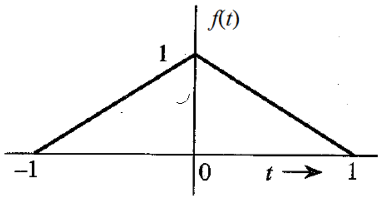
2.º TESTE – 2/2014

Duração do teste: 20 minutos

Questão 1

A Transformada de Fourier do sinal $g(t)$ abaixo é dada por $G(\boldsymbol{f}) = \frac{\mathbf{1}}{(2\pi f)^2}(\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j2\pi f}} - \boldsymbol{j2\pi f e^{j2\pi f}} - \mathbf{1})$. A partir desta informação e usando as propriedades a seguir, prove que a Transformada de Fourier do sinal $f(t)$ abaixo é $F(\boldsymbol{f}) = \mathbf{sinc^2}(\boldsymbol{\pi f})$.





$$f(t) = g(t-1) + g(-1-t)$$

$$F(f) = e^{-j2\pi f}G(f) + e^{j2\pi f}G(-f) = \frac{1}{(2\pi f)^2}\left(1 - j2\pi f - e^{-j2\pi f} + 1 + j2\pi f - e^{j2\pi f}\right)$$

$$= \frac{1}{(2\pi f)^2}(2 - 2\cos(2\pi f)) = \frac{4\sin^2(\pi f)}{4\pi^2 f^2} = \mathrm{sinc}^2(\pi f)$$

Operações de Transformada de Fourier

$$g(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} G(f)$$

$$g_1(t) + g_2(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} G_1(f) + G_2(f)$$

$$g(at) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{|a|}G\left(\frac{f}{a}\right)$$

$$g(t-\tau) \overset{F}{\Leftrightarrow} G(f)e^{-j2\pi f\tau}$$

Identidades Trigonométricas

$$\cos(x) = \frac{1}{2}(e^{jx} + e^{-jx})$$

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}[1 - \cos(x)]$$

$$\mathrm{sinc}^2(x) = \frac{\sin^2(x)}{x^2}$$