

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Prova 3 – 2015/1 (02/07/2015)

Aluno: _____

Matrícula: _____

Instruções

- ⑩ A prova consiste de três questões discursivas
- ⑩ A prova pode ser feita a lápis ou caneta
- ⑩ Não é permitida consulta a notas de aula, todas as fórmulas necessárias são fornecidas no final da prova.
- ⑩ Toda resposta deverá está contida nas folhas da prova. Folhas adicionais serão fornecidas caso necessário, e, caso entregues, devem conter o nome e matrícula do aluno.
- ⑩ Calculadoras podem ser utilizadas, mas todas as contas e respostas devem ser justificadas

Questão	Nota
Q1	
Q2	
Q3	
Total	

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Questão 1 (5 pontos)

Um sistema de transmissão digital é utilizado para enviar um sinal de vídeo HD, em que são gerados 50 quadros/segundo, e cada quadro contém pixels alinhados em 1920 colunas e 1080 linhas. Cada pixel é codificado em três cores diferentes, com 20 bits/pixel/cor. Multiplexado à imagem, é enviado um sinal de áudio digital “surround” com 4 canais de alta qualidade, com largura de banda de 20kHz cada, amostrados a uma taxa 20% maior que a taxa de amostragem de Nyquist, e codificados com 16 bits/amostra com quantização uniforme.

i) Qual a taxa de transmissão do sinal de áudio? E do sinal de vídeo?

Sinal de áudio

$$R_{b, \text{audio}} = 4 \text{ canais} \times 2(20k)1,2 \frac{\text{amostras}}{s} \times 16 \frac{\text{bits}}{\text{amostra}} = 3,072 \text{Mbps}$$

Sinal de vídeo

$$\begin{aligned} R_{b, \text{video}} &= 50 \frac{\text{quadros}}{s} \times (1920 \times 1080) \frac{\text{pixels}}{\text{quadro}} \times 3 \frac{\text{cores}}{\text{pixel}} \times 20 \frac{\text{bits}}{\text{cor}} \\ &= 6,2208 \text{Gbps} \end{aligned}$$

ii) Supondo que a informação seja enviada em pacotes de 10ms de duração, que em cada pacote seja adicionado um cabeçalho de 50 bytes, e que o fluxo de informação seja codificado com um código corretor de erros com uma taxa de $R=2/3$ (ou seja, é adicionada redundância), qual a taxa de transmissão agregada necessária?

A taxa de bits total é $R_b = R_{\text{video}} + R_{\text{audio}} = 6,223872 \text{Gbps}$

Em 10ms são enviados $N_{\text{bits}} = R_b(10\text{ms}) + 50 \times 8 = 62.239.040 \text{ bits}$

Incluindo o código corretor de erro são $N_{\text{bits, total}} = \frac{3}{2} N_{\text{bits}} = 93.358.560 \text{ bits}$

A taxa agregada será portanto $R_{\text{total}} = \frac{N_{\text{bits, total}}}{10\text{ms}} = 9,335856 \text{Gbps}$

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

- iii) Qual a razão sinal-ruído de quantização (em dB) do sinal de áudio e do sinal de vídeo? E se precisássemos reduzir em ao menos 20% a taxa de transmissão sem mudar a taxa de amostragem, o que aconteceria com a RSR? Considere $\frac{P_m}{m_p^2} = \frac{1}{3}$ para vídeo e $\frac{P_m}{m_p^2} = \frac{1}{5}$ para áudio.

Áudio:

$$RSR_{q, \text{áudio}} = 3 \times 2^{2n} \frac{P_m}{m_p^2} = 3 \times 2^{32} \times \frac{1}{5} = 3 \times 2^{33} / 10$$

$$RSR_{q, \text{áudio}, \text{dB}} \cong 5 + 33 \times 3 - 10 = 94 \text{ dB}$$

Vídeo:

$$RSR_{q, \text{vídeo}} = 3 \times 2^{2n} \frac{P_m}{m_p^2} = 3 \times 2^{40} \times \frac{1}{3} = 2^{40}$$

$$RSR_{q, \text{vídeo}, \text{dB}} \cong 40 \times 3 = 120 \text{ dB}$$

Para reduzir a taxa de transmissão em 20% sem mudar a taxa de amostragem temos que reduzir o número de bits por amostra em ao menos 20%, ou seja, 4 bits ao menos para cada. Como cada bit representa 6 dB de RSR, ou seja,

$$RSR'_{q, \text{áudio}, \text{dB}} \cong 70 \text{ dB}$$

$$RSR'_{q, \text{vídeo}, \text{dB}} \cong 96 \text{ dB}$$

- iv) Suponha agora que tenhamos um transmissor que emprega modulação binária (BPSK), na qual é gerado um sinal polar em banda básica, e este é multiplicado por uma portadora (senoide) em alta frequência. Suponha ainda que dispomos de um canal com 6MHz de largura de banda, no qual são utilizados pulsos de Nyquist com fator de roll-off igual a 0,25. Qual é a taxa de compressão necessária para que a informação caiba no canal disponível?

Um sinal polar ocupa uma banda $B_{T, \text{polar}} = \frac{R_b}{2} (1 + \rho)$.

Ao ser multiplicado por uma senoide, a banda ocupada será $B_{BPSK} = R_b (1 + \rho)$.

Portanto a taxa possível é de $R_b = \frac{B_{BPSK}}{1 + \rho} = \frac{6M}{1,25} = 4,8 \text{ Mbps}$.

E a taxa de compressão será de $\frac{R_b}{R_{total}} = \frac{4,8M}{9,335856G} = \frac{1}{1945}$

- v) Repita o item (iv) supondo agora que é utilizado um esquema 64-QAM (no 64-QAM é gerado um sinal 8-PAM em fase, ou seja, multiplicado pelo cosseno da portadora, e um sinal 8-PAM em quadratura, ou seja, multiplicado pelo seno da portadora)

O que muda é que temos agora $\log_2 64 = 6$ bits/símbolo, portanto

$$B_{64-QAM} = \frac{R_b}{6} (1 + \rho) \Rightarrow R_b = 28,8 \text{ Mbps}$$

E a taxa de compressão será $\frac{R_b}{R_{total}} = \frac{28,8M}{9,335856G} = \frac{1}{324}$

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Questão 2 (2,5 pontos)

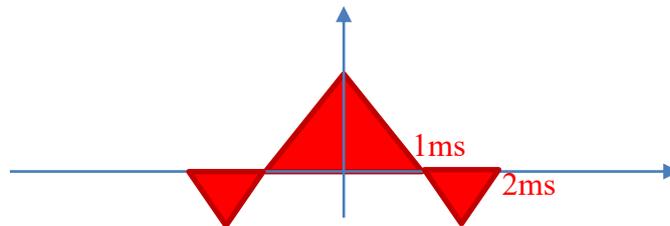
Suponha que seja usado para transmissão de um sistema digital o pulso

$$p(t) = \Delta\left(\frac{t}{2 \times 10^{-3}}\right) - \frac{1}{2}\Delta\left(\frac{t - 1,5 \times 10^{-3}}{10^{-3}}\right) - \frac{1}{2}\Delta\left(\frac{t + 1,5 \times 10^{-3}}{10^{-3}}\right)$$

Este pulso satisfaz o critério de Nyquist? Por quê e para qual a taxa de transmissão de bits, considerando sinalização binária?

No domínio do tempo, o critério de Nyquist é $p(t) = \begin{cases} 1 & , t = 0 \\ 0 & , t = kT_s, k \neq 0 \end{cases}$

Desenhando o pulso:



Ou seja, satisfaz o critério de Nyquist se $T_s = 1\text{ms} \Rightarrow R_b = \frac{1}{T_s} = 1\text{kbps}$

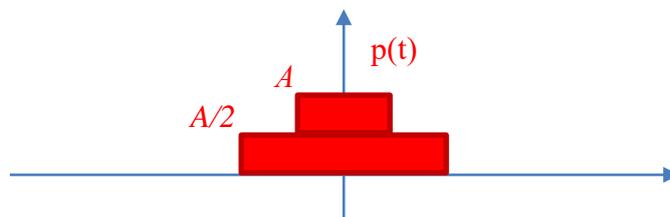
Questão 3 (2,5 pontos)

Um sinal digital é enviado com codificação polar utilizando pulsos

$$p(t) = \frac{A}{2} \text{rect}\left(\frac{t}{T_b}\right) + \frac{A}{2} \text{rect}\left(\frac{t}{T_b/2}\right)$$

Se o sinal for transmitido com sinalização polar, e quisermos uma probabilidade de erro de bit $BER \leq 10^{-4}$, qual a potência de transmissão (em dBW), supondo $\sigma^2 = 10^{-8}\text{W}$, e que o sinal foi atenuado 43dB entre o transmissor e o receptor?

O pulso pode ser desenhado como



E o sinal polar terá potência $P_{rx} = \frac{1}{2}\left(A^2 + \frac{A^2}{4}\right) = \frac{5A^2}{8}$

Queremos que $P_e = Q\left(\frac{A}{\sigma}\right) \leq 10^{-4}$, e, olhando na tabela,

$$\frac{A}{\sigma} = 3,8 \Rightarrow A^2 = (3,8)^2 \sigma^2 = 14,44 \times 10^{-8}$$

A potência recebida deverá ser então $P_{rx} = \frac{5A^2}{8} = 9,025 \times 10^{-8}\text{W} = -70,45\text{dBW}$

Considerando a atenuação, o sinal deve ser transmitido com potência de **-27,45dBW**

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Expressões Úteis

Razão sinal-ruído com quantização

$$RSR_{\text{uniforme}} = 3L^2 \frac{P_m}{m_p^2}$$
$$RSR_{\text{lei-A}} = 3L^2 \frac{1}{(\ln A)^2}$$

Densidade Espectral de Potência de Códigos de Linha

$$S_y(f) = \frac{|P(f)|^2}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{-j2\pi n f T_b} = \frac{|P(f)|^2}{T_b} (R_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos 2\pi n f T_b)$$
$$S_{y,\text{polar}}(f) = \frac{|P(f)|^2}{T_b}$$
$$S_{y,\text{on-off}}(f) = \frac{|P(f)|^2}{4T_b} \left[1 + \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta \left(f - \frac{n}{T_b} \right) \right]$$
$$S_{y,\text{bipolar}}(f) = \frac{|P(f)|^2}{T_b} \sin^2(\pi f T_b)$$

Probabilidade de erro de detecção

$P(\varepsilon) = Q\left(\frac{d}{2\sigma}\right)$, em que d é a distância entre os dois pulsos e σ^2 a variância (potência) do ruído

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Função Q

z	$Q(z)$	z	$Q(z)$
0.0	0.50000	2.0	0.02275
0.1	0.46017	2.1	0.01786
0.2	0.42074	2.2	0.01390
0.3	0.38209	2.3	0.01072
0.4	0.34458	2.4	0.00820
0.5	0.30854	2.5	0.00621
0.6	0.27425	2.6	0.00466
0.7	0.24196	2.7	0.00347
0.8	0.21186	2.8	0.00256
0.9	0.18406	2.9	0.00187
1.0	0.15866	3.0	0.00135
1.1	0.13567	3.1	0.00097
1.2	0.11507	3.2	0.00069
1.3	0.09680	3.3	0.00048
1.4	0.08076	3.4	0.00034
1.5	0.06681	3.5	0.00023
1.6	0.05480	3.6	0.00016
1.7	0.04457	3.7	0.00011
1.8	0.03593	3.8	0.00007
1.9	0.02872	3.9	0.00005