Princípios de Comunicações

Profs. André Noll Barreto

Prova 2 – 2015/2 (03/11/2015)

Aluno:____

Matrícula: ____

Instruções

- A prova consiste de quatro questões discursivas
- A prova terá a duração de 2h00
- A prova pode ser feita a lápis ou caneta
- Não é permitida consulta a notas de aula, todas as fórmulas necessárias são fornecidas no final da prova.
- Toda resposta deverá estar contida nas folhas da prova. Folhas de rascunho serão fornecidas, mas não devem ser entregues.
- Calculadoras podem ser utilizadas, mas todas as contas e respostas devem ser justificadas

Questão	**Nota**
Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Total	

Questão 1

Observamos que um sinal na saída de um integrador tem a densidade espectral de potência

$$S_y(f) = A\ \mathrm{rect}\left(\frac{f}{10.000}\right)$$

Qual a potência do sinal na entrada?

Conhecemos a relação entre a D.E.P. na saída e na entrada de um sistema linear:

$$S_y(f) = |H(f)|^2 S_x(f).$$

Sabemos ainda que, com um integrador,

$$Y(f) = \frac{X(f)}{j2\pi f} + \frac{X(0)\delta(f)}{2},$$

e, como vemos que não nenhum impulso na saída, podemos supor que $X(0) = 0$, e

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} = \frac{1}{j2\pi f}.$$

Portanto,

$$S_x(f) = \frac{S_y(f)}{|H(f)|^2} = 4\pi^2 f^2 A\ \mathrm{rect}\left(\frac{f}{10.000}\right),$$

e, a potência, do sinal de entrada será

$$P_x = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f)df = \int_{-5.000}^{5.000} 4A\pi^2 f^2 df = \frac{A}{3}\pi^2 \times 10^{12}$$

Questão 2

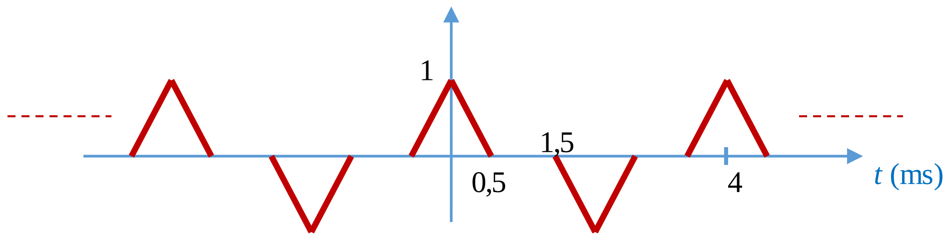
i) Esboce o sinal (considere o tempo em μs)

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \Delta\left(\frac{t - 2000k}{1000}\right)$$

ii) Supondo que este sinal seja modulado em um modulador DSB+C, com índice de modulação $\mu = 1/2$, qual sua eficiência de transmissão? Esboce o sinal modulado.

iii) Se este sinal for modulado em PM, de modo que a banda ocupada seja igual a 200kHz, qual a constante k_p que deve ser utilizada? Esboce a frequência instantânea neste caso. (Considere que a banda do sinal $x(t)$ é igual à frequência de seu terceiro harmônico)

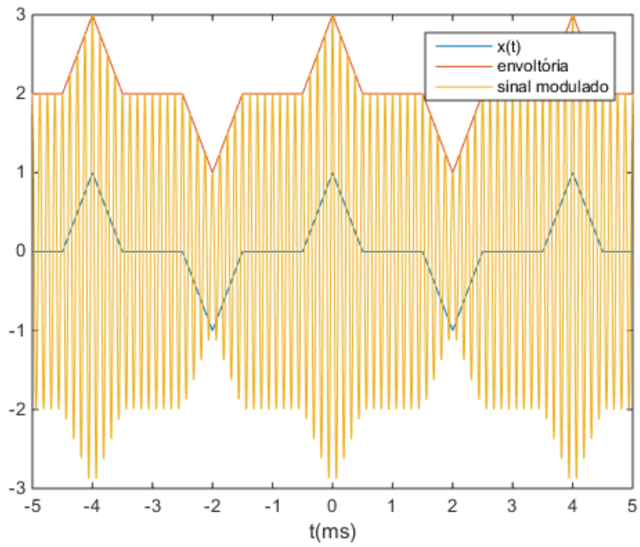
i)



ii) Sabemos que $\mu = \frac{m_p}{A} = \frac{1}{A} \Rightarrow A = 2.$

Temos ainda que $P_m = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1}(\Delta(t))^2 dt = \frac{1}{6}$, e, portanto, a eficiência é

$$\eta = \frac{P_m}{A^2 + P_m} = \frac{1/6}{4 + 1/6} = \frac{1}{25} = 4\%$$



iii)

$$B_{PM} = 2(\Delta f + B) = 2\left(\frac{k_p}{2\pi}m_p' + B\right) = 200\text{kHz},$$

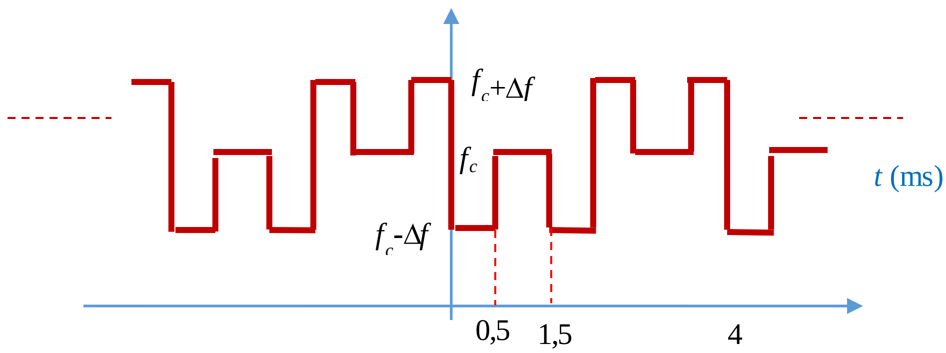
Com $B = 3f_0 = \frac{3}{T_0} = \frac{3}{4\times 10^{-3}} = 750\text{Hz}$, e $m_p' = \max\left|\frac{dm(t)}{dt}\right| = \frac{1}{0{,}5\times 10^{-3}} = 2000.$
Portanto

$$k_p = \frac{2\pi}{m_p'}\left(\frac{B_{PM}}{2} - B\right) = 99{,}25\ \pi \cong 311{,}8\ \text{rad/V}$$

A frequência instantânea é

$$f_i(t) = f_c + \frac{k_p}{2\pi}m'(t)$$

Ou, com $\Delta(f) = 99{,}25$ kHz



Questão 3

Um receptor super-heteródino é utilizado para demodular um sinal AM-USB. Sabemos que a frequência da portadora é de 80MHz, e que é utilizado um oscilador local com frequência de 85MHz. Sabemos ainda que o espectro do sinal mensagem é igual a $S_m(f) = |f| \, \mathrm{rect}\left(\frac{f}{10.000}\right)$.

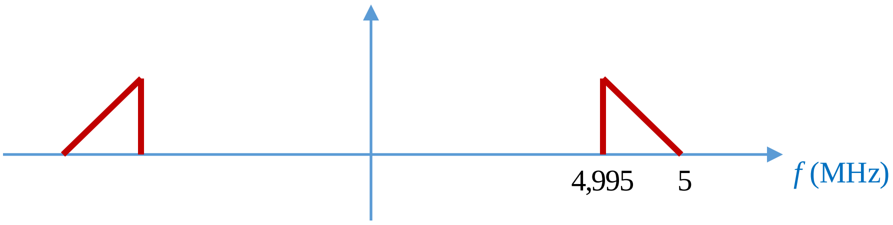
i) Esboce o espectro do sinal na saída do receptor (depois do misturador, antes do demodulador), indicando claramente as frequências ocupadas pelo sinal.

ii) Qual a faixa de frequência ocupada pela imagem deste sinal?

i) Sabemos que $f_{LO} = f_c \pm f_i$, e podemos ver que, neste caso, $f_{LO} = f_c + f_i$, portanto

$$f_i = f_{LO} - f_c = 5\text{MHz}$$

O sinal tem uma banda B = 5kHz.
O sinal modulado AM-USB estará entre f_c e f_c+B. Qualquer componente espectral em f_c+ f_0, ao ser multiplicado no mixer pelo sinal do oscilador local será deslocado para a frequência f_i - f_0. Portanto o espectro na saída do receptor será



ii) A imagem é um canal que, ao ser misturado pela portadora do oscilador local, cairá na mesma faixa de frequência que o sinal desejado, ou seja, a imagem deste sinal estará entre $f_c + 2f_I - B = 89{,}995\text{MHz}$ e $f_c + 2f_I = 90\text{MHz}$

Questão 4

Explique o funcionamento de um demodulador FM por discriminação de frequências, usando um derivador. Mostre por equações o sinal em cada etapa do demodulador.

O sinal FM é dado por

$$\varphi_{FM}(t) = A\cos\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(\alpha)d\alpha\right)$$

Podemos derivar o sinal

$$x(t) = \frac{d\varphi_{FM}(t)}{dt} = -A\left(2\pi f_c + 2\pi k_f m(t)\right)\sin\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(\alpha)d\alpha\right)$$

Passando este sinal por um detector de envoltória, e supondo que $f_c > |k_f m(t)|$ teremos

$$y(t) = A\left(2\pi f_c + 2\pi k_f m(t)\right)$$

E, passando por um filtro DC, eliminamos o componente constante $2\pi f_c$, resultando na saída em

$$z(t) = A2\pi k_f m(t)$$

Princípios de Comunicações

Profs. André Noll Barreto

Tabela de Transformadas de Fourier:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f)e^{j2\pi ft}df \overset{F}{\Leftrightarrow} G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j2\pi ft}dt$$

$$\delta(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} 1$$

$$1 \overset{F}{\Leftrightarrow} \delta(f)$$

$$t^n e^{-at}u(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{n!}{(a+j2\pi f)^{n+1}}$$

$$e^{-a|t|} \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{2a}{a^2+4\pi^2 f^2}$$

$$e^{j2\pi f_0 t} \overset{F}{\Leftrightarrow} \delta(f-f_0)$$

$$\cos(2\pi f_0 t) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{2}[\delta(f-f_0)+\delta(f+f_0)]$$

$$\sin(2\pi f_0 t) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{2j}[\delta(f-f_0)-\delta(f+f_0)]$$

$$u(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{2}\delta(f)+\frac{1}{j2\pi f}$$

$$\mathrm{sgn} t \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{j\pi f}$$

$$\mathrm{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) \overset{F}{\Leftrightarrow} |\,\tau\,|\,\mathrm{sinc}(\pi f\tau)$$

$$\mathrm{sinc}(2\pi Bt) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{|\,2B\,|}\mathrm{rect}(f/2B)$$

$$\Delta\left(\frac{t}{\tau}\right) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{\tau}{2}\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{n}{T}\right)$$

$$k_1g_1(t)+k_2g_2(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} k_1G_1(f)+k_2G_2(f)$$

$$G(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} g(-f)$$

$$g(at) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{|\,a\,|}G\left(\frac{f}{a}\right)$$

$$g(t-t_0) \overset{F}{\Leftrightarrow} G(f)e^{-j2\pi ft_0}$$

$$g(t)e^{j2\pi f_0 t} \overset{F}{\Leftrightarrow} G(f-f_0)$$

$$g_1(t)*g_2(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} G_1(f)G_2(f)$$

$$g_1(t)g_2(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} G_1(f)*G_2(f)$$

$$\frac{d^n g(t)}{dt^n} \overset{F}{\Leftrightarrow} (j2\pi f)^n G(f)$$

$$\int_{-\infty}^{t} g(x)dx \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{G(f)}{j2\pi f}+\frac{1}{2}G(0)\delta(f)$$

Regra de Carson

$B \approx 2(\Delta f + B)$, com $\Delta f = \max|f_i(t) - f_c|$

UnB

departamento de engenharia elétrica