Princípios de Comunicação

Prof. André Noll Barreto

Teste 2 – 2015/2 (10/09/2015)

Aluno:____

Matrícula: ____

Questão Única

i) Esboce o sinal e encontre a transformada de Fourier de

$$x(t) = \begin{cases} t & ,0 \leq t < 1 \\ 0 & ,c.c. \end{cases}$$

Considere que $\int te^{at}dt = \left(\frac{t}{a} - \frac{1}{a^2}\right) en^{at}$

$$G(f) = \int_0^1 te^{-j2\pi ft}dt = \left(\frac{1}{4\pi^2 f^2} - \frac{t}{j2\pi f}\right) e^{-j2\pi ft}\Big|_0^1 = \frac{(j2\pi f + 1)e^{-j2\pi f} - 1}{4\pi^2 f^2}$$

ii) Com base no resultado acima, encontre os três primeiros termos não nulos da série de Fourier trigonométrica do sinal periódico.

$$x_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t-k)$$

Sabemos que

$$D_n = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} x(t)e^{-j2\pi n f_0 t}dt = \frac{1}{T_0}G(nf_0)$$

Além disso, queremos

$$x_p(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_n \cos(2\pi n f_0 t + \theta_n) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{C_n}{2}\left(e^{j\theta_n}e^{j2\pi n f_0 t} + e^{-j\theta_n}e^{-j2\pi n f_0 t}\right)$$

Temos ainda $T_0 = f_0 = 1$.

Ou seja,

$$C_0 = D_0 = G(0) = \lim_{f\to 0} \frac{(j2\pi f + 1)e^{-j2\pi f} - 1}{4\pi^2 f^2} = \lim_{f\to 0} \frac{4\pi^2 f e^{-j2\pi f}}{8\pi^2 f} = \frac{1}{2}$$

$$D_n = G(n) = \frac{(j2\pi n + 1)e^{-j2\pi n} - 1}{4\pi^2 n^2} = \frac{j2\pi n}{4\pi^2 n^2} = \frac{1}{2\pi n}e^{j\pi/2} = \frac{C_n}{2}e^{j\theta_n}, \quad n > 0$$

$$\Rightarrow C_n = \frac{1}{\pi n}, \theta_n = \frac{\pi}{2}$$

e a série com os três primeiros termos é

$$x_p(t) \cong \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2\pi}\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$