Teoria das Comunicações

Lista de Exercícios 1.2
Série de Fourier
Prof. André Noll Barreto

Exercício 1 (3.1-4 e 3.1-5)
Esboce os sinais abaixo e calcule suas transformadas de Fourier (a>0)

(a) $g(t)=e^{-at}u(t)u(T-t)$

(b) $g(t)=e^{at}u(t)u(T-t)$

(c) $g(t)=\begin{cases} 4, & 0\le t<1 \\ 2, & 1\le t<2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

(d) $g(t)=\begin{cases} \dfrac{|t|}{\tau} & ,|t|\le\tau \\ 0 & ,|t|>\tau \end{cases}$

Exercício 2 (3.1-6, 3.1-7 e 3.1-8)

Esboce os espectros abaixo e calcule suas transformadas inversas de Fourier:

(a) $G(f)=\begin{cases} 4\pi^2 f^2 & ,|f|\le f_0 \\ 0 & ,|f|>f_0 \end{cases}$

(b) $G(f)=\begin{cases} 2 & ,|f|\le\dfrac{1}{2\pi} \\ 1 & ,\dfrac{1}{2\pi}<|f|\le\dfrac{1}{\pi} \\ 0 & ,|f|>\dfrac{1}{\pi} \end{cases}$

(c) $G(f)=\begin{cases} \cos(2\pi f) & ,|f|\le\dfrac{1}{4} \\ 0 & ,|f|>\dfrac{1}{4} \end{cases}$

(d) $G(f)=\begin{cases} \dfrac{|f|}{f_0} & ,|f|\le f_0 \\ 0 & ,|f|>f_0 \end{cases}$

(e) $G(f)=\begin{cases} e^{-j2\pi f t_0} & ,|f|\le f_0 \\ 0 & ,|f|>f_0 \end{cases}$

UnB

departamento de engenharia elétrica

(f) $G(f)=\begin{cases} -j & ,0\le f\le f_0 \\ j & ,0> f\ge -f_0 \\ 0 & ,|f|> f_0 \end{cases}$

Note que os espectros em (e) e (f) têm a mesma amplitude. Entretanto, as fases são diferentes, e as transformadas de Fourier inversas são sinais completamente diferentes.

Exercício 3 (3.3-1)

Aplique a propriedade da simetria para calcular a transformada de Fourier das seguintes funções:

(a) $\frac{1}{2}\left[\delta(t)+\frac{j}{\pi t}\right]$

(b) $\delta(t+T)+\delta(t-T)$

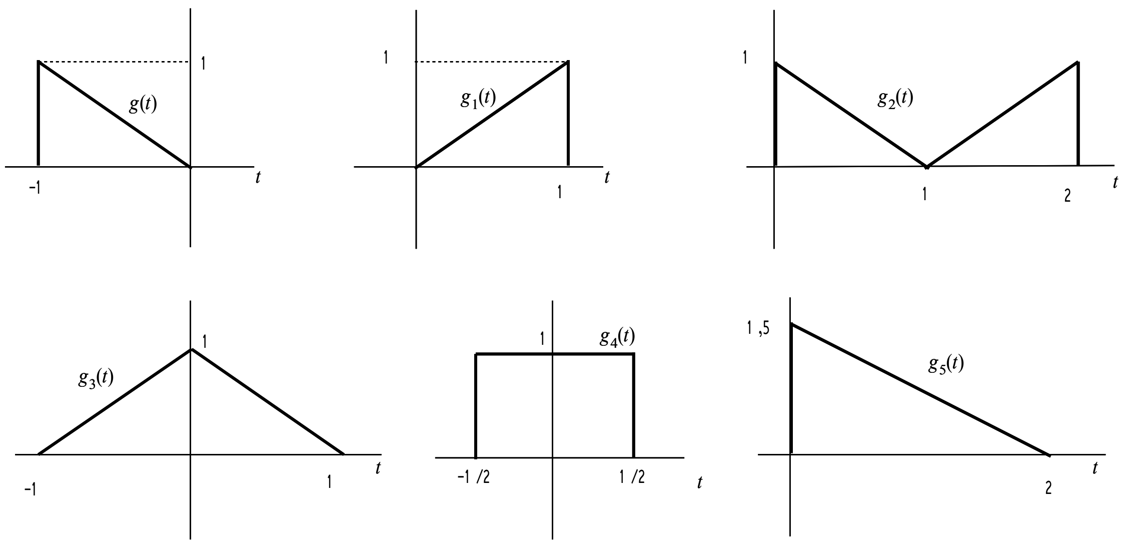
(c) $\delta(t+T)-\delta(t-T)$

Exercício 4 (3.3-2)

A transformada de Fourier do pulso triangular $g(t)$ abaixo é .

$$G(f)=\frac{1}{4\pi^2 f^2}\left(e^{j2\pi f}-j2\pi f\, e^{j2\pi f}-1\right) \quad .$$

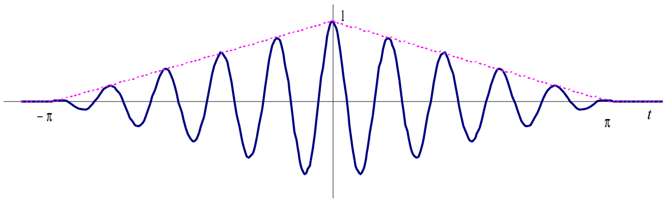
Com esta informação ache a transformada de Fourier dos sinais $g_1(t)$, $g_2(t)$, $g_3(t)$, $g_4(t)$ e $g_5(t)$ abaixo.

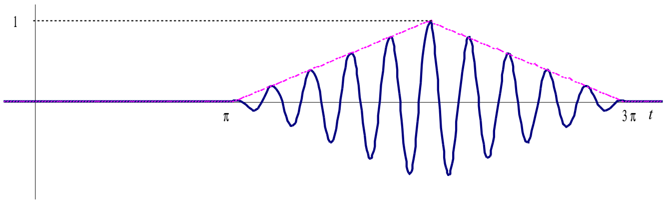


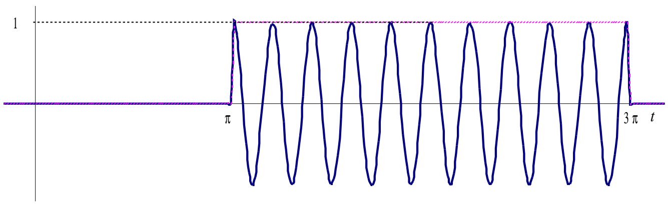
Teoria das Comunicações

Exercício 5 (3.3-6)

Os sinais abaixo são sinais modulados com uma portadora de frequência $f_0 = 5/\pi$, ou seja os sinais podem ser escritos da forma $g(t)\cos(10t)$. Ache suas transformadas de Fourier utilizando as propriedades apropriadas.







Exercício 6 (3.3-9)

Ache a transformada de Fourier do sinal

$$g(t) = u(-t)u(t+T) - u(t)u(-t+T)$$

por três métodos diferentes:

(a)por integração direta usando a integral de Fourier.

(b)usando a transformada de Fourier da função *rect* e a propriedade do deslocamento no tempo.

(c)usando a propriedade da diferenciação

Teoria das Comunicações

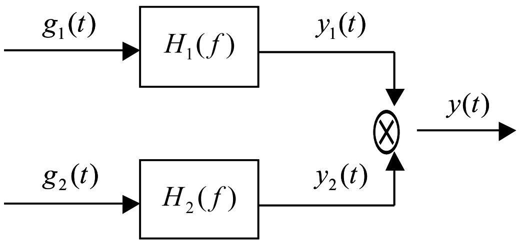
Exercício 7 (3.4-1)

Os sinais $g_1(t)=10^4 \mathrm{rect}(10^4 t)$ e $g_2(t)=\delta(t)$ são aplicados nas entradas dos filtros passa-baixa ideais $H_1(f)=\mathrm{rect}\left(\frac{f}{2\times 10^4}\right)$ e $H_2(f)=\mathrm{rect}\left(\frac{f}{10^4}\right)$. As saídas $y_1(t)$ e $y_2(t)$ são multiplicadas para obtermos o sinal $y_1(t)\,y_2(t)$.

(a)esboce os espectros $G_1(f)$ e $G_2(f)$

(b)esboce os espectros $H_1(f)$ e $H_2(f)$

(c)esboce os espectros $Y_1(f)$, $Y_2(f)$ e $Y(f)$



Exercício 8 (3.5-1)

Considere um filtro com função de transferência

$$H(f)=e^{-(k4\pi^2 f^2+j2\pi f t_0)}$$

Mostre que este filtro é não realizável pelos critérios do domínio do tempo (causalidade) e do domínio da freqüência (Paley-Wiener).

Exercício 9 (3.7-1)

Calcule a energia do pulso gaussiano

$$g(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-t^2/2\sigma^2}$$

utilizando a definição de energia no domínio no tempo o teorema de Parseval.

Dicas :

$$g(t)=e^{-t^2/2\sigma^2}\Leftrightarrow G(f)=\sigma\sqrt{2\pi}\,e^{-2\pi^2\sigma^2 f^2}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx=\sqrt{\pi}$$

Teoria das Comunicações

Exercício 10 (3.7-5)

Para o sinal

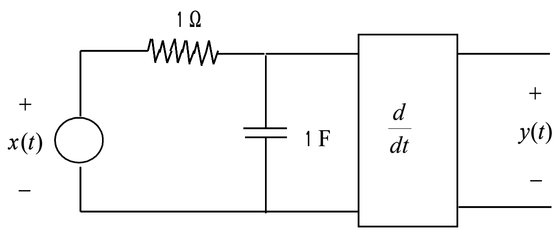
$$g(t)=\frac{2a}{t^2+a^2}$$

determine a largura de banda essencial B Hz tal que a energia nos componentes espectrais abaixo de B Hz é 99% da energia do sinal E_g.

Dica: para determinar $G(f)$ use $g(t)=e^{-a|t|}$ a propriedade da simetria.

Exercício 11 (3.8-4)

Ache a potência da tensão na saída $y(t)$ do sistema abaixo se a tensão na entrada tem a densidade espectral de potência (PSD) $S_x(f)=\text{rect}(\pi f)$.



Dica: A impedância de um capacitor é $\dfrac{1}{j2\pi fC}$.