Teoria das Comunicações

2.6 Densidade Espectral de Energia e de Potência

departamento de engenharia elétrica

DENSIDADE ESPECTRAL DE ENERGIA

Teorema de Parseval

Se $g(t)$ é um sinal de energia, então

$$E_g = \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df$$

Demonstração:

$$E_g = \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 \, dt = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) g^*(t) \, dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \left[\int_{-\infty}^{\infty} G^*(f) e^{-j2\pi f t} \, df \right] dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} G^*(f) \left[\int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j2\pi f t} \, dt \right] df$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} G^*(f) G(f) \, df$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 \, df \qquad \text{c.q.d.}$$

Densidade espectral de energia (DEE) – Definição

$$E_g = \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2\, df$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_g(f)\, df$$

$$\Psi_g(f) = |G(f)|^2$$

Unidade de $\Psi_g(f)$:

J/Hz

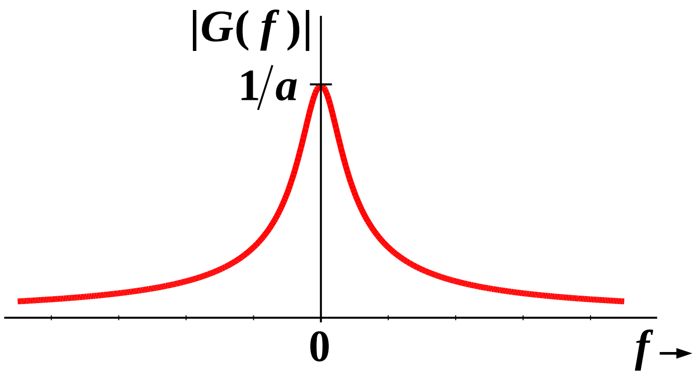
$\Psi_g(f)$ é a energia por largura de banda unitária dos componentes espectrais de $g(t)$ em torno da freqüência f.

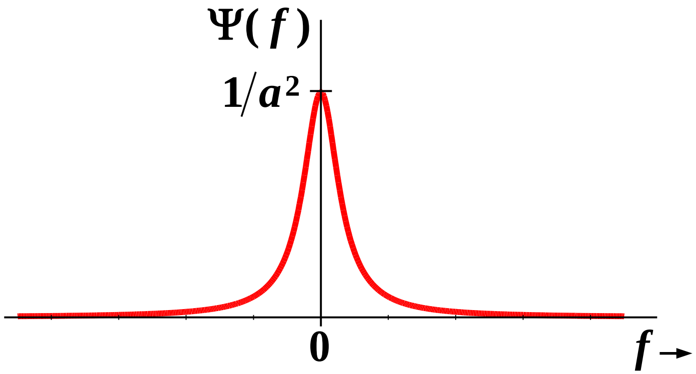
$\Psi_g(f)$ é denominada densidade espectral de energia de $g(t)$.

Exemplo

$$g(t) = e^{-at}u(t); \quad a > 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad G(f) = \frac{1}{a + j2\pi f}$$

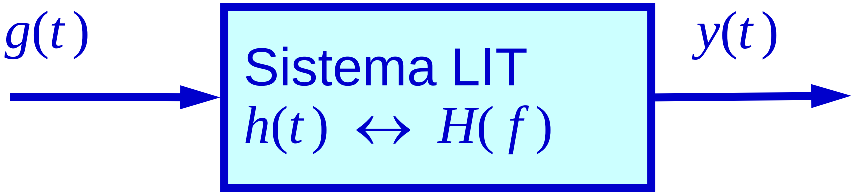
$$\Psi_g(f) = |G(f)|^2 = \frac{1}{a^2 + (2\pi f)^2}$$





$$E_g = \int_{-\infty}^{\infty} g^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(f)df = \frac{1}{2a}$$

Função de transferência de energia de um sistema LIT



$$\Psi_g(f) = |G(f)|^2$$

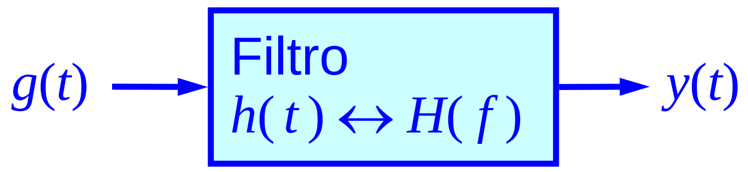
$$\Psi_y(f) = |Y(f)|^2$$

$$Y(f) = H(f)G(f) \quad \Rightarrow \quad |Y(f)|^2 = |H(f)|^2 |G(f)|^2$$

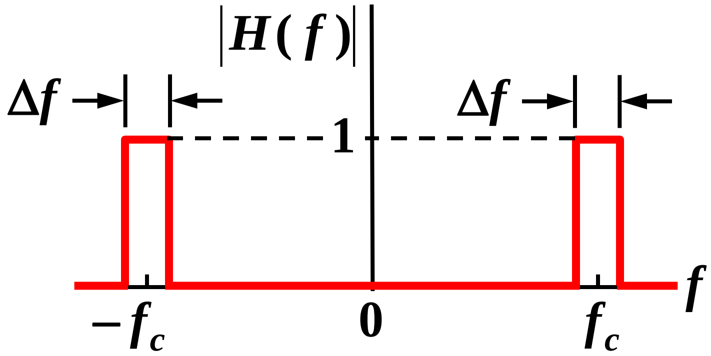
$$\boxed{\Psi_y(f) = |H(f)|^2 \Psi_g(f)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\Psi_y(f)}{\Psi_g(f)} = |H(f)|^2}$$

Interpretação da DEE

$$E_y = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_y(f)\,df$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 \Psi_g(f)\,df$$

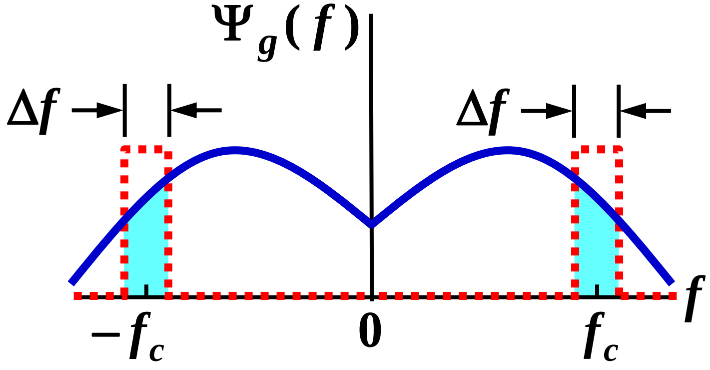


$$|H(f)| = \begin{cases} 1, & f_c - \dfrac{\Delta f}{2} < |f| < f_c + \dfrac{\Delta f}{2} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$



$$\Delta f \to 0$$

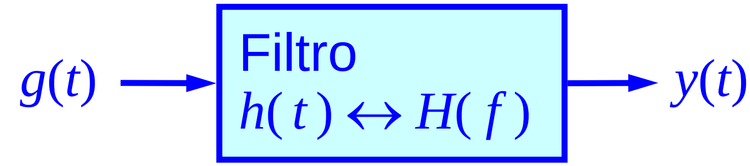
$$E_y \cong \Delta f\, \Psi_g(f_c) + \Delta f\, \Psi_g(-f_c)$$
$$\cong 2\Delta f\, \Psi_g(f_c)$$



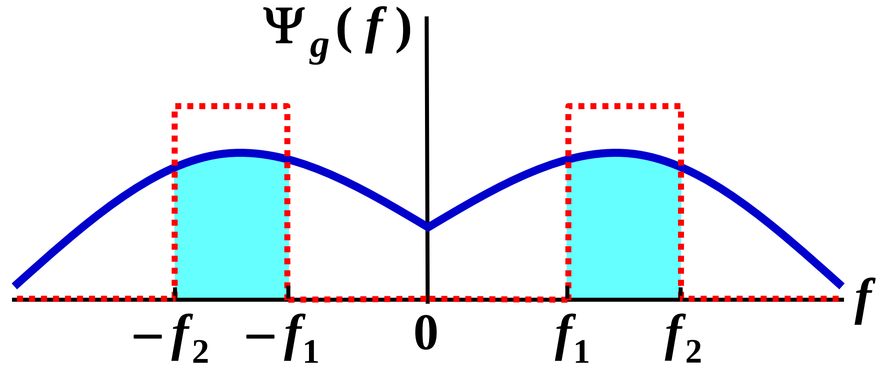
$\therefore$, $\Psi_g(f_c)$ representa a densidade espectral da energia em $g(t)$, avaliada em $f = f_c$.

Energia contida em uma faixa de frequência

Se $|H(f)| = \begin{cases} 1, & f_1 < |f| < f_2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$



então



$$E_y = \int_{-f_2}^{-f_1} |H(f)|^2 \Psi_g(f)df + \int_{f_1}^{f_2} |H(f)|^2 \Psi_g(f)df$$

$$= 2\int_{f_1}^{f_2} |H(f)|^2 \Psi_g(f)df$$

$$= 2\int_{f_1}^{f_2} \Psi_g(f)df$$

$=$ **energia de $g(t)$ contida na faixa** $f_1 < f < f_2$.

Largura de banda essencial

Largura de banda (ou de faixa) essencial é a largura da faixa de freqüência que contém os componentes espectrais relevantes de um dado sinal.

→ Faixa de freqüência em que estão os componentes que contêm K% da energia total do sinal.

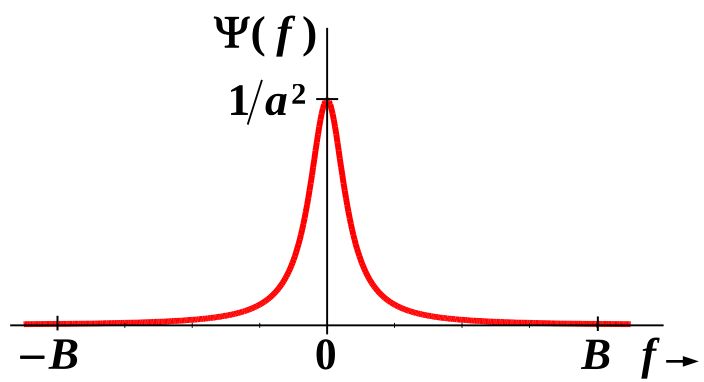
A supressão dos componentes que estão fora da banda essencial tem efeito desprezível (ou tolerável) na qualidade do sinal.

Para $g(t) = e^{-at}$ **e** $K = 95\%$, **temos que**

$$0{,}95E_g = \frac{0{,}95}{2a} = \int_{-B}^{B} \psi(f)\,dt$$

$$\Downarrow$$

$$B = 2{,}022a \text{ (Hz)}$$



Função de autocorrelação e DEE

A função de autocorrelação $\psi_g(\tau)$ de um sinal real de energia $g(t)$ é definida como

$$\psi_g(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)g(t-\tau)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)g(t+\tau)\,dt \quad \Rightarrow \psi_g(\tau) = \psi_g(-\tau)$$

$$\Big\Downarrow \; \mathrm{F}[\cdot]$$

$$\boxed{\psi_g(\tau) \;\Leftrightarrow\; \Psi_g(f) = |G(f)|^2}$$

DEE de um sinal modulado

$$s(t) = g(t)\cos(2\pi f_0 t) \quad \Leftrightarrow \quad S(f) = \frac{1}{2}\left[G(f-f_0)+G(f+f_0)\right]$$

$$\Psi_s(f) = \left|S(f)\right|^2 = \frac{1}{4}\left|G(f-f_0)+G(f+f_0)\right|^2$$

Se $f_0 > 2B_g$, então $G(f-f_0)$ e $G(f+f_0)$ não se superpõem

$$\Psi_s(f) = \frac{1}{4}\left[\left|G(f-f_0)\right|^2 + \left|G(f+f_0)\right|^2\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[\Psi_g(f-f_0) + \Psi_g(f+f_0)\right]$$

Note que $E_s = E_g/2$, quando $f_0 > 2B_g$.

DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA

Potência de um sinal

Se $g(t)$ é um sinal real de potência, a sua potência média normalizada é dada por

$$P_g = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g^2(t)\, dt$$

Definindo

$$g_T(t) = \mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right) g(t) = \begin{cases} g(t), & |t| < T/2 \\ 0, & |t| > T/2 \end{cases}$$

pode-se escrever que

$$P_g = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g_T^2(t)\, dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} g_T^2(t)\, dt = \lim_{T\to\infty} \frac{E_{g_T}}{T}$$

Densidade espectral de potência (DEP) – definição

$$P_g = \lim_{T\to\infty} \frac{E_{g_T}}{T}$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} |G_T(f)|^2\, df$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T\to\infty} \frac{|G_T(f)|^2}{T}\, df$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} S_g(f)\, df$$

Teorema de Parseval

$$\boxed{S_g(f) = \lim_{T\to\infty} \frac{|G_T(f)|^2}{T}}$$

$S_g(f)$ é a potência média normalizada por largura de banda unitária dos componentes espectrais de $g(t)$ em torno da freqüência f e é denominada densidade espectral de potência de $g(t)$.

$S_g(f)$ tem unidade de watt/hertz (W/Hz) — ou, equivalentemente, V^2/Hz ou A^2/Hz, quando for apropriado.

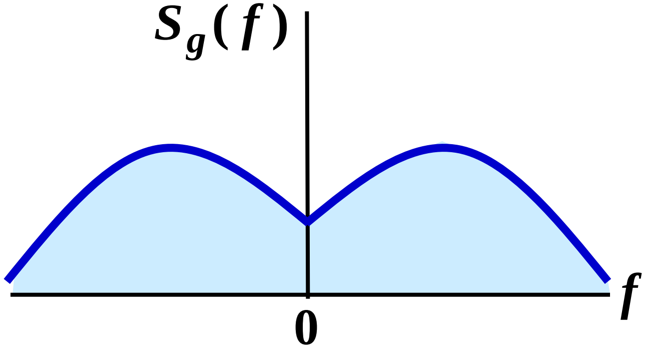
Propriedades da DEP

$$S_g(f) = \lim_{T\to\infty} \frac{|G_T(f)|^2}{T} \quad \Rightarrow \quad S_g(f) \geq 0 \quad \text{para } \forall f$$

Se $g(t)$ é um sinal real (não complexo), então

$$|G_T(-f)|^2 = |G_T(f)|^2 \quad \Rightarrow \quad S_g(-f) = S_g(f)$$

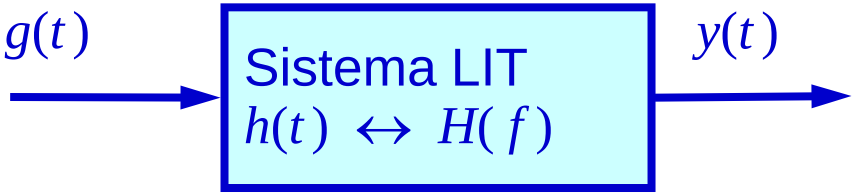
$S_g(f)$ é uma função par de f.



$$P_g = \int_{-\infty}^{\infty} S_g(f)\,df$$

$$= 2\int_{0_+}^{\infty} S_g(f)\,df + \int_{0_-}^{0_+} S_g(f)\,df$$

Função de transferência de potência de um sistema LIT



$$S_g(f) = \lim_{T\to\infty} \frac{|G_T(f)|^2}{T}$$

$$S_y(f) = \lim_{T\to\infty} \frac{|Y_T(f)|^2}{T}$$

$$y_T(t) = h(t) * g_T(t)\Big|_{T\to\infty} \quad \Rightarrow \quad Y_T(f) = H(f)G_T(f)\Big|_{T\to\infty}$$

$$S_y(f) = \lim_{T\to\infty} \frac{|Y_T(f)|^2}{T} = \lim_{T\to\infty} \frac{|H(f)G_T(f)|^2}{T}$$

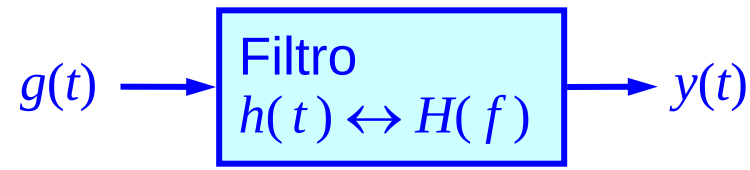
$$= |H(f)|^2 \lim_{T\to\infty} \frac{|G_T(f)|^2}{T}$$

$$\boxed{S_y(f) = |H(f)|^2 S_g(f)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_g(f) = \frac{S_y(f)}{S_g(f)} = |H(f)|^2}$$

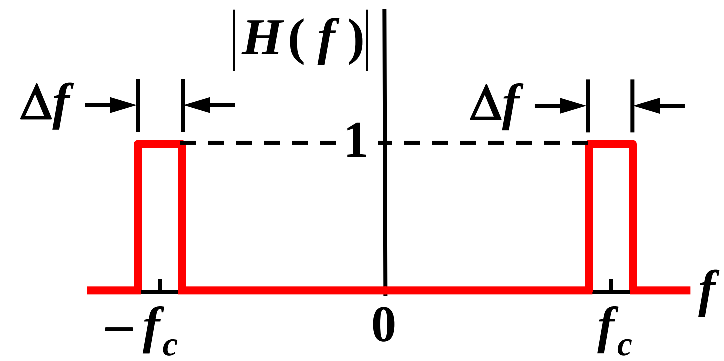
Interpretação da DEP

$$P_y = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(f)\,df$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 S_g(f)\,df$$

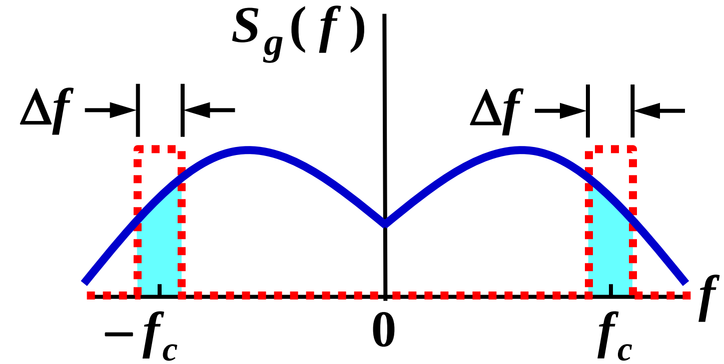


$$|H(f)| = \begin{cases} 1, & f_c - \dfrac{\Delta f}{2} < |f| < f_c + \dfrac{\Delta f}{2} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$



$$\Delta f \to 0$$

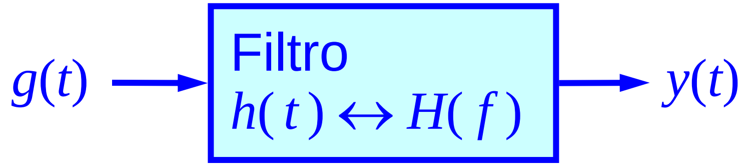
$$P_y \cong 2\Delta f\, S_g(f_c)$$



$\therefore$, $S_g(f_c)$ representa a densidade espectral da potência em $g(t)$, avaliada em $f = f_c$.

Potência contida em uma faixa de frequência.

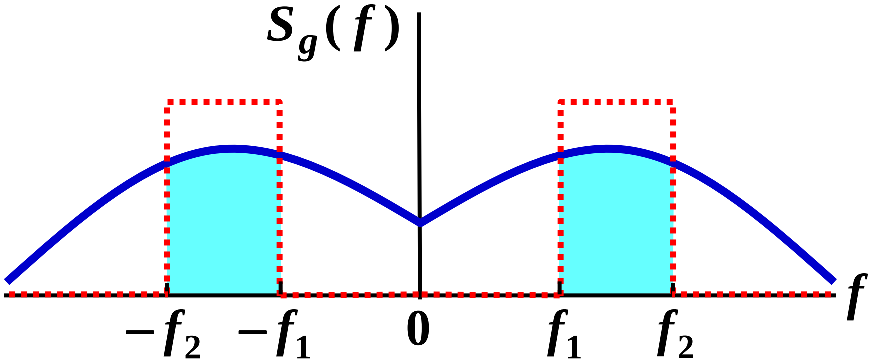
Se $|H(f)| = \begin{cases} 1, & f_1 < |f| < f_2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$



então

$$P_y = 2\int_{f_1}^{f_2} |H(f)|^2 \, S_g(f)\,df$$

$$= 2\int_{f_1}^{f_2} S_g(f)\,df$$



= potência de $g(t)$ contida na faixa $f_1 < f < f_2$.

Função de autocorrelação de um sinal de potência

A função de autocorrelação (FAC) $R_g(\tau)$ de um sinal determinístico de potência $g(t)$ é definida como

$$R_g(\tau) = \left\langle g^*(t)g(t-\tau) \right\rangle = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} g^*(t)g(t-\tau)\,dt$$

Se $g(t)$ é um sinal real (não complexo), então

$$R_g(\tau) = \left\langle g(t)g(t-\tau) \right\rangle = \left\langle g(t)g(t+\tau) \right\rangle$$

ou seja,

$$R_g(-\tau) = R_g(\tau)$$

$R_g(\tau)$ é uma função par de τ.

Relação entre a DEP e a FAC

$$R_g(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g^*(t) g(t-\tau)\, dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} g_T^*(t) g_T(t-\tau)\, dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{\psi_{g_T}(\tau)}{T}$$

$$\Downarrow \quad \psi_{g_T}(\tau) \Leftrightarrow |G_T(f)|^2$$

$$\boxed{R_g(\tau) \Leftrightarrow \lim_{T\to\infty} \frac{|G_T(f)|^2}{T} = S_g(f)}$$

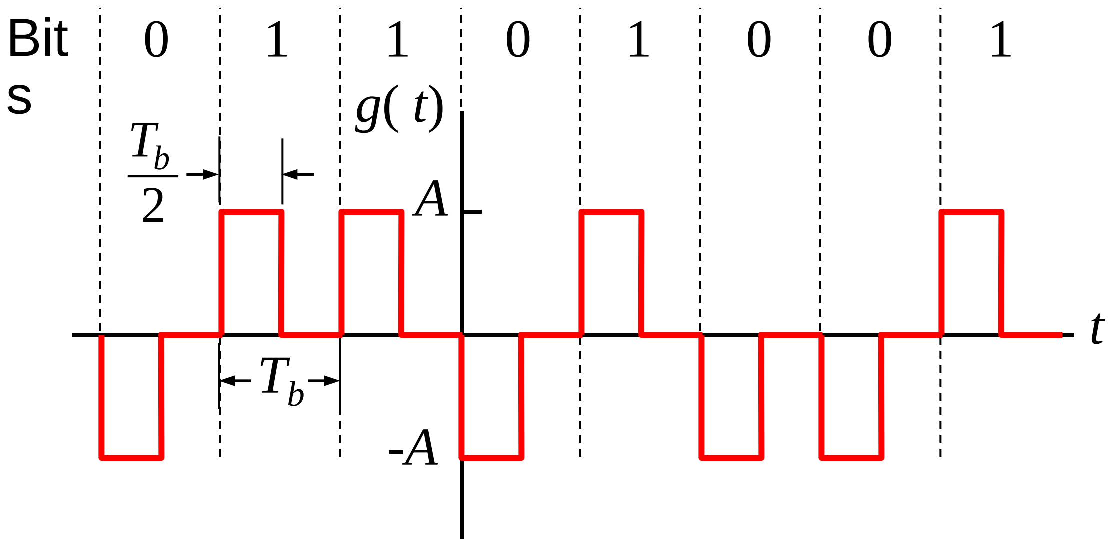
Opções para o cálculo da potência de um sinal

$$P_g = \left\langle g^2(t) \right\rangle = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} g^2(t)\, dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} S_g(f)\, df$$

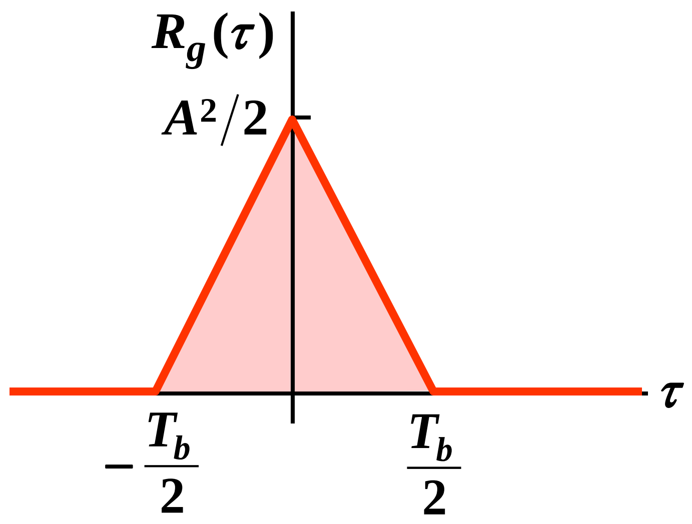
$$= R_g(0)$$

Exemplo – FAC e DEP de um sinal binário RZ polar aleatório



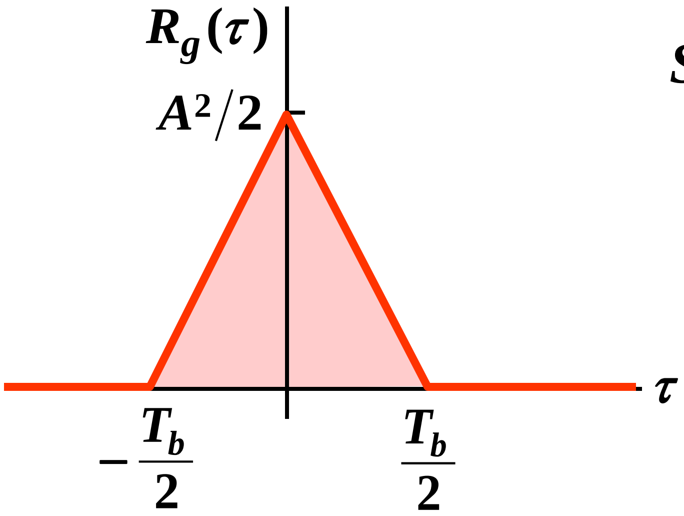
$$P(1) = P(0) = \frac{1}{2}$$

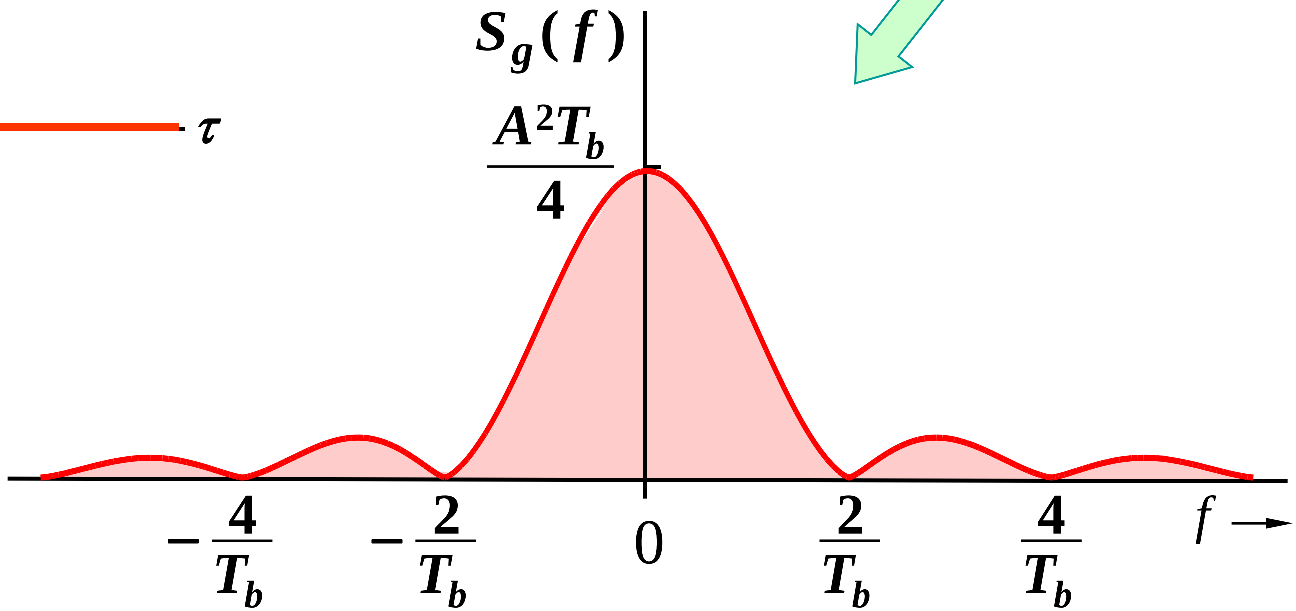
$$R_g(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} g(t)\,g(t-\tau)\,dt$$



Exemplo – FAC e DEP um sinal binário RZ polar aleatório

$$S_g(f) = \mathcal{F}[R_g(\tau)] = \frac{A^2 T_b}{4}\,\text{sinc}^2\left(\frac{f T_b}{2}\right)$$





Potência de $g(t)$ contida dentro da faixa $0 \le f \le 2/T_b$:

$$2\int_0^{2/T_b} S_g(f)\,df \cong 0{,}9028 P_g$$

DEP de um sinal periódico

Se $g(t)$ é um sinal periódico, então a sua DEP é da seguinte forma:

$$S_g(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \delta(f - nf_0)$$

onde c_n é o n-ésimo coeficiente da série de Fourier exponencial complexa de $g(t)$.

Demonstração:

$$R_g(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 e^{-j2\pi n f_0 \tau} \Leftrightarrow S_g(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \delta(f - n f_0)$$

$$R_g(\tau) = \langle g(t) g(t-\tau) \rangle = \left\langle \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi n f_0 t} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{j2\pi m f_0 (t-\tau)} \right\rangle$$

Função de autocorrelação de um sinal periódico real

$$R_g(\tau) = \langle g(t)g(t-\tau)\rangle = \left\langle \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi n f_0 t} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{j2\pi m f_0 (t-\tau)} \right\rangle$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_n c_m e^{-j2\pi m f_0 \tau} \left\langle e^{j2\pi n f_0 t} e^{j2\pi m f_0 t} \right\rangle$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_n c_m e^{-j2\pi m f_0 \tau} \left\langle e^{j2\pi (n+m) f_0 t} \right\rangle$$

$$\left\langle e^{j2\pi (n+m) f_0 t} \right\rangle = \begin{cases} 1 & \text{para } m = -n \\ 0 & \text{para } m \neq -n \end{cases}$$

$$c_n c_m \big|_{m=-n} = c_n c_{-n} = c_n c_n^* = |c_n|^2$$

$$\therefore, \quad R_g(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 e^{-j2\pi n f_0 \tau}$$

Cálculo da potência de um sinal periódico (teorema de Parseval)

$$P_g = \langle g^2(t) \rangle = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} g^2(t)\,dt = R_g(0)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} S_g(f)\,df = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \delta(f - n f_0)\,df = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2$$

$$\boxed{P_g = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 = |c_0|^2 + 2\sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 = |D_0|^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|D_n|^2}{2}}$$

onde D_n é o n-ésimo coeficiente da série de Fourier trigonométrica compacta de $g(t)$.

DEP de um sinal modulado

$$x(t) = g(t)\cos(2\pi f_0 t) \quad \Leftrightarrow \quad X(f) = \frac{1}{2}\left[G(f-f_0)+G(f+f_0)\right]$$

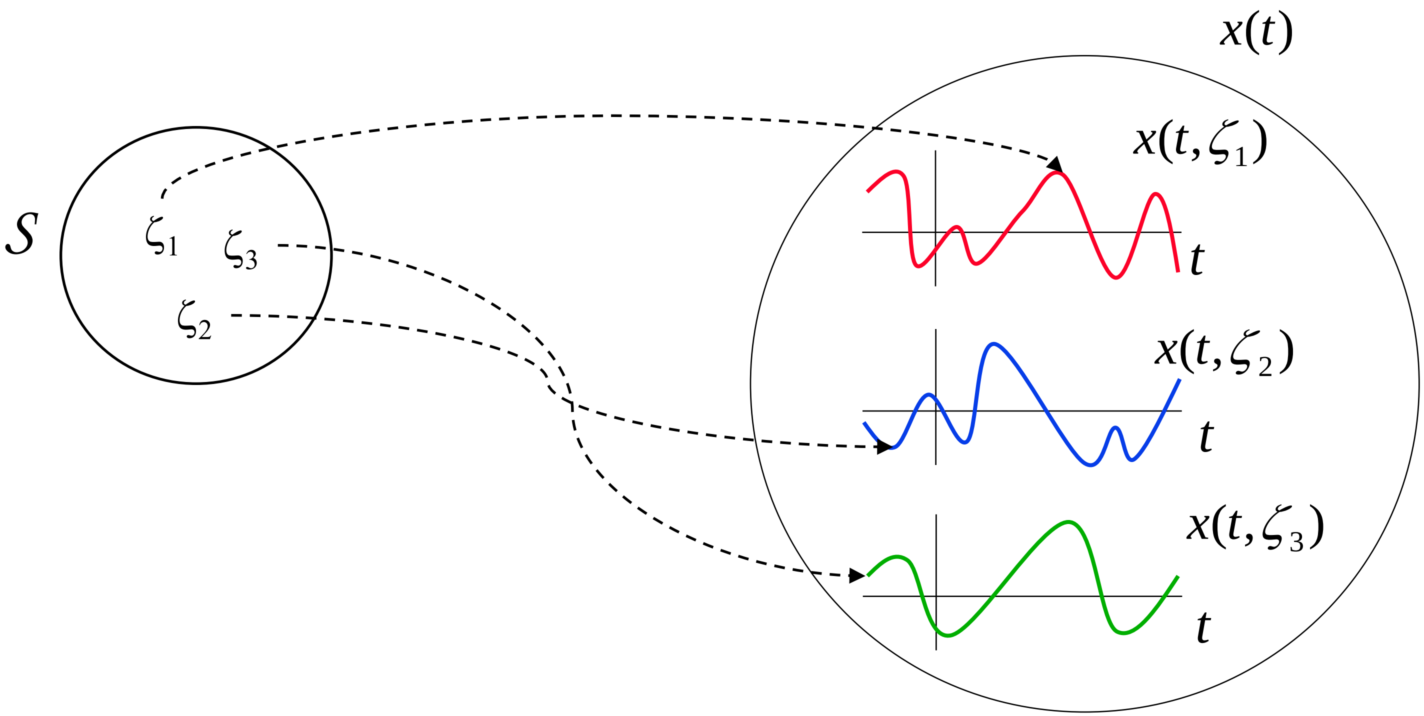
Se $f_0 >> B_g$, pode ser mostrado que

$$S_x(f) = \frac{1}{4}\left[S_g(f-f_0)+ S_g(f+f_0)\right]$$

Notar que $P_x = P_g/2$, quando $f_0 >> B_g$.

PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

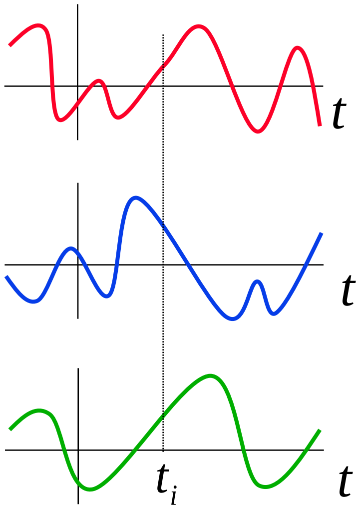
Processos Aleatórios ou Estocásticos



Funções amostra

Especificação de um Processo Aleatório

- $x_i = x(t_i)$ é uma variável aleatória



- Para qualquer conjunto $\{t_1, t_2, \cdots, t_i\}$

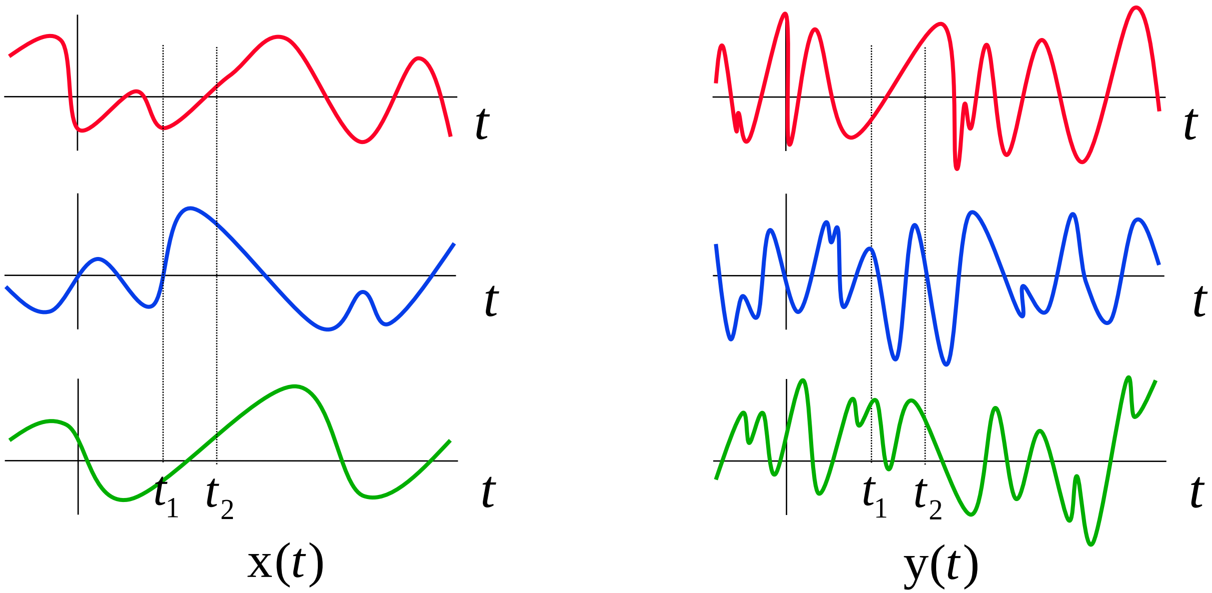
  podemos definir

$$p_{x_1, x_2, \ldots, x_i}(x_1, x_2, \ldots, x_i)$$

Função Autocorrelação

$$R_x(t_1,t_2) = E[x(t_1)x(t_2)] = E[x_1 x_2]$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 p_{x_1,x_2}(x_1,x_2)dx_1 dx_2$$

Indica a rapidez das alterações do processo estocástico



$$R_x(t_1,t_2) > R_y(t_1,t_2)$$

Processos Estacionários

- Propriedades estatísticas de processos estacionários não variam no tempo

$$p_{\mathrm{x}(t_1),\mathrm{x}(t_2),\ldots,\mathrm{x}(t_n)}\left(x(t_1), x(t_2),\cdots, x(t_n)\right) = p_{\mathrm{x}(t_1+\tau),\mathrm{x}(t_2+\tau),\ldots,\mathrm{x}(t_n+\tau)}\left(x(t_1+\tau), x(t_2+\tau),\cdots, x(t_n+\tau)\right)$$

- Processos estacionários no sentido amplo

$$E\left[\mathrm{x}(t)\right] = \mathrm{constante}$$
$$R_{\mathrm{x}}(t_1, t_2) = R_{\mathrm{x}}(t_2 - t_1) = R_{\mathrm{x}}(\tau)$$

Processos Ergódicos

- Para qualquer função amostra $x(t)$ temos a média e a função autocorrelação no tempo

$$\overleftrightarrow{x(t)} = \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)dt$$

$$\mathcal{R}_x(\tau) = \overleftrightarrow{x(t)x(t+\tau)} = \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau)dt$$

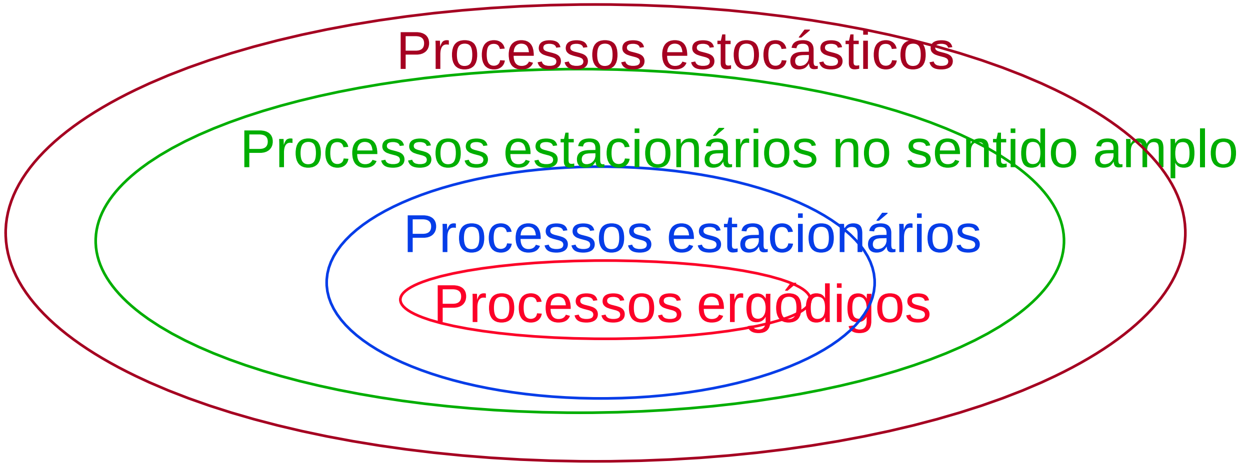
- Um processo é ergódico se

$$\overline{x(t)} = \overleftrightarrow{x(t)}$$

$$R_x(\tau) = \mathcal{R}_x(\tau)$$

departamento de engenharia elétrica

Classificação de Processos Aleatórios



Densidade Espectral de Potência

- A PSD de um processo aleatório é o valor esperado da PSD de todas as funções amostra

$$S_x(f) = \lim_{T\to\infty} E\left[\frac{|X_T(f)|^2}{T}\right]$$

onde

$$X_T(f) = \mathcal{F}\{x_T(t)\} = \mathcal{F}\{x_T(t)\,\mathrm{rect}(t/T)\}$$

- Se $x(t)$ é um processo estacionário no sentido amplo podemos obter a PSD a partir da função de autocorrelação, como para um sinal de potência

$$S_x(f) = \mathcal{F}\{R_x(\tau)\}$$

Potência

- Para um processo aleatório no sentido amplo

$$P_x = E\left[x^2\right] = R_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f)\,df$$

Processos Aleatórios Múltiplos

- Dado dois processos aleatórios $\mathrm{x}(t)$ e $\mathrm{y}(t)$
- Definimos a função de correlação cruzada

$$R_{\mathrm{xy}}(t_1, t_2) = E[\mathrm{x}(t_1)\mathrm{y}(t_2)]$$

- $\mathrm{x}(t)$ e $\mathrm{y}(t)$ são conjuntamente estacionários no sentido amplo se

$$R_{\mathrm{xy}}(t_1, t_2) = R_{\mathrm{xy}}(t_2 - t_1) = R_{\mathrm{xy}}(\tau) = E[\mathrm{x}(t_1)\mathrm{y}(t_1 + \tau)]$$

- $\mathrm{x}(t)$ e $\mathrm{y}(t)$ são descorrelatados se

$$R_{\mathrm{xy}}(\tau) = E[\mathrm{x}]E[\mathrm{y}]$$

- $\mathrm{x}(t)$ e $\mathrm{y}(t)$ são ortogonais se

$$R_{\mathrm{xy}}(\tau) = 0$$

- $\mathrm{x}(t)$ e $\mathrm{y}(t)$ são independentes se
  $\mathrm{x}(t_1)$ e $\mathrm{y}(t_2)$ são independentes para quaisquer t_1 e t_2

Densidade Espectral Cruzada

$$S_{\mathrm{xy}}(f) = \lim_{T\to\infty} E\left[\frac{\mathrm{X}_T^*(f)\mathrm{Y}_T(f)}{T}\right]$$

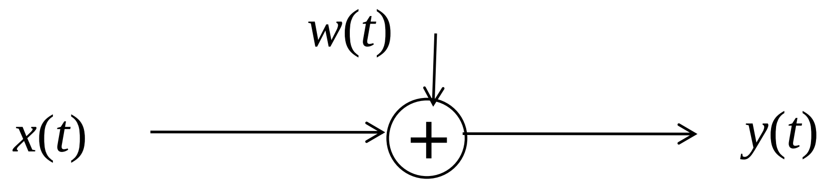
e

$$S_{\mathrm{xy}}(f) = \mathcal{F}\left\{R_{\mathrm{xy}}(\tau)\right\}$$

- Para $\mathrm{x}(t)$ e $\mathrm{y}(t)$ reais

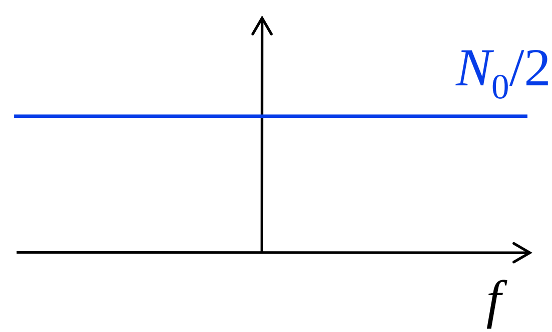
$$R_{\mathrm{xy}}(\tau) = R_{\mathrm{yx}}(-\tau)$$
$$\Downarrow$$
$$S_{\mathrm{xy}}(f) = S_{\mathrm{yx}}(-f)$$

Ruído Gaussiano Branco Aditivo



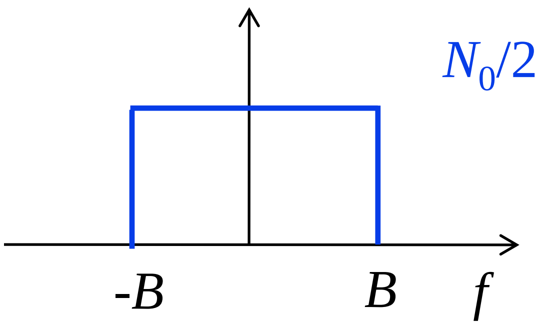
- Ruído é geralmente modelado como um ruído branco idealizado
  - Processo aleatório com mesma potência em todas as frequências
    - Como analogia à luz branca

$$R_w(\tau) = \frac{N_0}{2}\delta(\tau) \quad \overset{\mathcal{F}}{\Longleftrightarrow} \quad S_w(f) = \frac{N_0}{2}$$



Ruído Gaussiano Branco Aditivo

- Ruído branco tem potência infinita
- Consideramos normalmente ruído branco limitado em banda (filtrado)



$$P_w = \int_{-\infty}^{\infty} S_w(f)df = \int_{-B}^{B} \frac{N_0}{2} df = BN_0$$

Ruído Térmico

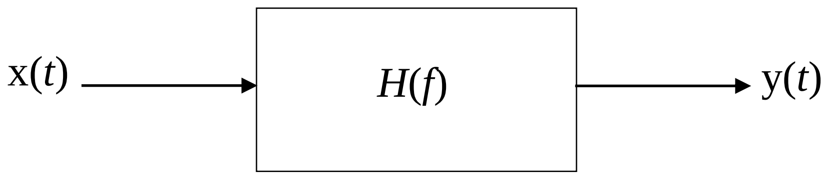
- Ruído causado pelo movimento aleatório de elétrons
  - Provoca variação aleatória na tensão no receptor

- Modelado como ruído branco aditivo

$$S_w(f) = 2kTR$$

  - k : constante de Boltzmann ($1{,}38 \times 10^{-23}$)
  - T: temperatura em kelvins
  - R: resistência em Ω

Transmissão em Sistemas Lineares



$$R_y(\tau) = h(\tau) * h(-\tau) * R_x(\tau)$$

$$S_y(f) = |H(f)|^2 S_x(f)$$

departamento de engenharia elétrica

Soma de Processos aleatórios

se $z(t) = x(t) + y(t)$

$$R_z(\tau) = R_x(\tau) + R_y(\tau) + R_{xy}(\tau) + R_{yx}(\tau)$$

- se $x(t)$ e $y(t)$ são descorrelatados

$$R_z(\tau) = R_x(\tau) + R_y(\tau) + 2E[x]E[y]$$

- se $x(t)$ e $y(t)$ são ortogonais

$$R_z(\tau) = R_x(\tau) + R_y(\tau)$$
$$\Downarrow$$
$$S_z(f) = S_x(f) + S_y(f)$$

SINAIS EM BANDA PASSANTE

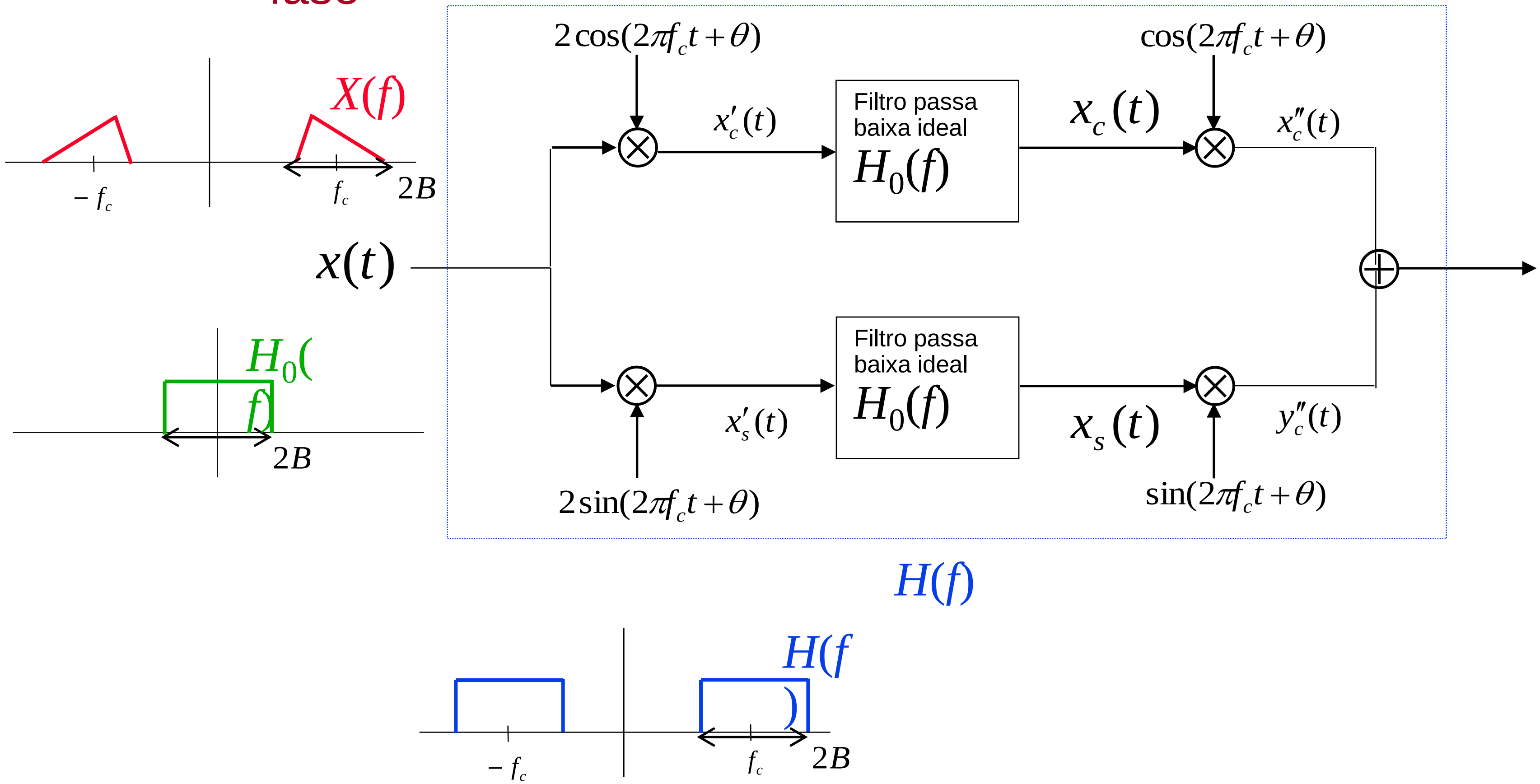
departamento de engenharia elétrica

Sinais em Banda Passante

- Qualquer sinal $x(t)$ em banda passante pode ser escrito como

$$x(t) = x_c(t)\cos(2\pi f_c t) + x_s(t)\sin(2\pi f_c t)$$

fase quadratura



Sinais Aleatórios em Banda Passante

- Se $\mathrm{x}(t)$ é um processo aleatório estacionário no sentido amplo

$$S_{\mathrm{x_c}}(f) = \begin{cases} S_{\mathrm{x}}(f + f_c) + S_{\mathrm{x}}(f - f_c) & , |f| \leq B \\ 0 & , |f| > B \end{cases}$$