Teoria das Comunicações

3.2

Modulação em Amplitude (AM)

Modulação em Quadratura por Amplitude (QAM)

MODULAÇÃO AM

Sinal AM: definição

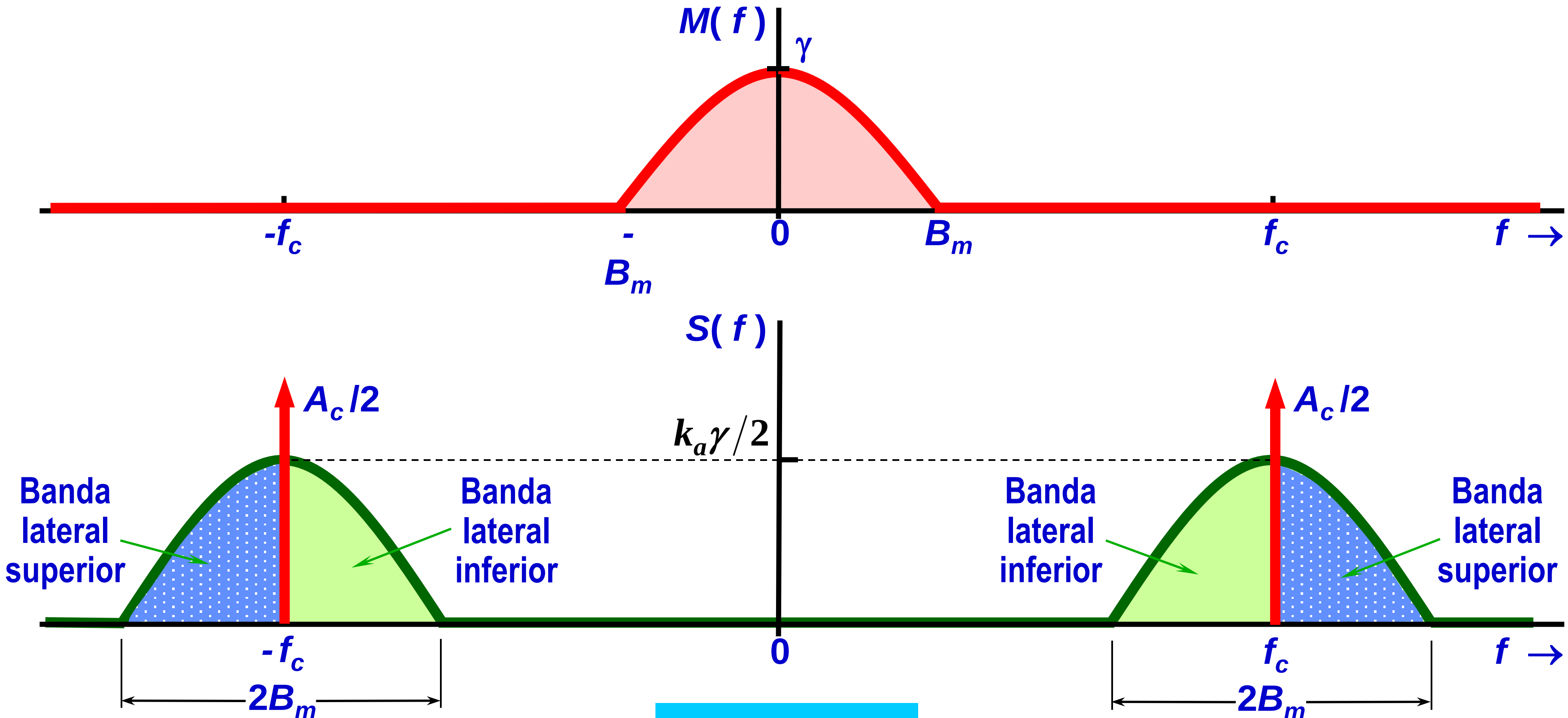
$$s(t) = \left[A_c + k_a m(t)\right]\cos(2\pi f_c t)$$

$$s(t) = \underbrace{A_c\cos(2\pi f_c t)}_{\text{Portadora destacada}} + \underbrace{k_a m(t)\cos(2\pi f_c t)}_{\text{Bandas laterais}}$$

$$S(f) = \underbrace{\frac{A_c}{2}\left[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)\right]}_{\text{Portadora destacada}} + \underbrace{\frac{k_a}{2}\left[M(f-f_c)+M(f+f_c)\right]}_{\text{Bandas laterais}}$$

Espectro de um sinal AM

$$S(f) = \frac{A_c}{2}\left[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)\right] + \frac{k_a}{2}\left[M(f-f_c)+M(f+f_c)\right]$$



$B_T = 2B_m$

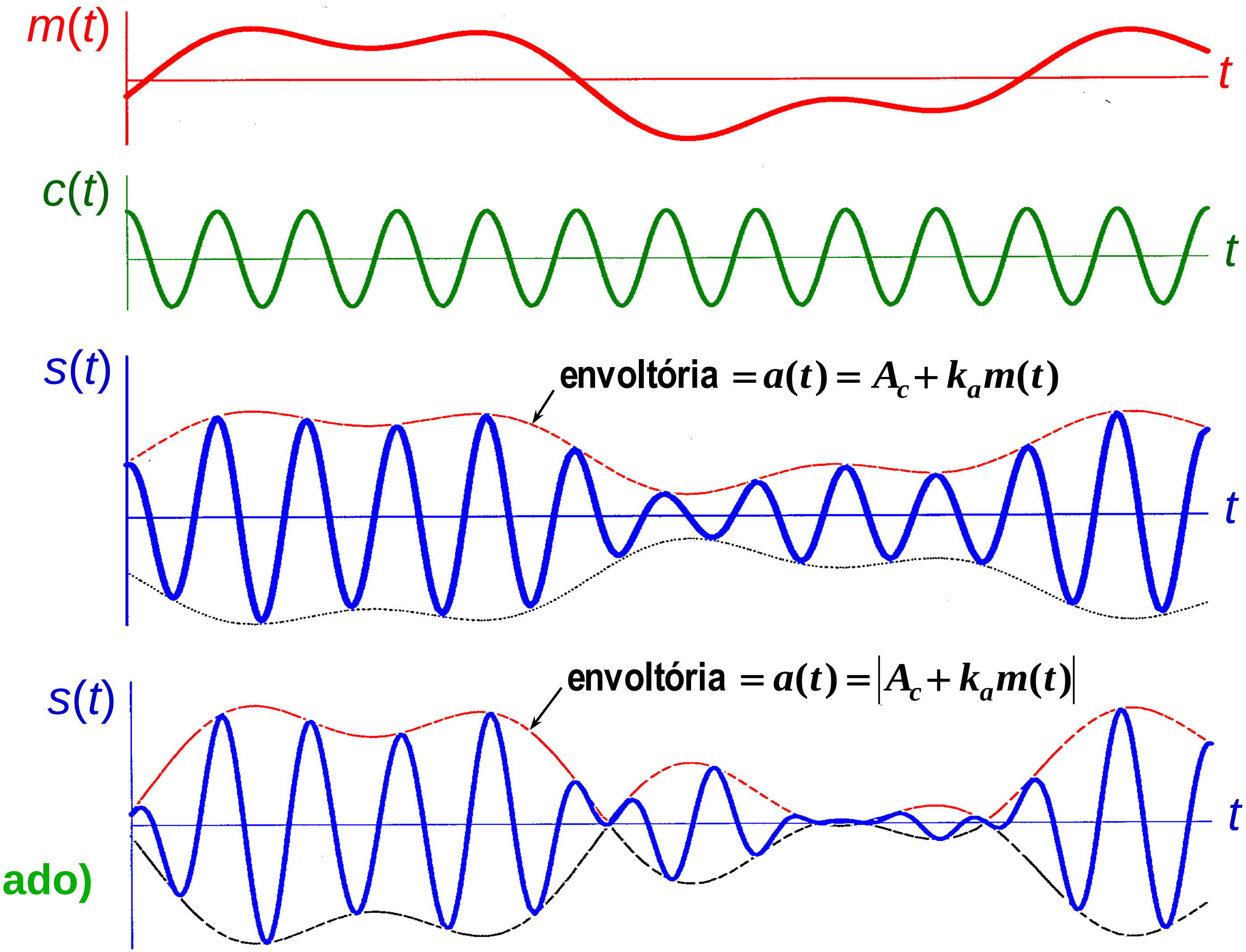
Forma de onda de sinais AMs

Sinal modulante

Portadora

Sinal AM para μ_ < 1

Sinal AM para μ_ > 1 (sinal sobremodulado)



Demodulação usando detector de envoltória

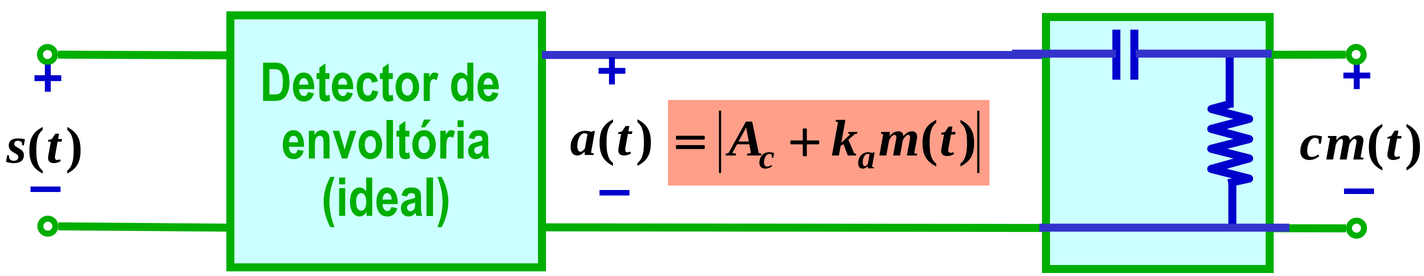
$$\begin{aligned} s(t) &= [A_c + k_a m(t)]\cos(2\pi f_c t) \\ &= a(t)\cos\left[2\pi f_c t + \theta(t)\right] \end{aligned}$$

$$a(t) = \left|A_c + k_a m(t)\right|$$ $\Leftarrow$ envoltória real de $s(t)$

$$\theta(t) = \begin{cases} 0, & \text{se } A_c + k_a m(t) \geq 0 \\ -\pi, & \text{se } A_c + k_a m(t) < 0 \end{cases}$$ $\Leftarrow$ função de fase de $s(t)$

se $A_c + k_a m(t) \geq 0$ p/ $\forall t$ então $\begin{cases} a(t) = A_c + k_a m(t) \\ \theta(t) = 0 \text{ p/ } \forall t \end{cases}$

A informação, $m(t)$, está contida apenas na envoltória



$\Leftarrow$ se $A_c + k_a m(t) \geq 0$, p/ $\forall t$

Índice e percentagem de modulação

Portanto, para que seja possível demodular um sinal AM com um detector de envoltória é preciso que

$$A_c + k_a m(t) \geq 0 \ \text{ p/ } \forall t \ \Rightarrow \ \min[k_a m(t)] \geq -A_c \ \Rightarrow \ \frac{-\min[k_a m(t)]}{A_c} \leq 1$$

Definição:

$$\text{Índice de modulação} \quad \mu = \frac{\max|k_a m(t)|}{A_c} = \frac{k_a m_p}{A_c}$$

$$\%\text{mod} = \mu \times 100\%$$

$$m_p = \max|m(t)|$$

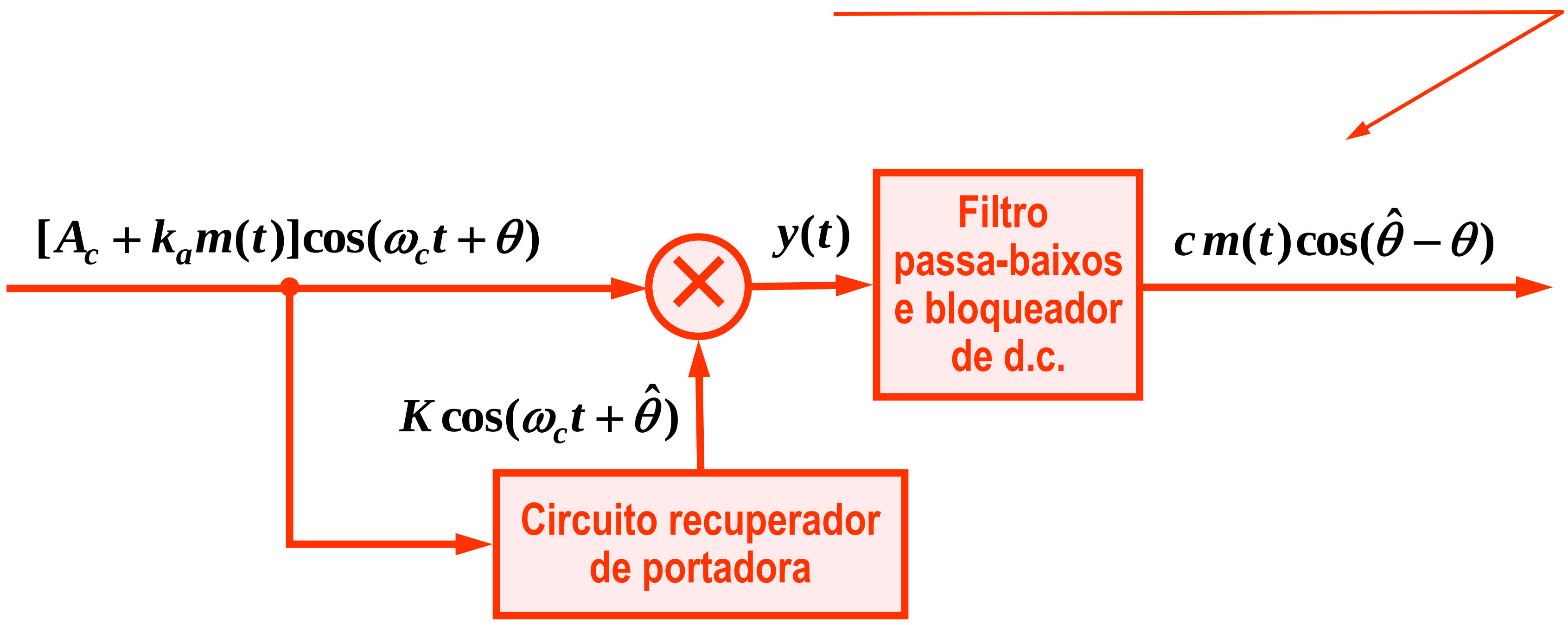
Condição para o uso do detector de envoltória: $\mu \leq 1 \Leftrightarrow \%\text{mod} \leq 100\%$

$\mu > 1 \Rightarrow$ **sinal AM sobremodulado**

Condição para se usar detector de envoltória

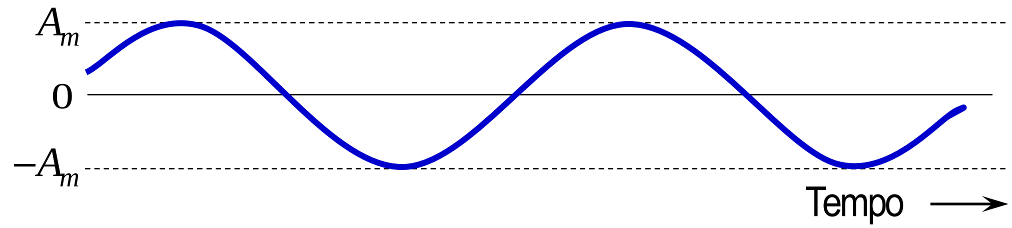
Portanto,

- ⇨ **se $\mu \leq 1$, pode-se demodular o sinal AM usando um detector de envoltória, que é um *detector assíncrono* (ou *não-coerente*).**
- ⇨ **se $\mu > 1$, é preciso usar um *detector síncrono* (ou *coerente*) para demodular o sinal AM (sobremodulado).**

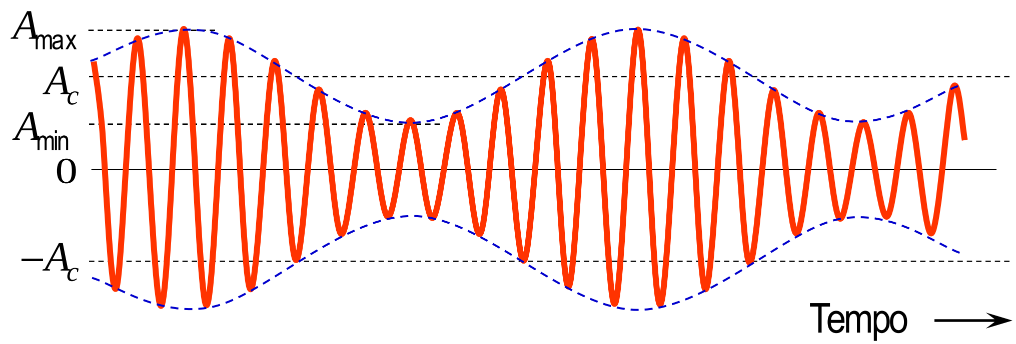


Sinais AMs não-sobremodulados

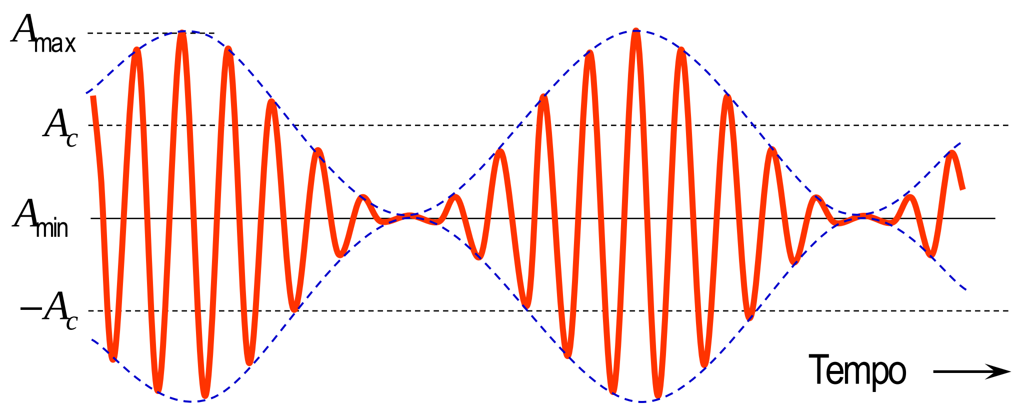
Sinal modulante tonal



Sinal AM não-sobremodulado com μ = 0,5.

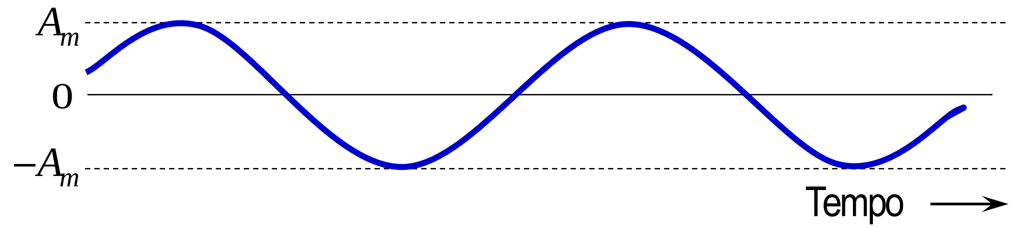


Sinal AM não-sobremodulado com μ = 1,0.

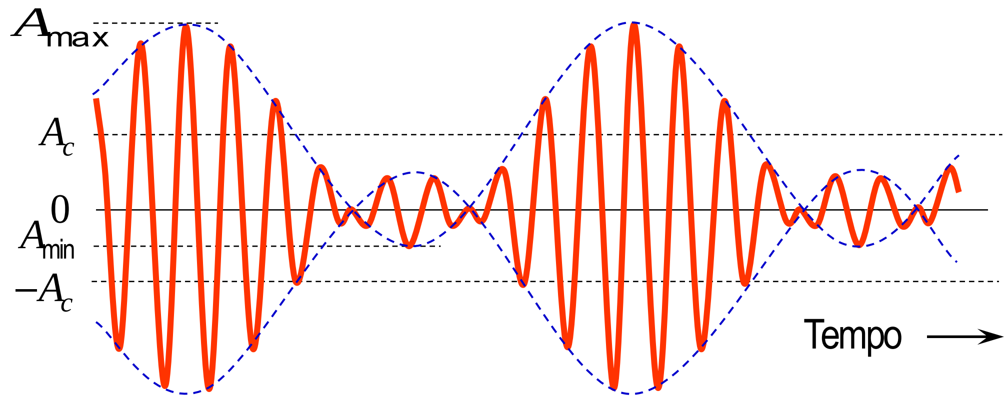


Sinais AMs sobremodulados

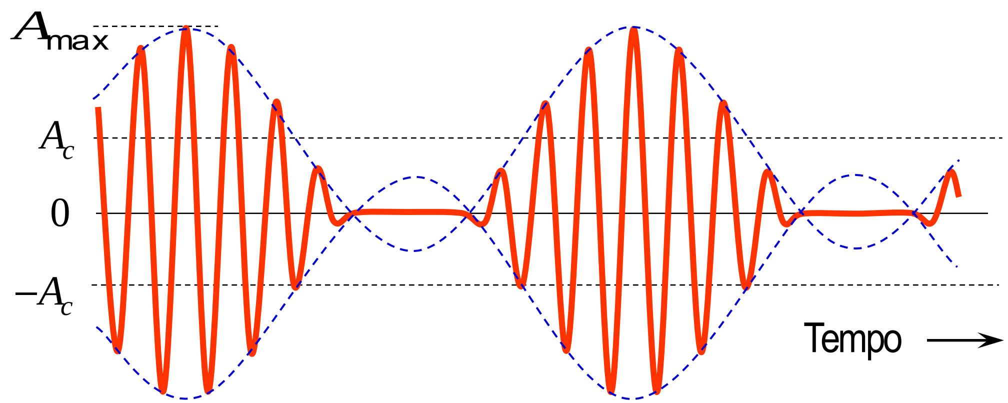
Sinal modulante tonal



Sinal AM sobremodulado do tipo I, com μ = 1,5.



Sinal AM sobremodulado do tipo II, com μ = 1,5.



departamento de engenharia elétrica

Potência de um sinal AM

$$s(t) = \underbrace{A_c \cos(\omega_c t)}_{\text{portadora destacada}} + \underbrace{k_a m(t) \cos(\omega_c t)}_{\text{bandas laterais}}$$

$$P_s = \langle s^2(t) \rangle = \left\langle \left[A_c \cos(\omega_c t) + k_a m(t) \cos(\omega_c t) \right]^2 \right\rangle$$

$$= \left\langle \left[A_c \cos(\omega_c t) \right]^2 \right\rangle + \left\langle 2 A_c k_a m(t) \cos^2(\omega_c t) \right\rangle + \left\langle k_a^2 m^2(t) \cos^2(\omega_c t) \right\rangle$$

$$= \frac{A_c^2}{2} + A_c k_a \langle m(t) \rangle + A_c k_a \langle m(t) \cos(2\omega_c t) \rangle + \frac{k_a^2}{2} \langle m^2(t) \rangle + \frac{k_a^2}{2} \langle m^2(t) \cos(2\omega_c t) \rangle$$

Se $f_c >> B_m$ $\Rightarrow$ $\boxed{P_s = \langle s^2(t) \rangle = \frac{A_c^2}{2} + A_c k_a \langle m(t) \rangle + \frac{k_a^2}{2} \langle m^2(t) \rangle}$

Se $\langle m(t) \rangle = 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{P_s = \langle s^2(t) \rangle = \frac{A_c^2}{2} + \frac{k_a^2}{2} \langle m^2(t) \rangle}$ $\Rightarrow$ $\boxed{P_s = P_c + P_{bl}}$

$\boxed{P_c = \frac{A_c^2}{2}}$ Potência da portadora destacada

$\boxed{P_{bl} = \frac{k_a^2}{2} \langle m^2(t) \rangle}$ Potência das bandas laterais

Eficiência potencial do esquema AM

Eficiência potencial de um processo de modulação ⇨

$$\eta = \frac{\text{Parcela de } P_s \text{ que transporta informação}}{\text{Potência total do sinal modulado, } P_s} \times 100\%$$

$$s(t) = \underbrace{A_c \cos(\omega_c t)}_{\text{portadora destacada}} + \underbrace{A_c k_a m(t) \cos(\omega_c t)}_{\text{bandas laterais}}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$P_c = \frac{A_c^2}{2} \qquad P_{bl} = \frac{k_a^2}{2} P_m$$

Considerando que

$$\langle m(t) \rangle = 0 \quad \text{e} \quad f_c >> B_m$$

$$\Downarrow$$

$$P_s = \langle s^2(t) \rangle = P_c + P_{bl}$$

$$\boxed{\eta = \frac{P_{bl}}{P_c + P_{bl}} \times 100\%} \Rightarrow \boxed{\eta < 100\%}$$

$$\boxed{\mu = \frac{k_a m_p}{A_c}} \Rightarrow \boxed{\uparrow \mu \Rightarrow \uparrow \frac{P_{bl}}{P_c} \Rightarrow \uparrow \eta}$$

$$\lim_{\mu \to \infty} \eta = 100\%$$

Sinal AM para modulante tonal

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

$$\begin{aligned} s(t) &= \left[A_c + k_a m(t)\right]\cos(2\pi f_c t) \\ &= \left[A_c + k_a A_m \cos(2\pi f_m t)\right]\cos(2\pi f_c t) \\ &= A_c\left[1 + \mu\cos(2\pi f_m t)\right]\cos(2\pi f_c t) \end{aligned}$$

$$m_{p-} = m_{p+} = A_m,$$

$$\therefore,\ \mu = \mu_+ = \mu_- = \frac{k_a A_m}{A_c}$$

$$= A_c\cos(2\pi f_c t) + \frac{A_c\mu}{2}\cos\left[2\pi(f_c - f_m)t\right] + \frac{A_c\mu}{2}\cos\left[2\pi(f_c + f_m)t\right]$$

$$= A_c\cos(2\pi f_c t) + A_{bl}\cos\left[2\pi(f_c - f_m)t\right] + A_{bl}\cos\left[2\pi(f_c + f_m)t\right]$$

$$A_{bl} = \frac{\mu A_c}{2} \longrightarrow \boxed{\mu = \frac{2A_{bl}}{A_c}}$$

departamento de engenharia elétrica

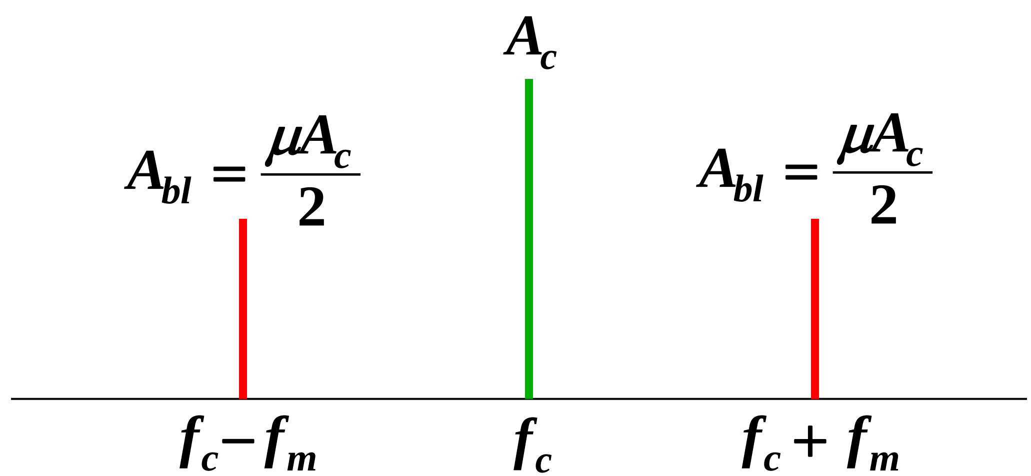
Sinal AM para modulante tonal

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + A_{bl} \cos\left[2\pi(f_c - f_m)t\right] + A_{bl} \cos\left[2\pi(f_c + f_m)t\right]$$

$$A_{bl} = \frac{\mu A_c}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mu = \frac{2A_{bl}}{A_c}}$$

Espectro <u>unilateral</u> de $s(t)$



Eficiência potencial da modulação tonal

$$m(t) = A_m \cos(\omega_m t) \quad \Rightarrow \quad P_m = \left\langle m^2(t) \right\rangle = \frac{A_m^2}{2}$$

$$\left.\begin{aligned} \eta &= \frac{P_{bl}}{P_c + P_{bl}} \times 100\% \\ P_{bl} &= \frac{k_a^2}{2} P_m = \frac{k_a^2 A_m^2}{4} = \frac{A_c^2 \mu^2}{4} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \eta = \frac{\mu^2}{2 + \mu^2} \times 100\%$$

$$\uparrow \mu \quad \Rightarrow \quad \uparrow \eta$$

$$\lim_{\mu \to \infty} \eta = 100\%$$

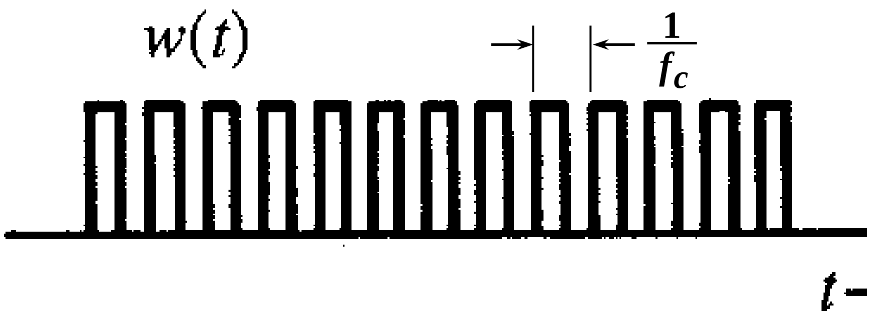
$$\mu \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \eta \leq 33\%$$

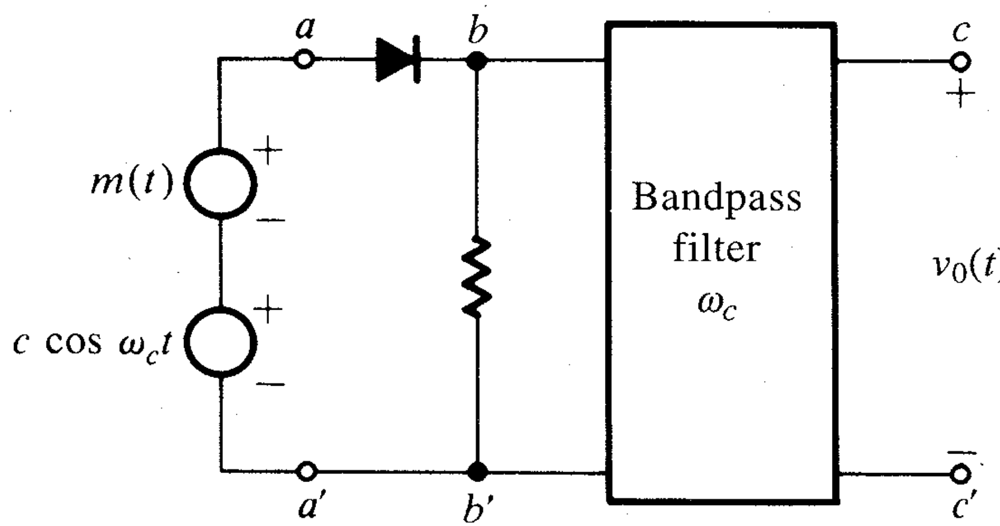
Para sinais modulantes práticos, $\eta \approx 25\%$ (ou menor) quando $\mu \approx 1$. Esta é a principal desvantagem da modulação AM.

Geração de Sinais AMs

Exemplo: modulador do tipo chaveado

$$v_{bb'}(t) \cong \left[c\cos(\omega_c t) + m(t)\right]w(t)$$

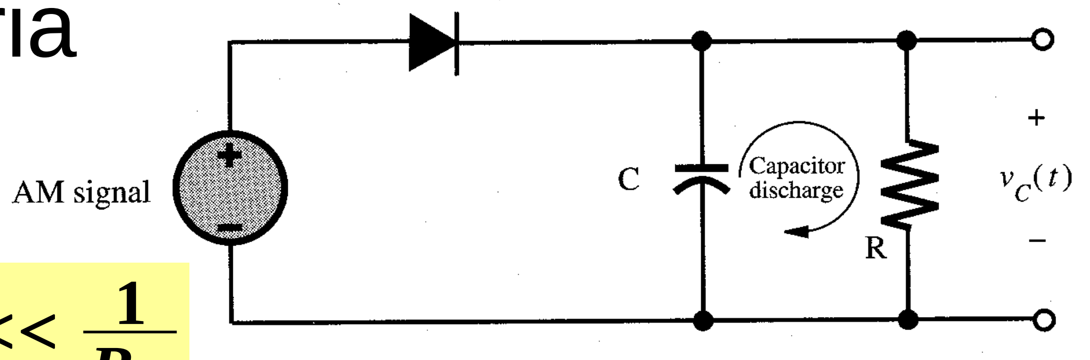




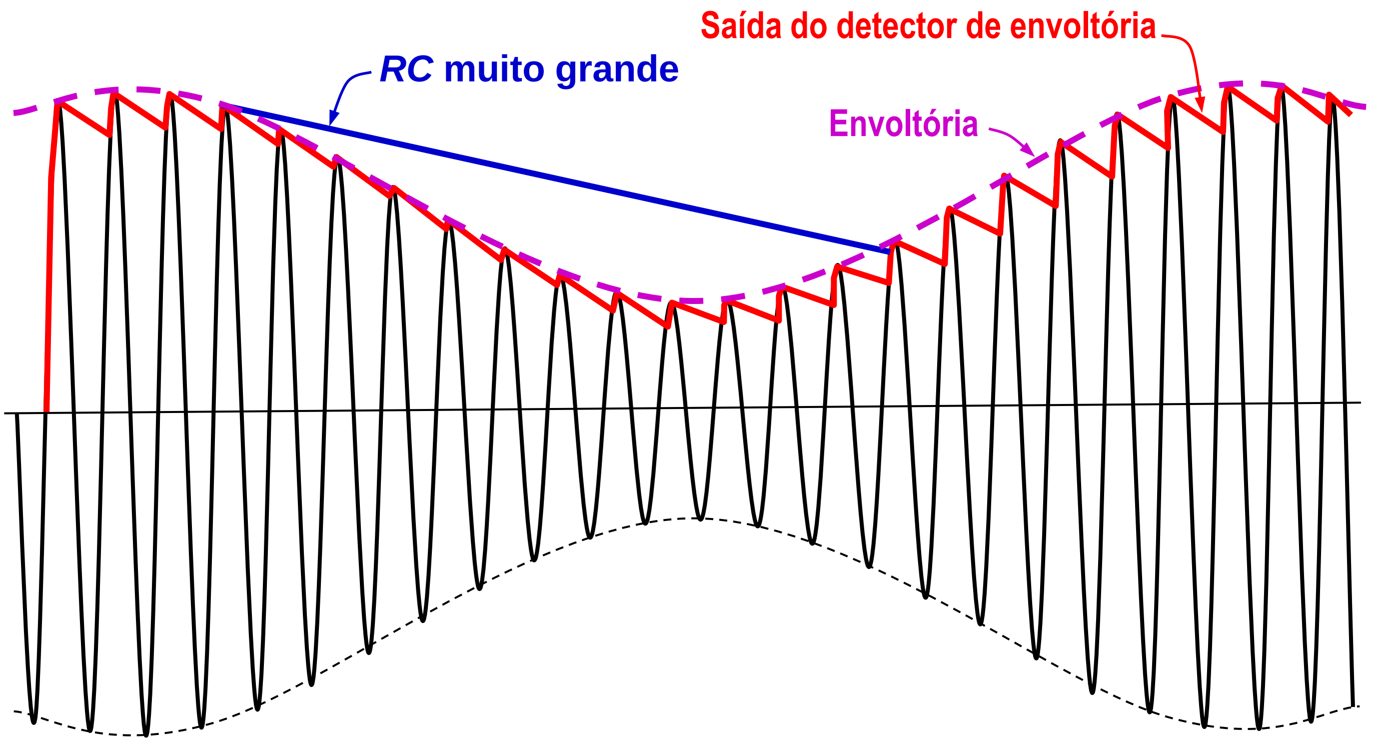
$$w(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\left[\cos(\omega_c t) - \frac{1}{3}\cos(3\omega_c t) + \frac{1}{5}\cos(5\omega_c t) - \ldots\right]$$

$$v_{bb'}(t) = \underbrace{\frac{c}{2}\cos(\omega_c t) + \frac{2}{\pi}m(t)\cos(\omega_c t)}_{\text{AM}} + \underbrace{\text{outros termos}}_{\substack{\text{eliminados pelo} \\ \text{filtro passa-faixa}}}$$

Detector de Envoltória



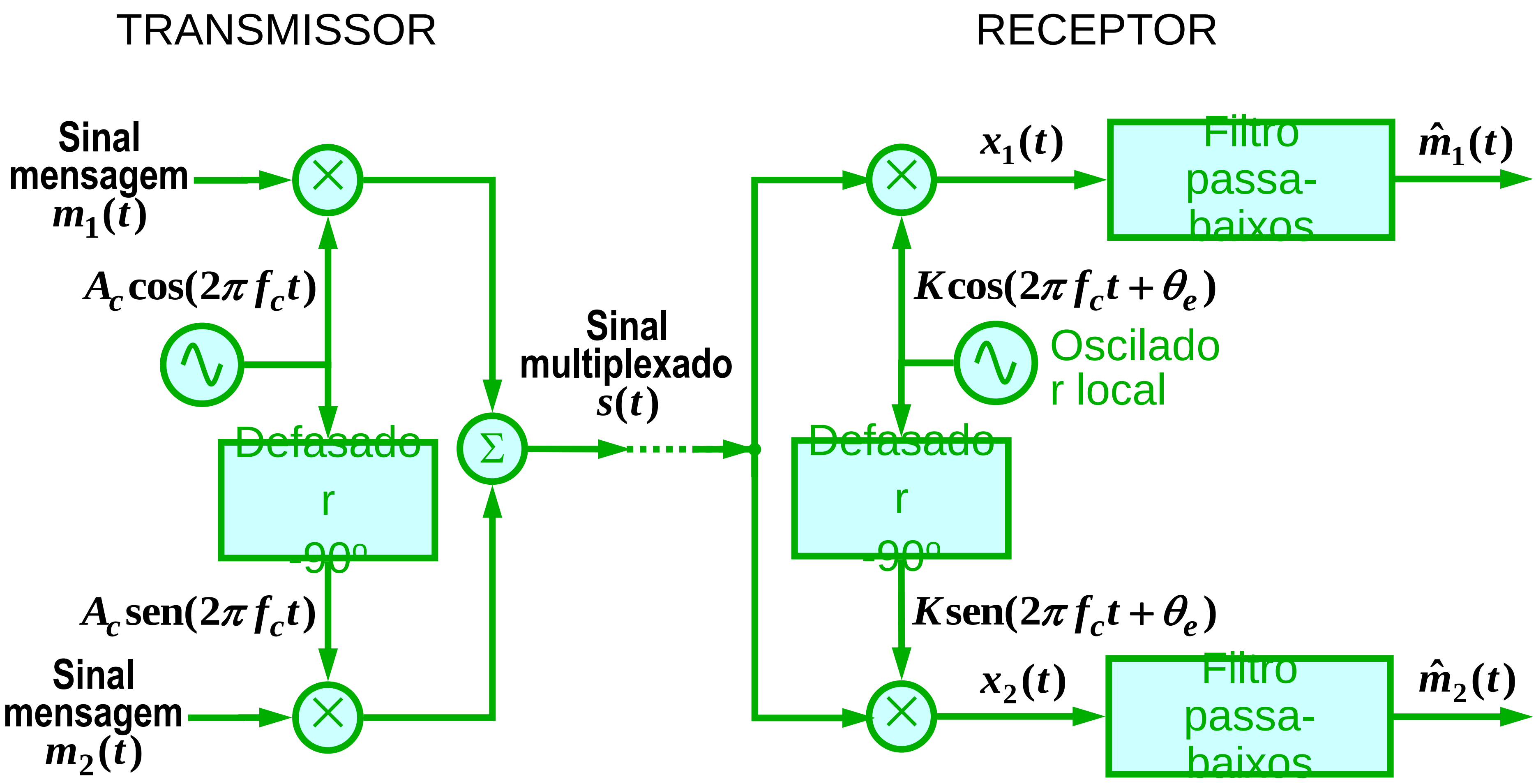
$$\frac{1}{f_c} << RC << \frac{1}{B_m}$$



MODULAÇÃO QAM
(QUADRATURE AMPLITUDE MODULATION)

departamento de engenharia elétrica

Multiplexação com portadoras em quadratura



Demodulação QAM 1/2

$$s(t) = A_c m_1(t)\cos(\omega_c t) + A_c m_2(t)\mathrm{sen}(\omega_c t)$$

$$\begin{aligned}
x_1(t) &= s(t)\,K\cos(\omega_c t + \theta_e) \\
&= \left[A_c m_1(t)\cos(\omega_c t) + A_c m_2(t)\mathrm{sen}(\omega_c t) \right] K\cos(\omega_c t + \theta_e) \\
&= \frac{KA_c}{2} m_1(t)\cos(\theta_e) + \frac{KA_c}{2} m_1(t)\cos(2\omega_c t + \theta_e) \\
&\quad - \frac{KA_c}{2} m_2(t)\mathrm{sen}(\theta_e) + \frac{KA_c}{2} m_2(t)\mathrm{sen}(2\omega_c t + \theta_e)
\end{aligned}$$

Eliminados pelos filtros PB

$$\hat{m}_1(t) = \frac{KA_c}{2} m_1(t)\cos(\theta_e) - \frac{KA_c}{2} m_2(t)\mathrm{sen}(\theta_e)$$

$$\hat{m}_1(t) = \frac{KA_c}{2} m_1(t)$$

Se $\theta_e = 0$, isto é, se o sincronismo de portadora é perfeito

Demodulação QAM 2/2

$$s(t) = A_c m_1(t)\cos(\omega_c t) + A_c m_2(t)\mathrm{sen}(\omega_c t)$$

$$\begin{aligned}
x_2(t) &= s(t)\,K\mathrm{sen}(\omega_c t+\theta_e) \\
&= \left[A_c m_1(t)\cos(\omega_c t)+A_c m_2(t)\mathrm{sen}(\omega_c t)\right]K\mathrm{sen}(\omega_c t+\theta_e) \\
&= \frac{KA_c}{2}m_1(t)\mathrm{sen}(\theta_e) + \frac{KA_c}{2}m_1(t)\mathrm{sen}(2\omega_c t+\theta_e) \\
&\quad + \frac{KA_c}{2}m_2(t)\cos(\theta_e) - \frac{KA_c}{2}m_2(t)\cos(2\omega_c t+\theta_e)
\end{aligned}$$

Eliminados pelos filtros PB

$$\hat{m}_2(t) = \frac{KA_c}{2}m_1(t)\mathrm{sen}(\theta_e) + \frac{KA_c}{2}m_2(t)\cos(\theta_e)$$

$$\hat{m}_2(t) = \frac{KA_c}{2}m_2(t)$$

Se $\theta_e = 0$, isto é, se o sincronismo de portadora é perfeito

departamento de engenharia elétrica

Interferência de co-canal em QAM

Na prática, θ_e é pequeno, mas não é zero, e varia aleatoriamente. Isso causa a distorção dos sinais-mensagens e a interferência de um sinal-mensagem sobre o outro (interferência de co-canal), uma vez que

$$\hat{m}_1(t) = \frac{KA_c}{2} m_1(t)\cos(\theta_e) - \frac{KA_c}{2} m_2(t)\mathrm{sen}(\theta_e)$$

$$\hat{m}_2(t) = \frac{KA_c}{2} m_2(t)\cos(\theta_e) + \frac{KA_c}{2} m_1(t)\mathrm{sen}(\theta_e)$$

A atenuação desigual da BLS e da BLI durante a transmissão também causa interferência de co-canal (ou *crosstalk*).

A multiplexação em quadratura é usada na televisão a cores para multiplexar os sinais de crominância. Nessa aplicação, o sincronismo é conseguido pela inserção periódica de uma rajada curta da onda portadora.