

107484 – Controle de Processos

Aula: Balanço de energia

Prof. Eduardo Stockler Tognetti

Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade de Brasília – UnB



1º Semestre 2015

- 1 Conceitos básicos
- 2 Balanço de energia

1ª Lei da Termodinâmica

A energia interna U de um sistema é a soma das energias cinéticas e das energias potenciais de todas as partículas que formam esse sistema e, como tal, é uma propriedade do sistema. Isto significa que qualquer variação ΔU na energia interna só depende do estado inicial e do estado final do sistema na transformação considerada.

$$\Delta U = Q - W$$

- *W representa a quantidade de energia associada ao trabalho do sistema sobre a vizinhança*
- *Q representa a quantidade de energia associada ao calor da vizinhança para o sistema*

Balanço de energia

- Baseado na lei de conservação de energia ou na 1ª Lei da Termodinâmica.

Elucida que a energia total transferida para um sistema é igual à variação de sua energia interna, ou seja, em todo processo natural, a energia do universo se conserva sendo que a energia do sistema quando isolado é constante. Observa-se também a equivalência entre trabalho e calor, onde constatou-se que a variação $Q - W$ é a mesma para todos os processos termodinâmicos.

Grandezas de um sistema (ex.: pressão, volume, temperatura, concentração etc):

Grandezas intensivas

Grandeza que não varia com o tamanho do sistema (grandezas específicas).

Grandezas extensivas

Valor depende da massa (tamanho) do sistema.

Estados de um sistema

Conjunto de propriedades (intensivas) num dado instante de tempo.

Sistema

- Sistema fechado \rightsquigarrow não há matéria atravessando as fronteiras enquanto o processo ocorre.
- Sistema aberto (volume de controle) \rightsquigarrow matéria atravessa continuamente as fronteiras.

Formas de energia

● **Energia:** capacidade de um sistema realizar trabalho ou produzir calor (1 J: erguer 100 g a 1 m; 1 cal: aquecer 1 °C 1 g).

Formas de energia

- 1 A primeira é a que o sistema apresenta num determinado estado (inicial ou final de um batelada ou das correntes que entram e saem de processos contínuos e semicontínuos) \rightsquigarrow **E : energia total de um sistema.**
- 2 A segunda envolve energias transferidas entre o sistema e as vizinhanças \rightsquigarrow **Q : calor; W : trabalho.**

Energia total de um sistema (E)

- 1 **Energia cinética (E_c):** devida ao movimento do sistema como um todo em relação à uma referência,

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

- 2 **Energia potencial (E_p):** devida à posição do sistema num campo potencial,

$$E_p = mgz$$

z : altura relativa à um plano de referência em que $E_p = 0$

- 3 **Energia interna (U):** devida ao movimento de interação entre os átomos e moléculas em relação ao centro de massa do sistema. Não pode ser medida. Obs.: Geralmente associada a temperatura, mas pode haver mudança da energia interna sem mudança de temperatura.

- Formas de *energia em trânsito*:

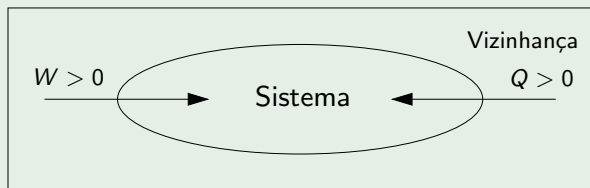
Energia transferida entre sistema e vizinhança

- 1 **Calor (Q)**: transferida em função de uma diferença de temperatura.
- 2 **Trabalho (W)**: transferida como resposta a qualquer força motriz (mecânica, elétrica ou de escoamento) que não seja a diferença de temperatura. Ex.: movimento de um pistão \rightsquigarrow trabalho realizado sobre o sistema ou sobre a vizinhança.

Observações:

- Q e W não podem ser armazenados. São energias transferidas (em movimento).
- Não há sentido em falar Q e W contido ou possuído por um sistema.

Convenção



- $Q > 0$: calor transferido pela vizinhança para o sistema
- $W > 0$: trabalho realizado pela vizinhança sobre o sistema

Formas que a energia pode entrar e sair de um sistema

① Taxa de calor (\dot{Q})

total de fluxo de calor para o sistema (condução ou radiação).

② Fluxo de energia acompanhando um fluxo de massa (\dot{E}):

Somatório das taxas das energias das correntes de massa que entram no sistema:

$$\dot{E} = \sum_i \dot{E}_i = \sum_i (\dot{U}_i + \dot{E}_{c_i} + \dot{E}_{p_i}), \quad \text{sendo } \dot{E}_{c_i} = \frac{1}{2} \dot{m} v^2, \quad \dot{E}_{p_i} = \dot{m} g z$$

Observações:

- \dot{U} , \dot{E}_c e \dot{E}_p são propriedades proporcionais a massa (propr. extensivas).
- Expressando de forma específica (propr. intensivas):

$$\dot{U} = \dot{m} \hat{U}, \quad \dot{E}_c = \dot{m} \hat{E}_c, \quad \dot{E}_p = \dot{m} \hat{E}_p, \quad \hat{E}_c = \frac{1}{2} v^2, \quad \hat{E}_p = g z$$
$$\dot{E} = \sum_i \dot{m}_i \hat{E}_i = \sum_i \dot{m}_i (\hat{U}_i + \hat{E}_{c_i} + \hat{E}_{p_i}) = \sum_i \dot{m}_i \left(\hat{U}_i + \frac{1}{2} v^2 + g z \right)$$

③ Trabalho (W)

Pode ser dividido em várias partes.

3.1 Trabalho do deslocamento das fronteiras (\dot{W}_d)

Trabalho resultante do movimento (deslocamento) das fronteiras do sistema

$$\dot{W}_d = -P \frac{dV}{dt}$$

P : pressão exercida pelo sistema nas suas fronteiras (assumido uniforme)

V : volume deslocado

● Em **sistemas abertos** trabalho é realizado sobre o sistema pela vizinhança para fazer a massa entrar e trabalho é realizado pelo sistema sobre as vizinhanças para massa que sai do sistema:

$$\dot{W} = \dot{W}_e + \dot{W}_f$$

3.2 Trabalho de eixo (\dot{W}_e)

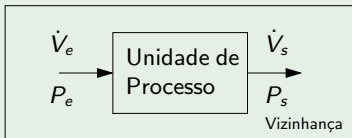
Trabalho realizado sobre ou pelo fluido por paredes móveis dentro do sistema (rotor de uma bomba, turbina, eixo de um sistema de agitação).

- Bomba: $\dot{W}_e > 0 \rightsquigarrow$ fluido recebe energia na forma de trabalho.
- Turbina: $\dot{W}_e < 0 \rightsquigarrow$ fluido perde energia.

Formas que a energia pode entrar e sair de um sistema

3.3 Trabalho de fluxo ou trabalho PV (\dot{W}_f)

Trabalho realizado sobre o fluido na entrada menos o trabalho pelo fluido na saída do sistema, ou seja, saldo líquido do trabalho realizado por um fluido dotado de pressão e volume.



- fluido que entra no sistema recebe trabalho do fluido que está logo atrás,

$$\dot{W}_{f_e} = P_e \dot{V}_e$$

- fluido que deixa o sistema realiza trabalho sobre as vizinhanças,

$$\dot{W}_{f_s} = P_s \dot{V}_s$$

- Portanto, fluxo líquido de trabalho realizado sobre o sistema:

$$\dot{W}_f = P_e \dot{V}_e - P_s \dot{V}_s = \underbrace{\sum_i P_i \dot{V}_i}_{\text{entra}} - \underbrace{\sum_j P_j \dot{V}_j}_{\text{sai}} = \underbrace{\sum_i \dot{m}_i P_i \hat{V}_i}_{\text{entra}} - \underbrace{\sum_j \dot{m}_j P_j \hat{V}_j}_{\text{sai}}$$

em que $\dot{V} = \dot{m} \hat{V}$

Trabalho para sistemas abertos

em resumo, desprezando-se o termo $-P \frac{dV}{dt}$, tem-se para sistemas com entrada e saída de matéria a seguinte expressão

$$\dot{W} = \underbrace{\sum_i \dot{m}_i P_i \hat{V}_i}_{\text{entra}} - \underbrace{\sum_j \dot{m}_j P_j \hat{V}_j}_{\text{sai}} + \underbrace{\dot{W}_e}_{\text{trabalho de eixo}}$$

1 Conceitos básicos

2 Balanço de energia

Balço de energia em sistemas fechados

Equação geral de balanço (balanço integral)

$$\boxed{\text{Acúmulo (E)}} = \boxed{\text{Entra (E)}} - \boxed{\text{Sai (E)}}$$

$$\Delta E = Q + W$$

em que o **acúmulo de energia no sistema** é

$$\Delta E = \Delta E_f - \Delta E_i = (U_f + E_{c_f} + E_{p_f}) - (U_i + E_{c_i} + E_{p_i})$$

Logo,

$$\Delta U + \Delta E_c + \Delta E_p = Q + W$$

Observação:

- Usualmente em processos químicos, assume-se

$$\Delta E_c \simeq 0 \quad \text{e} \quad \Delta E_p \simeq 0$$

Equação geral de balanço (balanço diferencial)

$$\boxed{\text{Taxa de acúmulo (E)}} = \boxed{\text{Taxa entrada (E)}} - \boxed{\text{Taxa saída (E)}}$$

- Taxa de acúmulo de energia no sistema

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt}$$

- Taxa de entrada - taxa de saída

$$\begin{aligned} \dot{Q} + \dot{W} + \underbrace{\sum_i \dot{E}_i}_{\text{entrada}} - \underbrace{\sum_j \dot{E}_j}_{\text{saída}} &= \dot{Q} + \dot{W}_e \\ + \underbrace{\sum_i \dot{m}_i (\hat{U}_i + \hat{E}_{c_i} + \hat{E}_{p_i}) + \sum_i \dot{m}_i P_i \hat{V}_i}_{\text{entrada}} - \underbrace{\sum_j \dot{m}_j (\hat{U}_j + \hat{E}_{c_j} + \hat{E}_{p_j}) - \sum_i \dot{m}_j P_j \hat{V}_j}_{\text{saída}} \end{aligned}$$

Equação geral de balanço (balanço diferencial)

• Logo,

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} = \dot{Q} + \dot{W}_e$$
$$+ \underbrace{\sum_i \dot{m}_i (\hat{U}_i + P_i \hat{V}_i + \hat{E}_{c_i} + \hat{E}_{p_i})}_{\text{entrada}} - \underbrace{\sum_j \dot{m}_j (\hat{U}_j + P_j \hat{V}_j + \hat{E}_{c_j} + \hat{E}_{p_j})}_{\text{saída}}$$

Entalpia (H)

$$\hat{H} \triangleq \hat{U} + P\hat{V}$$

• Entalpia específica (\hat{H}): energia interna específica do fluido (\hat{U}) somada ao trabalho ($P\hat{V}$) necessário para que o fluido adentre ao sistema.

Balço de energia em sistemas abertos

Equação geral de balanço (balanço diferencial) – entalpia específica

$$\begin{aligned}\frac{dE}{dt} &= \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} = \dot{Q} + \dot{W}_e \\ &+ \underbrace{\sum_i \dot{m}_i (\hat{H}_i + \hat{E}_{c_i} + \hat{E}_{p_i})}_{\text{entrada}} - \underbrace{\sum_j \dot{m}_j (\hat{H}_j + \hat{E}_{c_j} + \hat{E}_{p_j})}_{\text{saída}} = \\ &= \dot{Q} + \dot{W}_e + \underbrace{\sum_i \dot{m}_i \left(\hat{H}_i + \frac{v_i^2}{2} + gz_i \right)}_{\text{entrada}} - \underbrace{\sum_j \dot{m}_j \left(\hat{H}_j + \frac{v_j^2}{2} + gz_j \right)}_{\text{saída}}\end{aligned}$$

Forma simplificada

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} = \dot{Q} + \dot{W}_e - \Delta \dot{H} - \Delta \dot{E}_c - \Delta \dot{E}_p$$

em que Δ significa (“saída” – “entrada”).

Em regime permanente

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} = 0$$

Então,

$$\Delta \dot{H} + \Delta \dot{E}_c + \Delta \dot{E}_p = \dot{Q} + \dot{W}_e$$

em que Δ significa (“saída” – “entrada”).

Entalpia

Considere um fluido constituído de um único componente (ex.: água). A entalpia é função de sua temperatura e pressão,

$$\hat{H} \triangleq \hat{H}(T, P)$$

então

$$d\hat{H} = \underbrace{\left(\frac{\partial \hat{H}}{\partial T}\right)_{P_{cte}}}_{\triangleq c_p} dT + \left(\frac{\partial \hat{H}}{\partial P}\right)_{T_{cte}} dP$$

↪ c_p : capacidade calorífica à pressão constante

● Para líquidos e sólidos em geral,

$$\left(\frac{\partial \hat{H}}{\partial P}\right)_{T_{cte}} \simeq 0$$

Entalpia

- Então,

$$\frac{d\hat{H}}{dt} = c_p \frac{dT}{dt}$$

- Para o caso em que c_p é contante com a temperatura ($c_p(T) = c_p$),

$$\Delta\hat{H} = c_p\Delta T$$

$$\hat{H} - \hat{H}_{ref} = c_p(T - T_{ref})$$

- Em que \hat{H}_{ref} é a entalpia específica em um estado de referência (T_{ref}, P_{ref}). Usualmente adota-se $T_{ref} = 0\text{ K} \rightsquigarrow \hat{H}_{ref} = 0$,

$$H = mc_p T, \quad \dot{H} = \dot{m}c_p T, \quad \hat{H} = c_p T$$

Balço de energia em sistemas abertos

Simplificações comumente adotadas em processos contínuos

- Variação das energias nos fluxos de massa não contribuem significativamente para $\Delta T(t)$

$$\Delta \dot{E}_c \simeq 0, \quad \Delta \dot{E}_p \simeq 0$$

- Sistema com agitação \rightsquigarrow trabalho de eixo desprezível

$$\dot{W}_e \simeq 0$$

- Sistema não se move

$$\frac{dE_c}{dt} = 0, \quad \frac{dE_p}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{dU}{dt}$$

$$\frac{d\hat{U}}{dT} = c_v T \Rightarrow \frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(c_v m T), \quad c_v(T) = c_v$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(c_v m T) = \sum_{i: \text{entrada}} \rho_i f_i \hat{H}_i - \sum_{j: \text{saída}} \rho_j f_j \hat{H}_j + \dot{Q}, \quad \begin{cases} \hat{H}_i = c_p T_i \\ \hat{H}_j = c_p T_j \end{cases}$$

- Sistemas líquidos: $c_p \simeq c_v$ ($P\hat{V} \ll \hat{U} \rightsquigarrow \Delta\hat{H} \simeq \Delta\hat{U}$)

Exemplo: Tanque com aquecimento

Considere um tanque com uma corrente de entrada e uma de saída e com aquecimento interno:

$$\frac{d}{dt}(\rho V(t) c_p T(t)) = \rho f_e(t) c_p T_e(t) - \rho f_s(t) c_p T_s(t) + \dot{Q}(t)$$

$$\rho A c_p \frac{d}{dt}(h(t) T(t)) = \rho f_e(t) c_p T_e(t) - \rho f_s(t) c_p T_s(t) + \dot{Q}(t)$$

$$\frac{d}{dt}(h(t) T(t)) = f_e(t) T_e(t) - f_s(t) T_s(t) + \frac{\dot{Q}(t)}{\rho c_p}$$

Taxa de transferência de calor (\dot{Q})

- Transferência de calor por condução para um processo de temperatura T

$$\dot{Q} = kA_t \left| \frac{\partial T}{\partial x} \right| \simeq UA_t(T_1 - T) = \hat{U} \Delta T$$

k : condutividade térmica do material

U : coeficiente de transferência de calor total

\hat{U} : condutância térmica

A_t : área de transferência de calor

$T_1(t)$: temperatura do material que transfere calor

- Observação: é possível também considerar o balanço de energia no elemento (ex.: resistência elétrica, serpentina de vapor etc) que transfere calor ao sistema através de uma superfície (parede).