

# 107484 – Controle de Processos

Aula: Projeto PID via Lugar das Raízes

Prof. Eduardo Stockler Tognetti

Departamento de Engenharia Elétrica  
Universidade de Brasília – UnB



1º Semestre 2015

# Projeto de controladores PID

## Possibilidades

- Tentativa e erro (ajuste manual)
- Métodos de sintonia (Ziegler-Nichols, CHR, Cohen e Coon, ...)
- **Lugar das raízes**
- Outros (alocação de pólos, domínio da frequência, espaço de estados, IMC)

## Especificações

- **Especificações no tempo:** erro de regime,  $M_p$ ,  $t_r$ ,  $t_s$ , razão de declínio
- IAE, ISE, ITAE

## Tipo de controlador e planta

- Controlador P, **PI**, PD e PID
- Plantas de 1a, 2a e ordens superiores
- Plantas com ou sem atraso (tempo morto)

# Projeto de controladores PID

## Projeto de Controladores PID

- 1 Características da planta
- 2 Especificações de desempenho
- 3 Estrutura do controlador (P, PI, PID)
- 4 Técnica de projeto

## Exemplo de Projeto

- Sistema de 2a ordem
- Especificações no domínio do tempo (resposta transitória)
- Projeto via lugar das raízes

## Exemplo de Projeto via Lugar das Raízes

## Sistema de 2a ordem

$$G(s) = \frac{1}{(s+2)(s+8)} \quad (1)$$

Especificações:

- E1 Erro em regime ( $e_{ss}$ ) nulo (degrau)
- E2 Erro em regime ( $e_{ss}$ )  $< 25\%$  (rampa)
- E3 Sobre-sinal  $M_p < 5\%$  (degrau)
- E4 Tempo acomodação  $t_s < 1.5$  seg. (critério 2%) (degrau)

## Controlador

- E1 Controlador PI (tipo 0  $\rightsquigarrow$  tipo 1)

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = K_c \frac{1 + T_i s}{T_i s} \quad (2)$$

- E2 Sistemas tipo 1:  $e_{ss} = 1/K_v$ ,  $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) G(s) > 1/0.25 \Rightarrow \frac{K_c}{T_i} > 64$

## Exemplo de Projeto

## Controlador

E3  $M_p < 0.05$

$$M_p = e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\pi} < 0.05 \Rightarrow \xi > 0.69 \quad (3)$$

E4  $t_s < 1.5 \text{ seg.}$

$$t_s = 4\tau = \frac{4}{\sigma} = \frac{4}{\xi\omega_n} < 1.5 \Rightarrow \xi\omega_n > 2.66 \quad (4)$$

## Estabilidade

Sistema em malha fechada

$$G_{MF}(s) = \frac{K_C(1/T_i + s)}{s^3 + 10s^2 + (16 + K_C)s + K_C/T_i} \quad (5)$$

Critério de Routh

$s^3$	1	$16 + K_C$
$s^2$	10	$K_C/T_i$
$s^0$	$c_3$	
$s^0$	$K_C/T_i$	

$$c_3 = \frac{10(16 + K_C) - K_C/T_i}{10} > 0$$

$$\frac{K_C}{T_i} < 160 + 10K_C, \quad \frac{K_C}{T_i} > 0 \quad (6)$$

## Exemplo de Projeto

## Sistema em malha aberta

$$G_{MA}(s) = K_c \frac{1/T_i + s}{s} \frac{1}{(s+2)(s+8)} \quad (7)$$

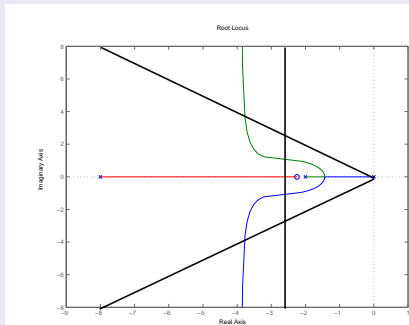
- Escolha do zero do controlador  $\rightsquigarrow$  sist. 2a ordem subamortecido aproximado?
- Lugar das raízes  $\Rightarrow -8 \leq z_c \leq -2$

- Assíntotas (lugar das raízes):

$$\phi = \pm 90^\circ \quad (8)$$

$$\sigma = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{n - m} < -2.66 \quad (\text{E4}) \quad (9)$$

$$\Rightarrow -4.68 \leq z_c \leq -2 \quad (10)$$



## Exemplo de Projeto

## Sistema em malha aberta

Escolhendo  $T_i = 1/2$  ( $z_c = -2$ ),

$$G_{MA}(s) = \frac{K_c}{s(s+8)}, \quad G_{MF}(s) = \frac{K_c}{s^2 + 8s + K_c} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (11)$$

$$2\xi\omega_n = 8 \Rightarrow \xi\omega_n = 4 \quad (\text{E4 ok}) \quad (12)$$

$$\omega_n = \sqrt{K_c}, \quad 1 > \xi = \frac{4}{\sqrt{K_c}} > 0.69 \Rightarrow 16 \leq K_c \leq 33.6 \quad (\text{E3}) \quad (13)$$

## Controlador

Para  $T_i = 1/2$ , (E2)  $\rightsquigarrow K_c > 32$ , portanto escolheu-se

$$K_c = 33 \quad (\text{E2, E3 ok}) \quad (14)$$

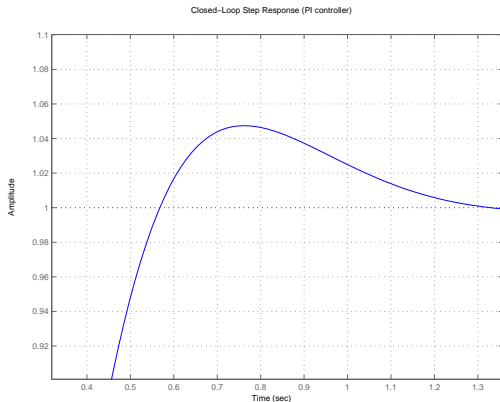
## Exemplo de Projeto

## Código Matlab:

```

% Planta
Kp=1;
p1=8; p2=2;
G=tf(Kp,[1 p1+p2 p1*p2]);
% Controlador PI
Kc = 33; Ti= 1/2;
PI=tf([Kc*Ti Kc],[Ti 0]);
% Sistema em MA e MF
Gma = series(PI,G);
rlocus(Gma);
Gmf = feedback(Gma,1);
step(Gmf);

```

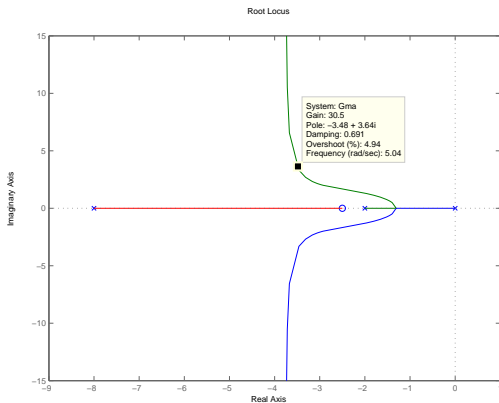


Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada.



## Exemplo de Projeto

Escolha diferente do zero do controlador:  $Ti = 0.4$  ( $z_c = -2.5$ )



Lugar das raízes.

↪ Sistema de 3a. ordem.