

Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade de Tecnologia - FT  
Engenharia de Controle e Automação

# Identificação de Processo de Nível de Líquidos de Fase Não Mínima

Autor: Matheus Cruz Crestani  
Orientador: Prof. Adolfo Bauchspiess

Brasília, DF

2017



**ENGENHARIA  
MECATRÔNICA**  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

Matheus Cruz Crestani

# **Identificação de Processo de Nível de Líquidos de Fase Não Mínima**

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia de Controle e Automação) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Engenheiro de Controle e Automação.

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade de Tecnologia - FT

Orientador: Prof. Adolfo Bauchspiess

Coorientador: Prof. Eduardo Stockler Tognetti

Brasília, DF

2017

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

CRESTANI, MATHEUS CRUZ

Identificação de Processo de Nível de Líquidos de Fase Não Mínima [Distrito Federal]  
Brasília, DF, 2017.

ix, 79p, 210 x 297 mm (FT/UnB, Engenheiro, Controle e Automação, 2017)

Trabalho de Graduação – Universidade de Brasília - UnB

Faculdade de Tecnologia - FT - Departamento de Engenharia Elétrica,

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| 1. Identificação.     | 2. MIMO.              |
| 3. Planta Industrial. | 4. Controle de Nível. |
| 5. Desacopladores.    | 6. Escoamento.        |
| I. ENE/FT/UnB         | II. Título(13)        |

## **REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA**

Crestani, M. C.(2017). Identificação de Processo de Nível de Líquidos de Fase Não Mínima. Trabalho de Graduação em Engenharia de Controle e Automação, Publicação TG-067/2017, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 79p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Matheus Cruz Crestani

TÍTULO: Identificação de Processo de Nível de Líquidos de Fase Não Mínima.

GRAU: Engenheiro ANO: 2017

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta trabalho de graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa trabalho de graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Matheus Cruz Crestani

Departamento de Eng. Elétrica (ENE) - FT

Universidade de Brasília (UnB)

Campus Darcy Ribeiro

CEP 70919-970 - Brasília - DF - Brasil

Matheus Cruz Crestani

## **Identificação de Processo de Nível de Líquidos de Fase Não Mínima**

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia de Controle e Automação) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Engenheiro de Controle e Automação.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 06 de Julho de 2017:

---

Prof. Adolfo Bauchspiess  
Orientador

---

Prof. Eduardo Stockler Tognetti  
Co-orientador

---

Prof. Renato Borges  
Examinador Interno

Brasília, DF  
2017

## **Dedicatória**

*Dedico esse trabalho aos meus pais, Nelson e Aristina, que tanto me auxiliaram em toda minha vida.*

# Agradecimentos

Agradeço ao Professor Adolfo Bauchspiess pela enorme ajuda em meu trabalho, pela oportunidade em trabalhar com identificação de sistemas, por sua paciência e orientação. Agradeço ao Professor Eduardo Stockler Tognetti por compartilhar de sua experiência e por estar sempre disposto a solucionar minhas dúvidas. Agradeço também ao Professor Renato Borges por sua contribuição na banca avaliadora que permitiu melhorar meu trabalho. A Filipe Barcellos e Lucas Peixoto por me ajudarem nos estágios iniciais do meu trabalho permitindo conhecer com mais detalhes a planta industrial utilizada nesse estudo.

Agradeço a minha família, sobretudo aos meus pais, Nelson e Aristina, por todo apoio, carinho e paciência durante meu tempo na universidade. Por fim não poderia deixar de agradecer ao contribuinte brasileiro que por meio de seus impostos permitiu que eu tivesse a oportunidade de ingressar em uma universidade prestigiada e por consequência concluir esse trabalho.

# Resumo

Esse texto traz o trabalho de identificação em uma planta industrial de nível de líquidos de 4 tanques do Laboratório de Controle de Processos da Universidade de Brasília. Em um sistema de nível de líquidos composto por 4 tanques, duas bombas e uma instrumentação de uma planta industrial, será realizada a identificação de uma configuração MIMO de fase não mínima. A planta é ajustável de modo a ser possível realizar configurações de 1 a 4 tanques com acoplamento realizado por válvulas. O processo possui perdas de carga não desprezíveis e limitações críticas nos atuadores e sensores. Visando avaliar o comportamento do processo analisou-se o escoamento do fluido através de ensaios de enchimento e esvaziamento, resultando em modelos não lineares que foram propostos como uma alternativa aos tradicionais escoamentos laminar e turbulento. O processo foi identificado utilizando modelos lineares de função de transferência, primeiramente avaliados em função do ajuste dos dados de saída do processo e do modelo. Posteriormente um controle é apresentado projetado com o modelo linear identificado, o desempenho dos controle será utilizado como segunda avaliação para o modelo.

**Palavras-chaves:** Identificação. Nível de Líquidos. Escoamento. MIMO de Fase não Mínima. Controle.

# Abstract

This text present the system identification's work of the 4 tanks liquid level industrial plant located at University of Brasília's Laboratory Process Control. In a 4 liquid level system with 4 tanks, two pumps and industrial instrumentation, a identification of a MIMO non minimal phase will be performed. The plant can be adjusted to configure process with 1 to 4 tanks coupled by valves. The process load losses is not negligible and the actuators and sensors has critical limitations. In order to evaluate the process behavior the flow was analyzed with filling and emptying experiments, which resulted in models non linear models proposed as alternatives to the traditional turbulent and laminar models. The process was identified using transfer function models, firstly evaluated according to the data process and models output fitness. After a control system will be proposed designed using linear models, the performance will be a second model evaluation.

**Key-words:** Process Identification. Liquid Level. Flow. Non minimal Phase MIMO. Control.



# Lista de ilustrações

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Representação Geral do Sistema. . . . .                                      | 3  |
| Figura 2 – Planta Industrial de 4 Tanques DCNV4T e Representação Esquemática. . . . .   | 4  |
| Figura 3 – Válvulas Esfera Manuais. . . . .   | 5  |
| Figura 4 – Válvulas Motorizadas . . . . .   | 6  |
| Figura 5 – Sensor de Nível (SITRON, 2016). . . . .                                      | 7  |
| Figura 6 – Transmissão por corrente Passivo (SITRON, 2016). . . . .                     | 8  |
| Figura 7 – Bomba GRUNDFOS e Motor WEG acoplados (TAVARES; OLIVEIRA, 2015). . . . .      | 8  |
| Figura 8 – Inversores de Frequência . . . . .   | 9  |
| Figura 9 – Alterações no Acoplamento de Tanques. . . . .                                | 10 |
| Figura 10 – Representação Esquemática da Planta. . . . .                                | 11 |
| Figura 11 – Alterações na medição dos sensores com o Acoplamento de Tanques. . . . .    | 11 |
| Figura 12 – LGR de $G(s)$ e $H(s)$ . . . . .  | 13 |
| Figura 13 – Diagramas de Ganho e Fase de $G(s)$ e $H(s)$ . . . . .                      | 14 |
| Figura 14 – Resposta ao degrau de $G(s)$ e $H(s)$ . . . . .                             | 14 |
| Figura 15 – Representação Esquemática dos Processo. . . . .                             | 15 |
| Figura 16 – Sistema de primeira ordem submetido a degrau unitário . . .                 | 18 |
| Figura 17 – Sistema de primeira ordem submetido a degrau unitário . . .                 | 19 |
| Figura 18 – Estimaco estocstica de parmetros. . . . .                                | 20 |
| Figura 19 – Rudo Branco. . . . .   | 21 |
| Figura 20 – Sinal PRBS. . . . .   | 22 |
| Figura 21 – Sinal PRBS Multilevel. . . . .  | 22 |
| Figura 22 – Interface Grfica da Toolbox de Identificaco. . . . .                      | 23 |
| Figura 23 – Sinais de entrada e Sada da configuraco de dois tanques. .                | 26 |
| Figura 24 – Sinais de entrada e sada da configuraco de quatro tanques.                | 27 |
| Figura 25 – Esquemaco da Configuraco de 2 tanques em cascata. . . .                   | 28 |
| Figura 26 – Ajuste dos modelos obtidos para o processo de 2 tanques em cascata. . . . . | 29 |
| Figura 27 – Esquemaco da Configuraco de 4 tanques em cascata. . . .                   | 30 |
| Figura 28 – Ajuste dos modelos obtidos para o processo de 4 tanques em cascata. . . . . | 31 |
| Figura 29 – Tanque em regime (BRUNETTI, 2007) . . . . .                                 | 32 |
| Figura 30 – Processo de 4 Tanques (JOHANSSON, 2000) . . . . .                           | 35 |
| Figura 31 – Conexo das Bombas com os Tanques. . . . .                                  | 40 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 32 – Diagrama de Blocos da Coleta de Dados . . . . .   | 43 |
| Figura 33 – Ruído observado aplicando sinal de 0 a 10%. . . . .   | 44 |
| Figura 34 – Comportamento Oscilatório. . . . .  | 46 |
| Figura 35 – Sinais de Entrada e Saída do Processo . . . . .   | 48 |
| Figura 36 – Estrutura do Modelo Linear. . . . .   | 49 |
| Figura 37 – Curvas de Nível de Líquido do Tanque 03 e Modelos Lineares. . . . .                             | 52 |
| Figura 38 – Curvas de Nível de Líquido do Tanque 04 e Modelos Lineares. . . . .                             | 52 |
| Figura 39 – Algoritmo para obtenção dos Parâmetros do Modelo. . . . .                                       | 53 |
| Figura 40 – Curvas de Esvaziamento dos Tanques. . . . .   | 55 |
| Figura 41 – Curvas de Esvaziamento do Tanque 01 e 02 utilizando modelo<br>turbulento. . . . .               | 55 |
| Figura 42 – Curva de Esvaziamento do Tanque 03 e 04 utilizando modelo<br>exponencial com constante. . . . . | 56 |
| Figura 43 – Interface Gráfica da Ferramenta PID Tuning. . . . .   | 60 |
| Figura 44 – Malha Fechada em Simulação no Simulink com controles PI. . . . .                                | 61 |
| Figura 45 – Simulação do Controle PI. . . . .   | 62 |
| Figura 46 – Malha Fechada com Desacopladores em Simulação no Simu-<br>link com controles PI. . . . .        | 64 |
| Figura 47 – Simulação do Controle PI Sem Limitação dos Inversores. . . . .                                  | 65 |
| Figura 48 – Curvas de Nível no Controle Com e Sem Desacopladores. . . . .                                   | 66 |
| Figura 49 – Simulação do Controle PI com Limitação dos Inversores. . . . .                                  | 66 |
| Figura 50 – Curvas de Nível no Controle Com e Sem Limitação dos Inver-<br>sores . . . . .                   | 67 |
| Figura 51 – Experimento Controle PI no processo real. . . . .   | 68 |
| Figura 52 – Curvas de Nível no Controle Simulado e Aplicado no Processo<br>Real. . . . .                    | 69 |
| Figura 53 – Curvas de Nivel do Processo e do Modelo no Controle. . . . .                                    | 70 |

# Lista de tabelas

|  |    |
|--|----|
| Tabela I – Válvulas, sensores e atuadores. . . . .   | 4  |
| Tabela II – Válvulas Manuais. . . . .  | 6  |
| Tabela III – Válvulas Motorizadas. . . . .   | 6  |
| Tabela IV – Sensores de Nível. . . . .   | 8  |
| Tabela V – Especificações do conjunto Motor-Bomba. . . . .   | 9  |
| Tabela VI – Inversores de Frequência. . . . .  | 10 |
| Tabela VII – Experimento do Processo com Configuração de 2 tanques . .   | 26 |
| Tabela VIII – Experimento do Processo com Configuração de 4 tanques . .  | 26 |
| Tabela IX – Modelos e Ajuste obtidos pela identificação do processo de<br>nível com 2 e 4 tanques . . . . .    | 31 |
| Tabela X – Modelos de Escoamento. . . . .  | 39 |
| Tabela XI – Sinal Aplicado nas Bombas. . . . .   | 47 |
| Tabela XII – Ajuste para cada Modelo. . . . .  | 50 |
| Tabela XIII – Dinâmicas de Escoamento. . . . .   | 56 |
| Tabela XIV – Características dos Controles Projetados. . . . .   | 61 |
| Tabela XV – Indicador de desempenho para a malha de controle. . . . .  | 63 |
| Tabela XVI – Indicador de desempenho para a malha de controle com de-<br>sacopladores. . . . .                 | 65 |
| Tabela XVII – Indicador de desempenho para a malha de controle conside-<br>rando limitação do atuador. . . . . | 67 |
| Tabela XVIII – Indicador de desempenho para a malha de controle no pro-<br>cesso real. . . . .                 | 69 |

# Lista de abreviaturas e siglas

|        |   |
|--------|---|
| DCNV4T | Planta Didática de Nível de Líquido de 4 Tanques                    |
| MIMO   | Multiple Input Multiple Output                                      |
| P      | Proporcional  |
| PD     | Proporcional Derivativo   |
| PI     | Proporcional Integral   |
| PID    | Proporcional Integral Derivativo                                    |
| EQM    | Erro Quadrático Médio   |
| OPC    | OLE for Process Control   |
| Ident  | Identification Systems Toolbox                                      |
| PRBS   | Pseudorandom Binary Sequence  |
| CLP    | Controlador Lógico Programável                                      |
| ARX    | Autoregressivo com entradas exógenas                                |
| ARMAX  | Autoregressivo média movel com entradas exógenas                    |
| ARIX   | Autoregressivo com entradas exógenas com canal integral             |
| ARIMAX | Autoregressivo média movel com entradas exógenas com canal integral |
| NARX   | Não linear Autoregressivo com entradas exógenas                     |
| ITSE   | Integral Time multiplied by the Squared Error                       |

# Lista de símbolos

|           |  |
|-----------|--|
| $F_G$     | Fator Gauge                                  |
| $\nu$     | Constante de Poison                          |
| $\rho$    | Resistividade Elétrica                       |
| $e$       | Tensão Mecânica                              |
| $Q$       | Vazão Volumétrica                            |
| $v$       | Velocidade do Fluido                         |
| $q_i$     | Vazão Volumétrica de Saída do Tanque “ $i$ ” |
| $h$       | Nível de Líquido                             |
| $V$       | Volume                                       |
| $K_l$     | Constante do Escoamento Laminar              |
| $K_t$     | Constante do Escoamento Turbulento           |
| $K_{tl}$  | Constante do Escoamento Turbulento-Laminar   |
| $R$       | Resistência fluidica                         |
| $C$       | Capacitância fluidica                        |
| $g$       | Aceleração Gravitacional                     |
| $K_{EP}$  | Ganho da Estrutura de Processo               |
| $F_{AP}$  | Fator de Atrito Localizado                   |
| $D$       | Diâmetro de um Duto                          |
| $L$       | Comprimento de um Duto                       |
| $h_p$     | Perda de Carga                               |
| $h_{LOC}$ | Perda de Carga Localizada                    |
| $h_N$     | Perda de Carga Normal                        |
| $Re$      | Número de Reynolds                           |

|            |   |
|------------|---|
| $N_s$      | Número de amostras  |
| $h_s$      | Nível do Tanque Superior  |
| $h_I$      | Nível do Tanque Inferior  |
| $p_B$      | Pressão de Saída da Bomba   |
| $q_{Bi}$   | Vazão Volumétrica de Entrada dos Tanques a partir das Bombas          |
| $P_i$      | Processo de $i$ Pólos Reais, $i \in [1, 3]$                           |
| $P_iZ$     | Processo de $i$ Pólos Reais com 1 Zero Real, $i \in [1, 3]$           |
| $P_iD$     | Processo de $i$ Pólos Reais com Atraso, $i \in [1, 3]$                |
| $P_iDZ$    | Processo de $i$ Pólos Reais com Atraso e um Zero, $i \in [1, 3]$      |
| $G_{TFij}$ | Função de Transferência com $i$ Pólo(s) e $j$ Zero(s), $i \in [1, 6]$ |

# Sumário

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>1</b>   | <b>INTRODUÇÃO</b>  | <b>1</b>  |
| <b>1.1</b> | <b>Contextualização</b>                                  | <b>1</b>  |
| <b>1.2</b> | <b>Descrição da Planta de 4 Tanques</b>                  | <b>3</b>  |
| 1.2.1      | Válvulas   | 5         |
| 1.2.1.1    | Válvulas Manuais   | 5         |
| 1.2.1.2    | Válvulas Motorizadas                                     | 5         |
| 1.2.2      | Sensores   | 6         |
| 1.2.2.1    | Sensor de Pressão(SP21)                                  | 7         |
| 1.2.3      | Motores e Bombas   | 8         |
| 1.2.4      | Inversores de Frequência                                 | 9         |
| <b>1.3</b> | <b>Alterações Realizadas na Planta</b>                   | <b>10</b> |
| <b>1.4</b> | <b>Sistemas de Fase Não Mínima</b>                       | <b>12</b> |
| 1.4.1      | Sistemas SISO de Fase Não Mínima                         | 12        |
| 1.4.2      | Processo MIMO de Fase não Mínima                         | 14        |
| <b>1.5</b> | <b>Identificação de Sistemas</b>                         | <b>15</b> |
| 1.5.1      | Categorias de Identificação                              | 16        |
| 1.5.1.1    | Modelagem Caixa-Branca                                   | 16        |
| 1.5.1.2    | Identificação Caixa-Preta                                | 17        |
| 1.5.1.3    | Identificação Caixa-Cinza                                | 17        |
| 1.5.2      | Estimação de Parâmetros                                  | 17        |
| 1.5.3      | Sinais de Identificação                                  | 20        |
| 1.5.3.1    | Ruído Branco   | 20        |
| 1.5.3.2    | PRBS   | 21        |
| 1.5.3.3    | PRBS Multilevel  | 21        |
| 1.5.4      | Toolbox de Identificação de Sistemas                     | 22        |
| 1.5.4.1    | Ident GUI  | 23        |
| 1.5.4.2    | Linha de Comando   | 23        |
| 1.5.4.3    | Modelos  | 24        |
| 1.5.4.4    | Função de Custo  | 24        |
| 1.5.5      | Exemplos de Identificação na Planta de Nível de Líquidos | 25        |
| 1.5.5.1    | Coleta de Dados do Processo de 2 tanques                 | 25        |
| 1.5.5.2    | Coleta de Dados do Processo de 4 tanques                 | 26        |
| 1.5.5.3    | Identificação  | 27        |
| 1.5.5.3.1  | Configuração de 2 Tanques                                | 27        |
| 1.5.5.3.2  | Configuração de 4 Tanques                                | 29        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>2</b> | <b>MODELAGEM</b>                              | <b>32</b> |
| 2.1      | Modelos Lineares                              | 32        |
| 2.2      | Equacionamento                                | 32        |
| 2.3      | Modelos Não Lineares                          | 34        |
| 2.4      | Sistemas de 4 Tanques MIMO de fase não mínima | 35        |
| <b>3</b> | <b>COLETA</b>                                 | <b>43</b> |
| 3.1      | Problemas associados a Coleta de Dados        | 44        |
| 3.1.1    | Ruídos  | 44        |
| 3.1.2    | Perturbações                                  | 45        |
| 3.1.3    | Restrições de Segurança                       | 45        |
| 3.1.4    | Não Linearidades                              | 45        |
| 3.1.5    | Saturação                                     | 45        |
| 3.1.6    | Vazão   | 45        |
| 3.1.7    | Perfil de Escoamento                          | 46        |
| 3.1.8    | Comportamento Oscilatório                     | 46        |
| 3.1.9    | Sinais de Identificação                       | 47        |
| <b>4</b> | <b>IDENTIFICAÇÃO</b>                          | <b>49</b> |
| 4.1      | Modelos Lineares                              | 49        |
| 4.2      | Metodologia                                   | 50        |
| 4.3      | Estimação de Parâmetros                       | 50        |
| 4.4      | Modelo não Linear                             | 52        |
| 4.5      | Metodologia                                   | 53        |
| 4.6      | Estimação de Parâmetros                       | 54        |
| <b>5</b> | <b>CONTROLE DO PROCESSO MIMO</b>              | <b>59</b> |
| 5.1      | Projeto de Controladores                      | 59        |
| 5.2      | Controle em Malha Fechada                     | 61        |
| <b>6</b> | <b>TRABALHOS FUTUROS</b>                      | <b>71</b> |
| <b>7</b> | <b>CONCLUSÕES</b>                             | <b>72</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS</b>                            | <b>74</b> |
| <b>8</b> | <b>ANEXOS</b>                                 | <b>76</b> |
| 8.1      | Modelagem da Dinâmica de Vazão da Bomba       | 76        |



# 1 Introdução

## 1.1 Contextualização

Em Processos Industriais, a manipulação de componentes líquidos é recorrente, reagentes armazenados a serem transferidos a tanques em quantidades predefinidas com alta acurácia de forma a gerar produtos de interesses; envazadoras depositam líquidos, antes armazenados em tanques em recipientes, posteriormente lacrados.

Muitos desses sistemas desempenham uma função importante em alguns processos produtivos que por sua vez é representativo na economia de alguns países. Plantas de nível de líquido são amplamente utilizados na indústria petroquímica em colunas de destilação (KISTER, 1992), farmacêutica em misturadores (PAUL; ATIEMO-OBENG; KRESTA, 2004) e alimentícia no armazenamento de líquidos (HELDMAN; LUND; SABLIOV, 2006), e muitos outros processos (IBARZ; BARBOSA-CANOVAS, 2002) que em sua totalidade respondem por uma parcela significativa de sua produção. Nesse cenário desperdícios devido a um controle podem comprometer o rendimento de uma empresa ou um maior qualidade pode destacá-la no mercado.

Na indústria petroquímica é um exemplo, diversas etapas são necessárias para obter compostos como eteno, propeno e poliestireno entre elas o transporte de fluídos e transferência de calor respondem por grande parte do processo (LONGO, 2003). Para isso o controle do processo é fundamental para atingir o objetivo de gerar produtos com menos tempo e de maior qualidade.

Uma vez tendo o maquinário de manuseio de fluídos, visa-se controlá-lo, o que implica na elaboração de um modelo para o processo. Esse modelo é restrito a determinadas características do sistema, muitas vezes avaliadas em função de variáveis de controle, para processos de líquidos podem ser nível, temperatura ou vazão. Demandas crescentes de eficiência e qualidade nesses processos passaram a forçar o surgimento de controladores mais sofisticados que atendam necessidades do mercado, impondo a necessidade de uma maior compreensão do sistema de interesse, o que implica em obter um modelo que melhor represente o processo.

Dado a importância desses sistemas, estuda-se no meio acadêmico os processos físicos envolvidos, formas de identificação (BERNARDES; MELO GUSTAVO A.F; BAUCHSPIESS, 2006), automação (MEDEIROS, 2016), instrumen-

tação e controle (BARCELLOS, 2016). Um exemplo de processos de nível de líquidos é o processo de 4 tanques (JOHANSSON, 2000), idéia explorada como um processo multivariável.

Trabalhar com uma planta real permite ter uma maior compreensão desse tipo de processo, algumas empresas fabricam processos de nível com esse fim. Esse processo pode ser estudado e submetido a testes por meio estruturas genéricas de nível de líquido, onde é possível estudar as variáveis normalmente presentes em sistemas industriais. Para isso algumas plantas didáticas podem ser utilizadas, além da instrumentação necessária para a sua identificação. A planta da empresa Didaticontrol, DCNV4T fornece uma estrutura de 4 tanques com duas bombas podendo ser configurada para sistemas diferentes ordens.

Essa planta possui sensores de nível e vazão em cada tanque, 2 bombas atuadas por intermédio de dois inversores de frequência, um para cada bomba. Um controlador lógico programável aciona os inversores, realiza coletas de dados dos sensores e realiza travamentos de segurança, como nível de líquido limite nos tanques. A planta pode ser ajustada de diversas formas por meio de 4 válvulas de acionamento elétrico e outras 4 válvulas manuais, o que permite ajustar o tanque para sistemas de diferentes ordens.

A flexibilidade de trabalhar com processos em diferentes configurações com uma mesma planta, dado o ajuste de válvulas, permite escolher um que melhor se ajuste aos modelos disponíveis para a representação do sistema. Esse relatório apresenta um estudo de uma configuração de 4 tanques, obtendo-se um sistema de fase não mínima, avaliando a adequação de modelos lineares, não linearidades envolvidas e limitações desses modelos para o sistema em questão. A análise será realizada primeiramente mediante ajuste das curvas obtidas dos modelos obtidos comparadas com os dados reais do processo. Posteriormente controles serão projetados utilizando os parâmetros identificados, o desempenho dos controles servirá como segunda avaliação para os modelos.

## 1.2 Descrição da Planta de 4 Tanques

A planta utilizada nesse trabalho é uma planta didática da empresa DIDATCONTROL. Nela há 4 tanques de mesmo tamanho, o fluido de trabalho é água adicionando também corante para facilitar a visualização do nível. A instrumentação, potência e comunicação com um computador externo são características de fábrica. O sistema utilizado é representada de forma simplificada na figura 1.

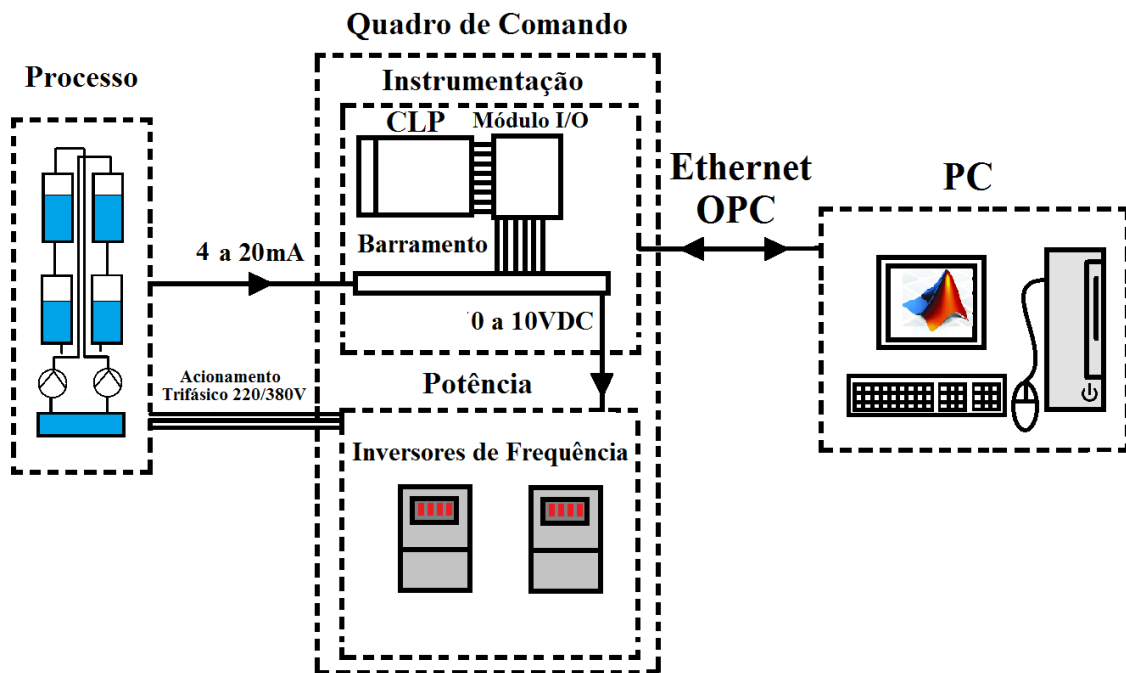


Figura 1 – Representação Geral do Sistema.

Na ilustração 1, há 3 blocos que representam o sistema, o processo de nível de líquidos, formado por tanques, sensores e atuadores é representado pelo bloco “Processo”, no bloco “Quadro de Comando”, formado por outros dois sub-blocos, “Instrumentação” que recebe sinais analógicos do processo e aciona no sub-bloco “Potência” que atua sobre os motores do processo, o “PC”, onde é possível programar o CLP, monitorar e controlar variáveis do processo. O processo, alvo de estudo desse trabalho, é representado de forma esquemática na figura 2.

O processo em questão é acionado via CLP programado em ladder, entretanto o controle ocorre por programas elaborados em diagramas de blocos no simulink, que se comunica com o CLP via OPC (FORCE, 1998). A instrumentação do processo encontra-se no painel mostrado na figura 1, nele os sensores são conectados em um barramento que por sua vez é ligado ao cartão de leitura analógica do CLP. O Acionamento dos motores trifásicos ocorre pela atuação

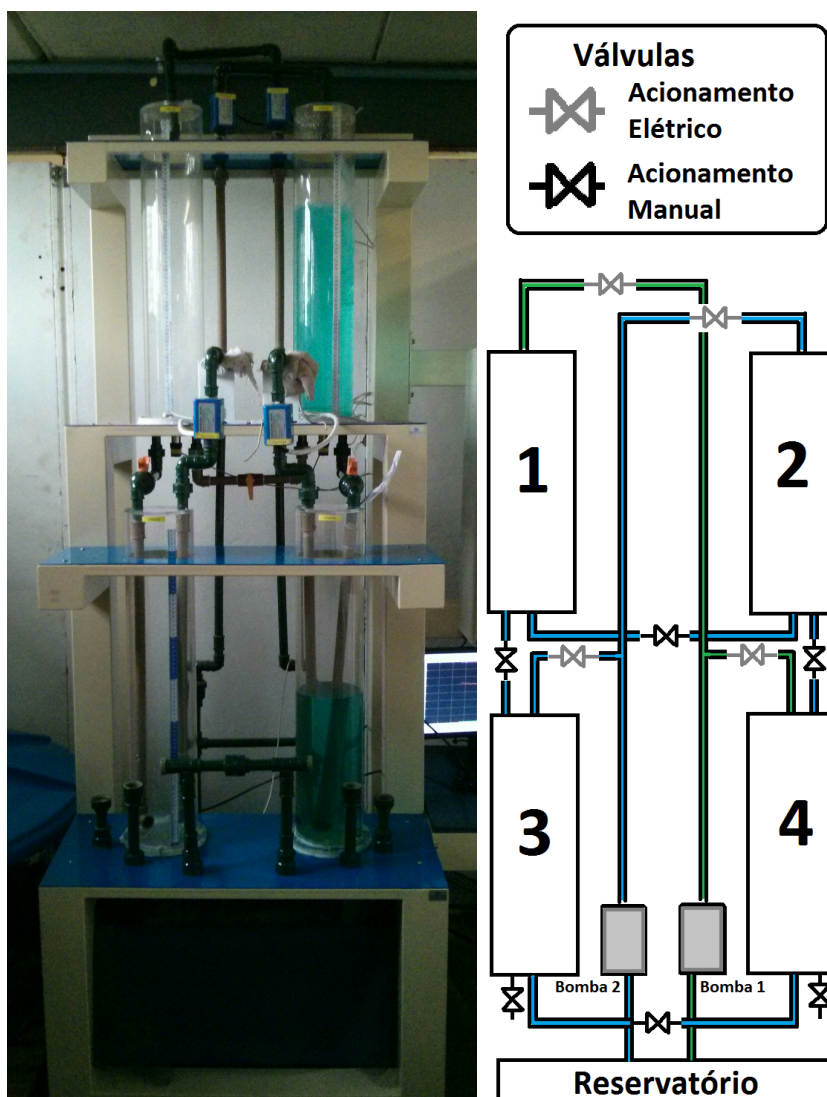


Figura 2 – Planta Industrial de 4 Tanques DCNV4T e Representação Esquemática.

de inversores de frequência que por sua vez é acionado pelo CLP. O processo estudado apresenta a relação de componentes da tabela I.

Tabela I – Válvulas, sensores e atuadores.

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| Válvulas Manuais Esféricas       | 6 |
| Válvulas de acionamento Elétrico | 4 |
| Sensores de Nível SP01           | 4 |
| Inversores de Frequência         | 2 |
| Bomba GRUNDFOS                   | 2 |
| Motor WEG                        | 2 |

## 1.2.1 Válvulas

Válvulas são componentes essenciais em processos industriais pois realizam parada, mistura e controle de vazão em tubulações. As válvulas realizam estrangulamento do fluxo podendo ser modeladas por uma resistência hidráulica. No processo há 2 tipos de válvulas: válvulas esféricas, de acionamento manual, e válvulas motorizadas, de acionamento elétrico.

### 1.2.1.1 Válvulas Manuais

As válvulas manuais utilizadas são do tipo esfera comumente presente em encanamento de casas e edifícios. As válvulas manuais realizam estrangulamento do fluxo são do tipo esfera, isto é, o fluxo é interrompida por uma esfera vasada. As válvulas manuais utilizadas e um esquemático podem ser vistas na figura 3.



Figura 3 – Válvulas Esfera Manuais.

Uma característica desejada dessas válvulas é a conservação do produto da Área da secção de abertura pela vazão do fluido (SPIRAXSARCO, 2016) como mostra a equação 1.1.

$$A_1.v_1 = A_2.v_2 \quad (1.1)$$

Entretanto ocorre para uma faixa entre 100% e 50% de abertura (TAVARES; OLIVEIRA, 2015). As especificações necessárias para esse trabalho são sintetizadas na tabela II.

### 1.2.1.2 Válvulas Motorizadas

Válvulas motorizadas possuem acionamento elétrico podendo ser controladas por um CLP. A válvula utilizada possui resolução de abertura de 1%.

Tabela II – Válvulas Manuais.

|            |          |
|------------|----------|
| Fabricante | TIGRE    |
| Conexões   | 25 - 3/4 |
| Tipo       | esfera   |

Diferentemente da válvula manual uma determinada abertura da válvula é facilmente repetida com boa resolução.



Figura 4 – Válvulas Motorizadas

As especificações da válvula relevantes para esse trabalho foram sintetizadas na tabela III.

Tabela III – Válvulas Motorizadas.

|                       |                 |
|-----------------------|-----------------|
| Modelo                | SR13G220032B1-E |
| Tipo                  | Duas Vias       |
| Tensão de Alimentação | 24 VDC          |
| Frequência            | 60 Hz           |
| Tempo de Abertura     | 65 s            |

### 1.2.2 Sensores

A planta possui dois tipos de sensores disponíveis em cada tanque: sensores de nível e sensores de vazão. Os sensores utilizados visam operarem em um ambiente industrial e portanto suscetível a ruído e perturbações.

## 1.2.2.1 Sensor de Pressão(SP21)

Os sensores de nível (SITRON, 2016) podem ser visto na figura 5. Configurado com transmissão de sinal por corrente elétrica visando maior robustez ao ruído e perturbações eletromagnéticas. O sensor é do tipo piezoresistivo em corpo de aço inox 316 com saída em pressão.



Figura 5 – Sensor de Nível (SITRON, 2016).

Sensores piezoresistivos operam como strain gauges (BENTLEY, 1995) alterando sua resistividade ao ser submetido uma tensão mecânica  $e$  conforme a equação 1.2.

$$F_G = 1 + 2\nu + \frac{1}{e} \frac{\Delta\rho}{\rho} \quad (1.2)$$

Em que  $F_G$  é o fator Gauge, normalmente próximo de 2,  $\nu$  é a razão de Poisson,  $\rho$  a resistividade do material, no caso um semicondutor e  $e$  a tensão mecânica. O sensor oferece suporte para 5 tipos de saída: tensão com conector M12 de configuração de 2 ou 3 fios, tensão de 0 a 5 V, por corrente com configuração de 2 fios passiva ou ativa. A transmissão de informação utilizada no processo ocorre por corrente em uma configuração passiva de dois fios como mostra a figura 6. A transmissão ocorre com sinais de 4 a 20 mA, faixa normalmente utilizada no ambiente industrial.

As especificações do sensor podem ser vistas na tabela IV.

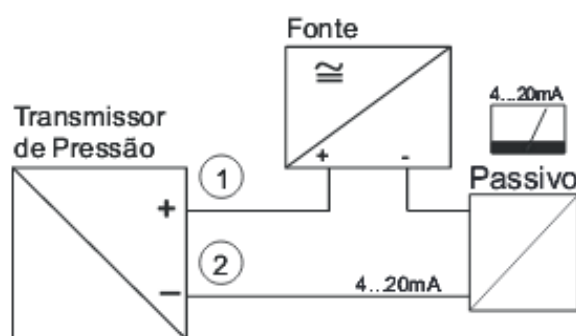


Figura 6 – Transmissão por corrente Passivo (SITRON, 2016).

Tabela IV – Sensores de Nível.

|                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| Fabricante            | Sitron                |
| Modelo                | SP01                  |
| Tensão de Alimentação | 24 VDC                |
| Proteção              | Inversão de Polariade |
| Tipo                  | Piezoresistivo        |

### 1.2.3 Motores e Bombas

Os motores trifásicos utilizados são da fabricante WEG. O motor é acoplado a bomba GRUNDFOS que por sua vez permite encher os tanques do processo. Os motores são acionados por inversores de frequência permitindo um controle de velocidade variando a frequência na saída do inversor. A bomba e o motor podem ser vistos acoplados na figura 7.



Figura 7 – Bomba GRUNDFOS e Motor WEG acoplados (TAVARES; OLIVEIRA, 2015).



As especificações da bomba e do motor relevantes para o trabalho foram sintetizados na tabela.

Tabela V – Especificações do conjunto Motor-Bomba.

| Motor      |             | Bomba      |                     |
|------------|-------------|------------|---------------------|
| Fabricante | WEG         | Fabricante | GRUNDFOS            |
| Modelo     | W48J        | Modelo     | SR – 5 – 25PT       |
| Potência   | 0,5 CV      | Potência   | 0,5 CV              |
| Tensão     | 220 – 380 V | Vazão      | 6 m <sup>3</sup> /h |
| Rotação    | 3500 RPM    | Rotação    | 3500 RPM            |

#### 1.2.4 Inversores de Frequência

Ao utilizar um motor trifásico necessita-se de um inversor de frequência para atuar no motor. Cada motor é acionado com um inversor permitindo frequências de 0 – 60 Hz correspondendo a 0 a 100%, com 100 valores possíveis de atuação com resolução de 1% (0,6 Hz), configuração "default"<sup>1</sup>. Os inversores ajustam valores internos associados a resistências do rotor do estador por meio de um auto tuning permitindo obter esses valores de modo a maximizar o desempenho do motor, essa opção é útil para compensar desgastes que ocorrem no motor com muito tempo em operação. A entrada do inversor de frequência é um valor de tensão de 0 a 10 V que aciona a saída em 0 a 60 Hz.



Figura 8 – Inversores de Frequência

<sup>1</sup> Após o término desse trabalho constatou-se que o inversor permite resoluções menores que 0,2% com a configuração P.05 do inversor.

As especificações relevantes para esse trabalho foram sintetizadas na tabela VI.

Tabela VI – Inversores de Frequência.

|                       |                           |
|-----------------------|---------------------------|
| Fabricante            | <i>DAKOL</i>              |
| Tensão de Alimentação | 220 V Monofásico          |
| Saída                 | 220 V Trifásico 0 – 60 Hz |
| Acionamento           | 0 – 10 V                  |

### 1.3 Alterações Realizadas na Planta

Originalmente o processo de nível de líquidos DCNV4T da Didaticontrol acoplava as bombas e os tanques superiores (tanques 1 e 2) aos tanques inferiores (tanques 3 e 4) de forma que a entrada do fluido nesses tanques ocorresse no topo do tanque como mostrado na figura 9.



Figura 9 – Alterações no Acoplamento de Tanques.

A configuração original tornava o processo susceptível a perturbações na medição de nível de líquido devido a queda de água, dificultando análise de ensaios realizados no processo uma vez que os sinais coletados eram afetados pelas perturbações. A representação esquemática de ambos os processos pode ser vista na figura 10.

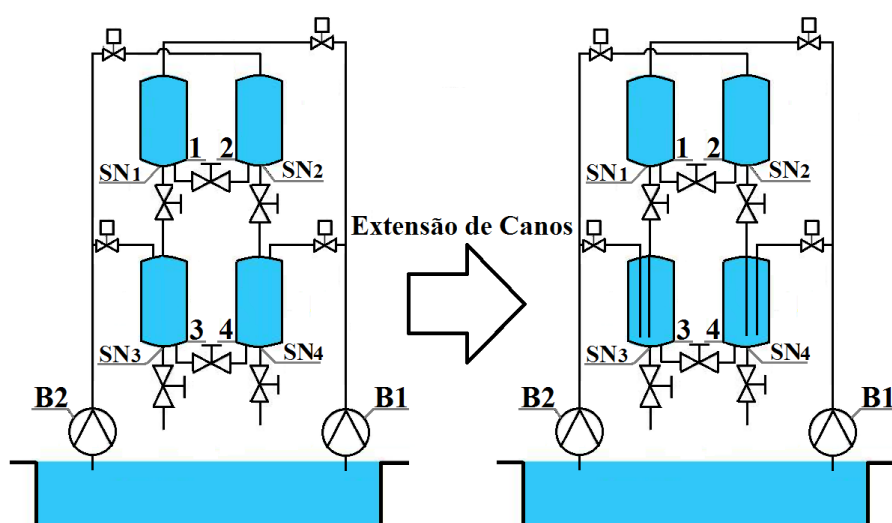


Figura 10 – Representação Esquemática da Planta.

O resultado dessa modificação faz com que as perturbações devido ao movimento do fluido reduza, melhorando as medições de nível, como é ilustrado na figura 11 com as curvas de nível do tanque 3 antes e depois da extensão.

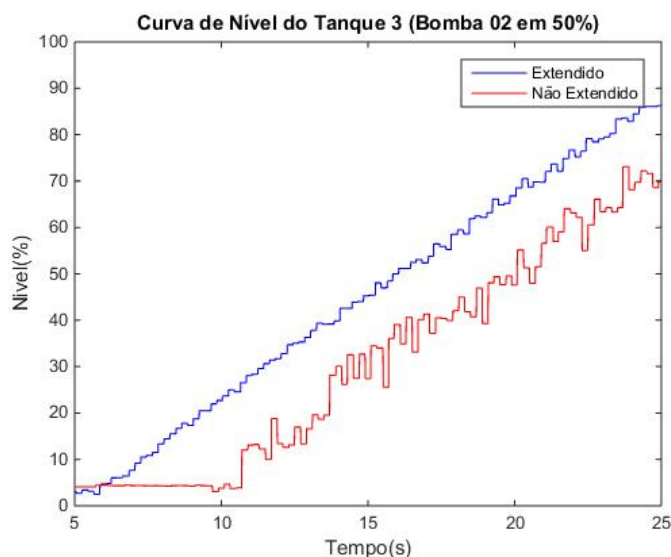


Figura 11 – Alterações na medição dos sensores com o Acoplamento de Tanques.

É importante ressaltar que a extensão só ocorreu nos tanques 3 e 4, o que implica na melhora nas medições de nível apenas desses tanques. Apesar das leituras dos sensores melhorarem também alterou-se o modelo que representa o processo uma vez que o acoplamento dos tanques mudou e maiores perdas de carga foram adicionadas.

## 1.4 Sistemas de Fase Não Mínima

### 1.4.1 Sistemas SISO de Fase Não Mínima

Em sistemas lineares sua fase é determinada pela configuração de pólos e zeros. Seu comportamento também está associado a sua fase, de forma evidente nos diagramas de bode. Modelos Lineares podem ser de fase mínima, quando não há zero e pólo apenas no SPE, ou de fase não mínima quando há polos no SPD.

Um exemplo que contrasta sistemas de fase não mínima com não mínima pode ser visto nas equações 1.3 e 1.4.  $G(s)$  é de fase mínima enquanto  $H(s)$  é de fase não mínima.

$$G(s) = \frac{s + 0,5}{s + 1} \quad (1.3) \quad H(s) = \frac{0,5 - s}{s + 1} \quad (1.4)$$

O LGR do sistema de fase mínima e não mínima podem ser vistos na figura 12.

Avaliando o LGR nota-se que o polo de ambos os sistemas são iguais apresentando zeros distintos mas de mesmo módulo. Sabe-se que o ganho de ambos são iguais como é apresentado na equação 1.5.

$$|G(s)| = |H(s)| = \frac{0,25 - \omega^2}{1 - \omega^2} \quad (1.5)$$

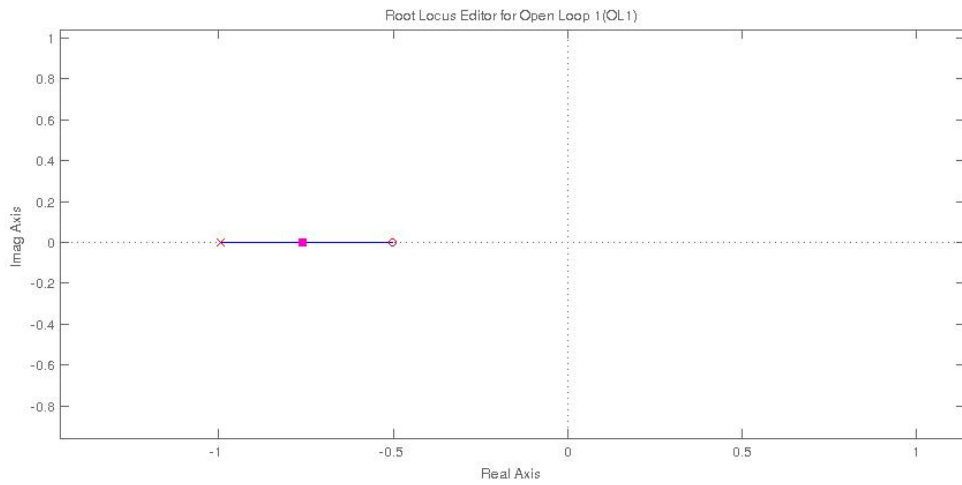
Entretanto as fases são distintas como é possível notar nas equações 1.6 e 1.7.

$$\angle G(j\omega) = \arctan(2\omega) - \arctan\left(\frac{\omega}{10}\right) \quad (1.6)$$

$$\angle H(j\omega) = 180^\circ - \arctan(2\omega) - \arctan\left(\frac{\omega}{10}\right) \quad (1.7)$$

Esses resultados podem ser constatados observando os Diagramas de Bode de  $G(s)$  e  $H(s)$  na figura 13.

### Sistema de Fase Mínima



### Sistema de Fase Não Mínima

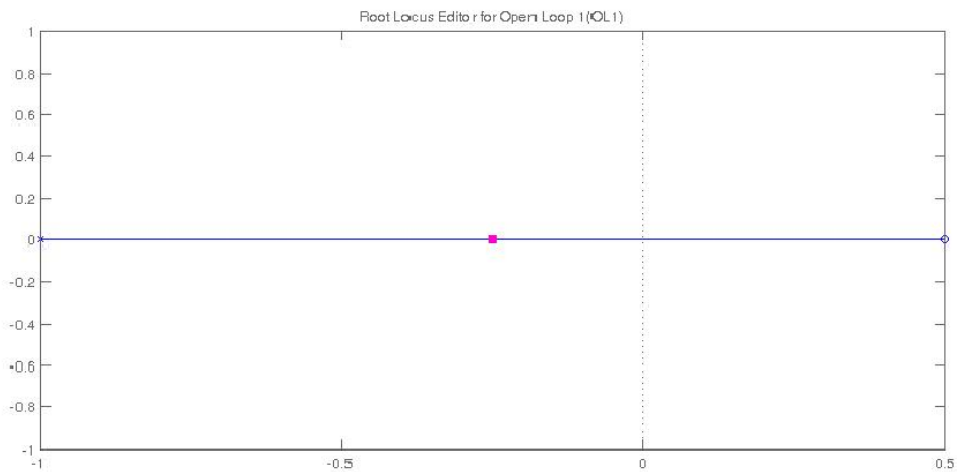


Figura 12 – LGR de  $G(s)$  e  $H(s)$ .

O compartamento característico de um sistema de fase não mínima SISO é o efeito do zero na direção de partida da saída do sistema, isso pode ser constatado na resposta ao degrau nos processos  $G(s)$  e  $H(s)$  como podem ser vistos na figura 14.

### Sistema de Fase Mínima

### Sistema de Fase Não Mínima

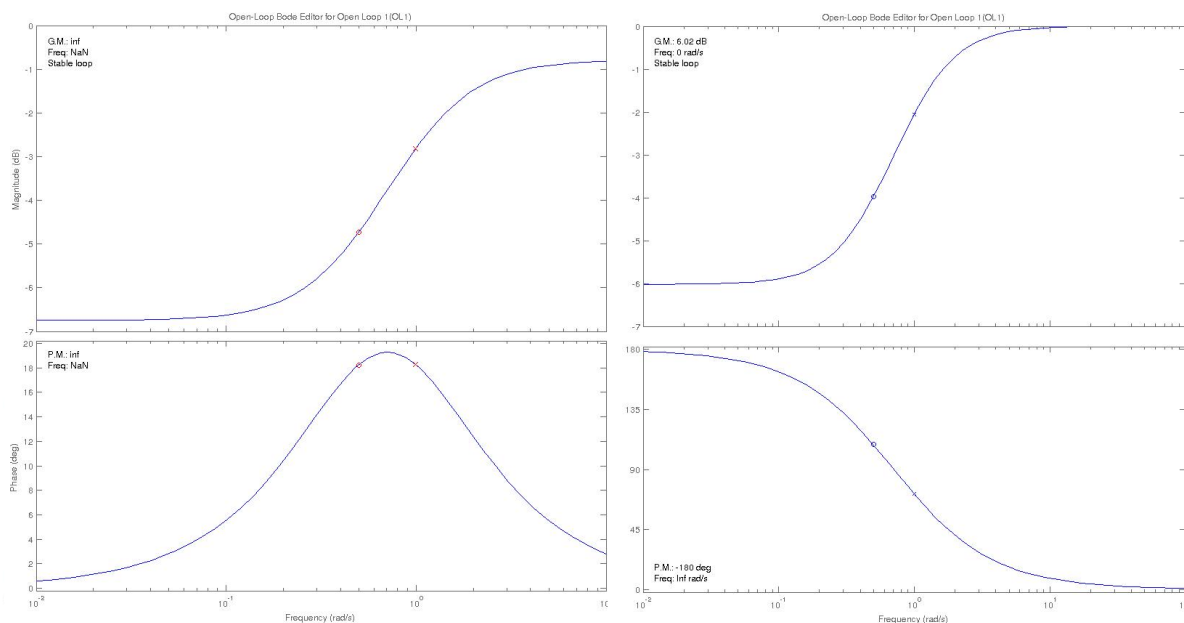


Figura 13 – Diagramas de Ganho e Fase de  $G(s)$  e  $H(s)$ .

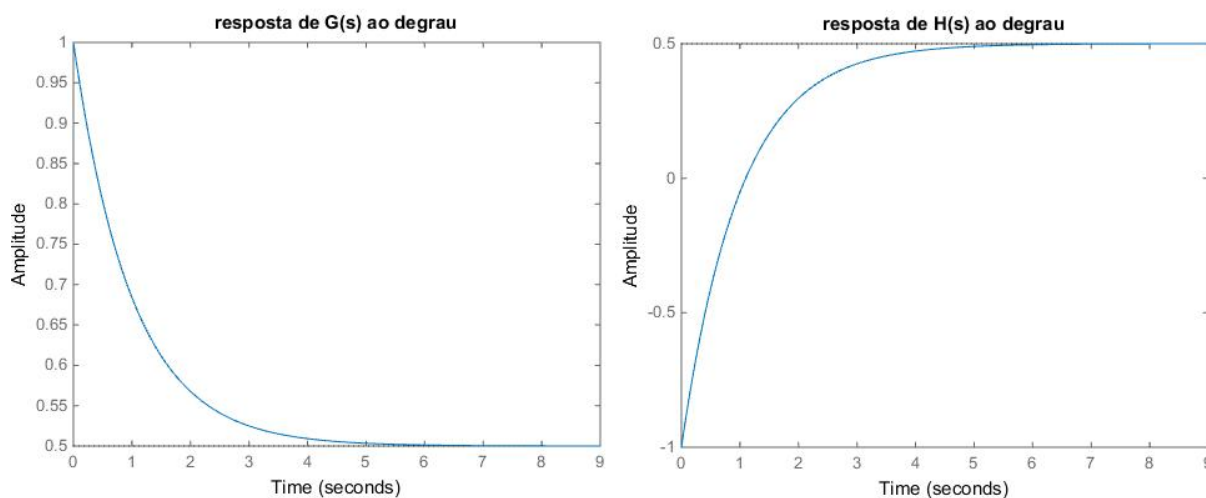


Figura 14 – Resposta ao degrau de  $G(s)$  e  $H(s)$ .

Note na figura 14 que ambos os sistemas alcançam o mesmo valor em regime porém partindo de formas distintas:  $G(s)$  na direção do degrau e  $H(s)$  na direção oposta.

#### 1.4.2 Processo MIMO de Fase não Mínima

A planta DCNV4T permite configurar varios processos dependendo do acionamento de suas válvulas, nesse trabalho a planta será configurada para

obter um processo MIMO de fase não mínima. Para isso as válvulas motorizadas foram acionadas de forma a permitir que as vazões de entrada a partir das bombas dos tanques 1 e 2 seja maior do que dos tanque 3 e 4. As válvulas manuais do processo estão todas abertas com exceção das que conectam os tanques 1 e 2, e os tanques 3 e 4. A figura 15 ilustra o processo.

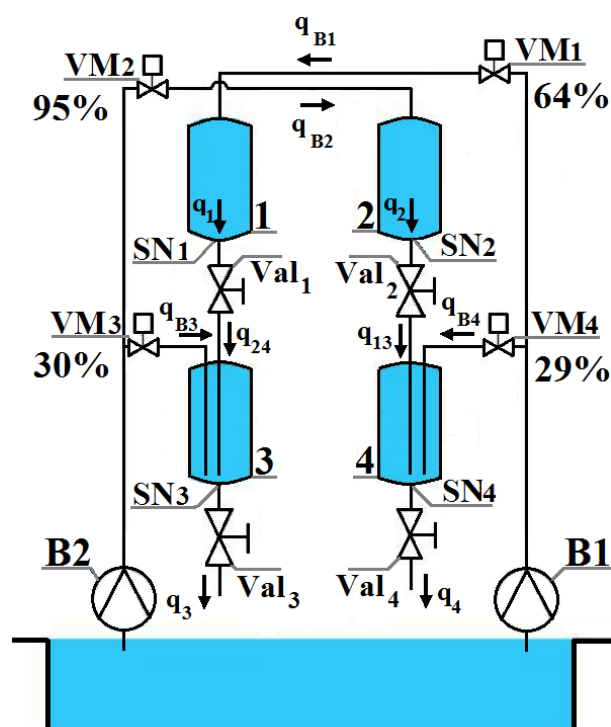


Figura 15 – Representação Esquemática dos Processo.

Na figura 15 as válvulas motorizadas são mantidas com abertura o valor apresentado na ilustração, o nível de líquido será controlado mediante atuação nas duas bombas. Note que as válvulas manuais que conectam os tanques e inferiores não foram representadas uma vez que estas estão fechadas.

## 1.5 Identificação de Sistemas

Um modelo não pode representar um sistema real em sua completude. Esse modelo deve portanto se ater as variáveis de interesse que deve representar. A identificação do sistema passa pela escolha do modelo a representa-lo levando em conta que uma ou mais entradas leva o sistema a manifestar uma ou mais saída, Uma vez escolhido o modelo é necessário obtenção dos seus parâmetros.

De forma a exemplifica o processo de identificação de um sistema considera-se um motor de corrente contínua. Primeiramente modela-se em função do

processo físico que rege sua operação, isto é, o circuito equivalente dado o rotor, estator, anel comutador e escovas. O princípio físico de funcionamento de um motor pode ser modelado por um sistema de primeira ordem sem zeros descrito na equação 1.8, que corresponde a função de transferência de velocidade por tensão.

$$H(s) = \frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{b}{s + a} \quad (1.8)$$

Uma representação do mesmo modelo pode ser feita em função do ganho do sistema em regime e da constante de tempo do sistema representada na equação 2.2.

$$H(s) = \frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{1}{a}s + 1} \quad (1.9)$$

O modelo representado pode ser utilizado para obter a função de transferência de posição pela tensão de entrada, como pode ser visto na equação 2.28.

$$G(s) = \frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{1}{s} \frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{b}{s(s + a)} \quad (1.10)$$

As duas funções de transferência utilizadas representam a dinâmica do processo de forma simplificada porém suficiente para os requisitos de projeto de um controlador de posição.

### 1.5.1 Categorias de Identificação

Identificar um sistema corresponde a encontrar uma representação para este, modelo, a partir dele obter parâmetros que permita obter uma correspondência com o sistema a ser identificado. As diversas formas de identificar são divididas em categorias: modelagem caixa-branca, identificação caixa-preta e caixa-cinza. Essa distinção leva a métodos diferentes de obter um modelo e seus parâmetros.

#### 1.5.1.1 Modelagem Caixa-Branca

Também conhecida como modelagem pela física do processo, um modelo caixa-branca busca por representar o processo utilizando as equações que regem o processo, obtendo uma estrutura contendo essencialmente grandezas físicas. Os parâmetros do processo normalmente são obtidos via ensaios de forma a determinar cada um dos parâmetros.



Na modelagem caixa-branca é possível conhecer bem o sistema uma vez que tem-se em as equações que regem o processo, com isso o modelo é uma representação direta da física do processo. Entretanto à medida que a complexidade do sistema se eleva, como estados do sistema, número de entradas e saídas pode-se tornar inviável o uso dessa técnica pelas limitações de tempo e recursos para conhecer os processos físicos envolvidos e para isolar os parâmetros a serem estimados.

#### 1.5.1.2 Identificação Caixa-Preta

A Identificação caixa-preta surge como alternativa a modelagem caixa-branca, nela não há necessidade de conhecer a física do processo, o que é feito é escolher modelos que se ajustem em uma faixa de operação do sistema para então com ferramentas matemáticas para estimar os parâmetros identificar o processo. A facilidade recide no tempo na identificação normalmente consideravelmente menor do que o caixa-branca, bastando encontrar um modelo que melhor se ajuste. Técnicas para reduzir a ordem do sistema também contribuem significativamente para a essa identificação.

Embora seja possível identificar o sistema rapidamente a medida que a complexidade do sistema eleva-se também perde-se a compreensão da física do processo, importante para compreender o funcionamento do sistema.,

#### 1.5.1.3 Identificação Caixa-Cinza

Tentando aliar o conhecimento do processo com ferramentas de identificação, a identificação caixa-cinza trata do cenário que conhecido um modelo e parte dos parâmetros do sistema juntamente com ferramentas para estimação de parâmetros seja possível identificar o processo. A vantagem desse método utilizar parte do que se conhece do sistema para obter os parâmetros restantes.

### 1.5.2 Estimação de Parâmetros

A estimação dos parâmetros  $a$  e  $b$  pode ser feita de forma determinística ou estocástica. Ao estimar os parâmetros  $a$  e  $b$  de forma determinística presume-se que o modelo representa suficientemente bem o sistema e que não há perturbações ou ruídos atuantes no processo. Como um processo de primeira ordem sem zero tem seu comportamento para determinadas entradas conhecido. Ao aplicar uma entrada degrau e dado a saída, a velocidade, o ganho do sistema em regime e o instante de tempo fornecem informações para obtenção desses parâmetros.

A figura 16 ilustra a resposta a degrau unitário de um sistema determinístico sem ruídos e perturbações envolvidos, é notável que a obtenção dos parâmetros pode ser feita exclusivamente pela resposta em regime e pela constante de tempo do sistema.

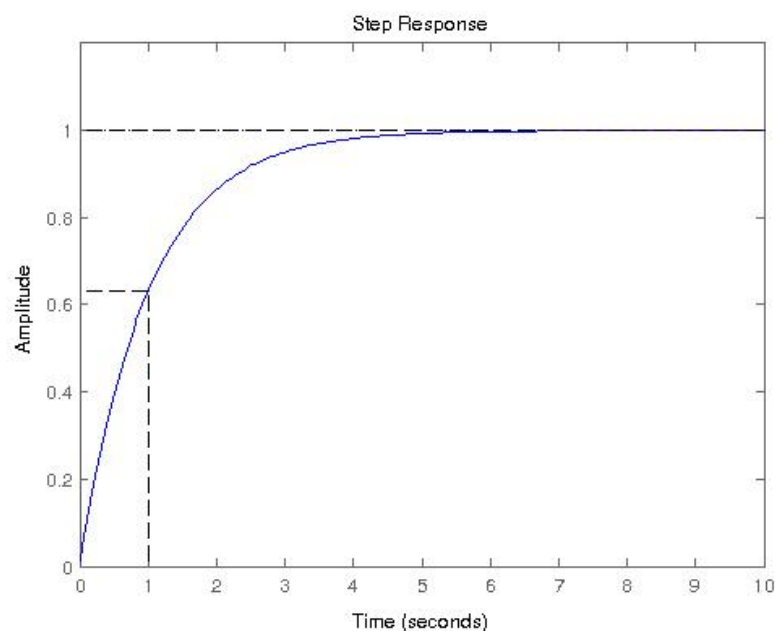


Figura 16 – Sistema de primeira ordem submetido a degrau unitário

O sistema no exemplo possui resposta unitária em regime e constante de tempo de 1 s o que leva a formulação modelo em função de transferência da equação 1.11.

$$H(s) = \frac{1}{s + 1} \quad (1.11)$$

Entretanto é conhecido que sistemas reais possuem ruídos e perturbações intrínsecos ao processo, dificultando sua identificação por métodos determinísticos como mencionados anteriormente.

Para exemplificar a complexidade dessa questão o mesmo processo da figura 17 será submetido a um ruído gaussiano, a resposta resultante é mostrada na figura 17. Como ilustrado não é possível obter o valor em regime simplesmente observado o gráfico além da constante de tempo do sistema não poder ser obtida visualizando onde a saída chega a 0,63 do valor em regime.

Para cenários como esse, métodos estocásticos podem ser uma solução. O princípio para estimação de parâmetros utilizando esse método é a otimização dos parâmetros de forma a minimizar a distinção entre o valor medido e

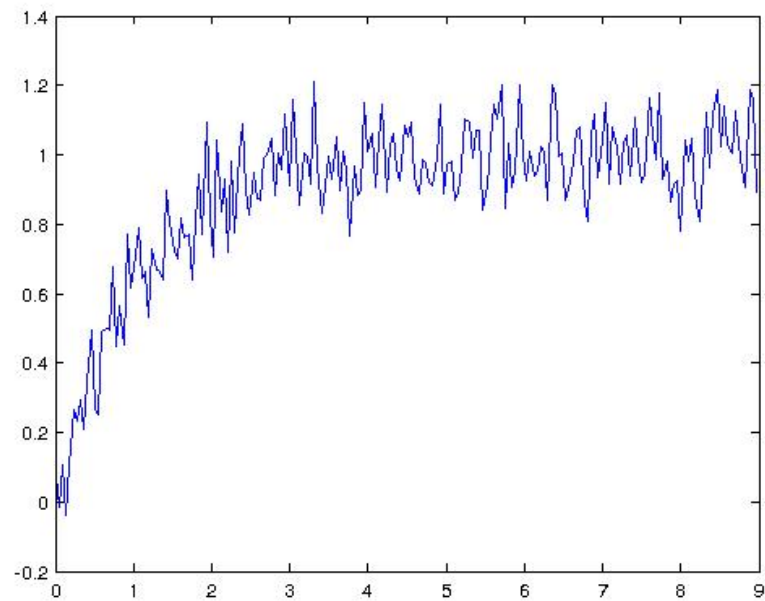


Figura 17 – Sistema de primeira ordem submetido a degrau unitário

o valor esperado pelo modelo, entre outras palavras o erro. O que torna um problema de minimização de custo de fácil solução numérica.

$$ERRO = |Y_{medido} - Y_{estimado}| \quad (1.12)$$

A solução da equação 1.12 é equivalente a função de custo do erro quadrático médio.

$$EQM = (Y_{medido} - Y_{estimado})^2 \quad (1.13)$$

Utilizando o método dos mínimos quadrados pode-se obter uma função que melhor se aproxime da medição. Algoritmos já implementados na toolbox de Identificação de Sistemas do matlab realizam estimação dos parâmetros ótimos dado um modelo definido.

Primeiramente, seleciona-se o conjunto de dados, escolhendo o modelo como sendo de função de transferência de primeira ordem sem zeros. Utilizando a toolbox para o conjunto de dados submetido a ruído gaussiano obtêm-se os parâmetros  $a$  e  $b$ , representados na equação 1.14.

$$Y_{estimado}(s) = \frac{0,9902}{s + 0,9826} \quad (1.14)$$

Observa-se que não foi possível obter exatamente os mesmos valores da função de transferência original, isso ocorre devido pela limitação dos dados, quanto maior a amostra mais próximo o modelo estimado é do real. O resultado da

estimação pode ser vista na figura 18, embora os parâmetros obtidos não sejam iguais aos reais eles são muito próximos, com a maior diferença de parâmetros sendo de menos 2%. A distinção das duas curvas em regime é de 0,0076, menos de 1% do valor estacionário que é unitário.

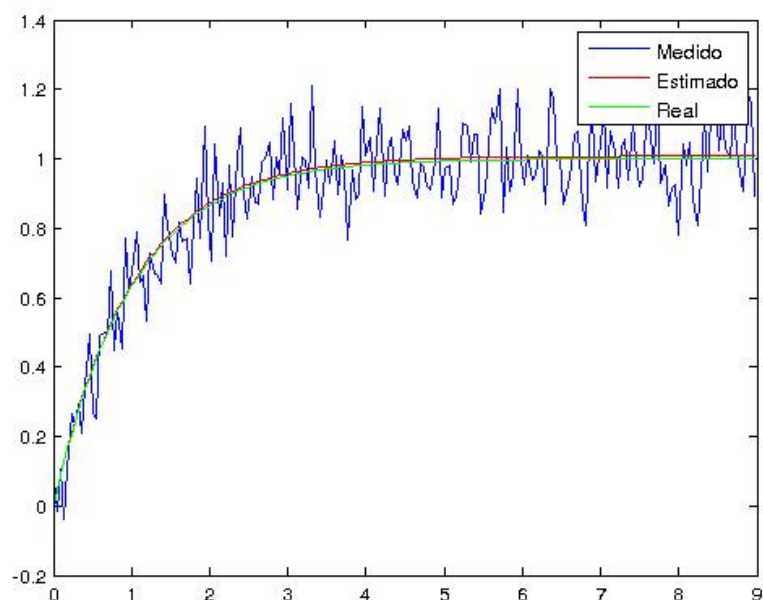


Figura 18 – Estimação estocástica de parâmetros.

### 1.5.3 Sinais de Identificação

No exemplo de identificação do sistema anterior o sistema foi excitado com uma entrada degrau e obtido a resposta a partir da qual o sistema teve seus parâmetros identificados. Entretanto sinais do tipo degrau não são sinais adequados para identificar sistemas de ordem desconhecida. No caso anterior isso foi possível pois foi escolhido um sistema de primeira ordem para obtenção de seus parâmetros. Para avaliar o sistema pode-se aplicar sinais que exploram uma ampla faixa de frequência e caso seja necessário identificar um modelo não linear também é necessário explorar amplas faixas de amplitude. Os critérios defendidos na literatura (ISERMANN, 2010) são que os sinais devem ser simples e poderem ser repetidos, serem realizáveis em atuadores, aplicável no processo e permitir que este responda ao sinal adequadamente.

#### 1.5.3.1 Ruído Branco

Ruído Branco é um sinal que possui componentes distribuição de potência homogênea de espectro de frequência, isto é, possui componentes em

todas frequências em seu sinal. Um exemplo desse tipo de sinal pode ser visto na figura 19. Trata-se de um sinal ruído branco de potência unitária, obtida pelo função `wgn` no matlab.

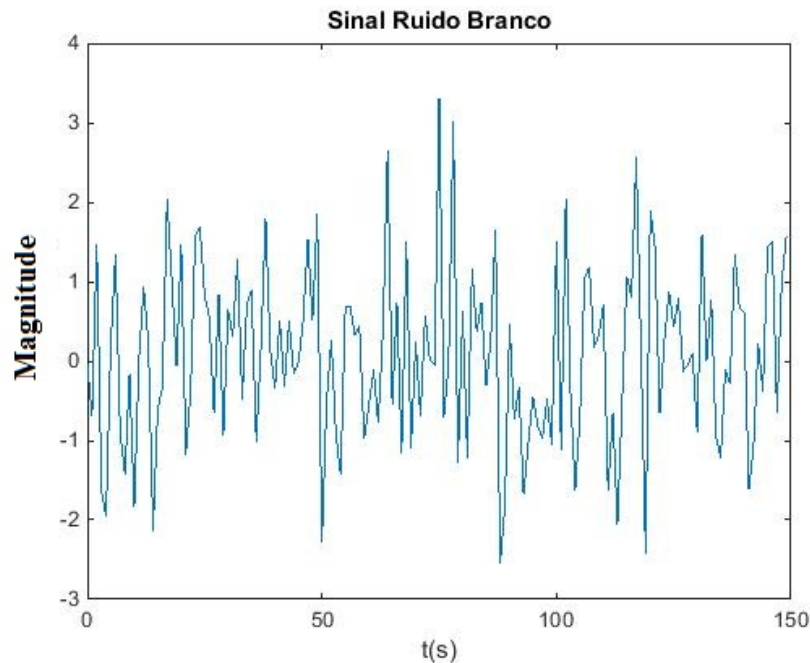


Figura 19 – Ruído Branco.

### 1.5.3.2 PRBS

Embora o ruído branco apresente componente de mesma potência em todas as frequências, um sistema real não é capaz de responder em todas as frequência e nem mesmo é possível excitá-lo em todas as frequências por limitações dos atuadores. Um sinal de entrada que pode ser aplicado é o Sinal Binário pseudoaleatório (PRBS) que possui apenas dois valores possíveis mudando o período das transições entre eles determinado por uma banda de frequência. A figura 20 ilustra um sinal PRBS obtido pela função `idinput` (MATLAB, 2016d) com amplitude 1, ponto de operação em 0 e banda de 0 a 0,3.

### 1.5.3.3 PRBS Multilevel

Para sistemas lineares identificar o sistema pode se escolher qualquer ponto de operação, o mesmo não ocorre para sistemas lineares uma vez que o sistema possui respostas distintas para diferentes pontos de operação. Um sinal mais adequado para esses sistemas é o PRBS multilevel que explora uma ampla faixa de frequência e uma ampla faixa de pontos de operação. Um exemplo pode ser visto na figura 21, sinal gerado pela soma de sinais PRBS de mesma amplitude com atrasos.

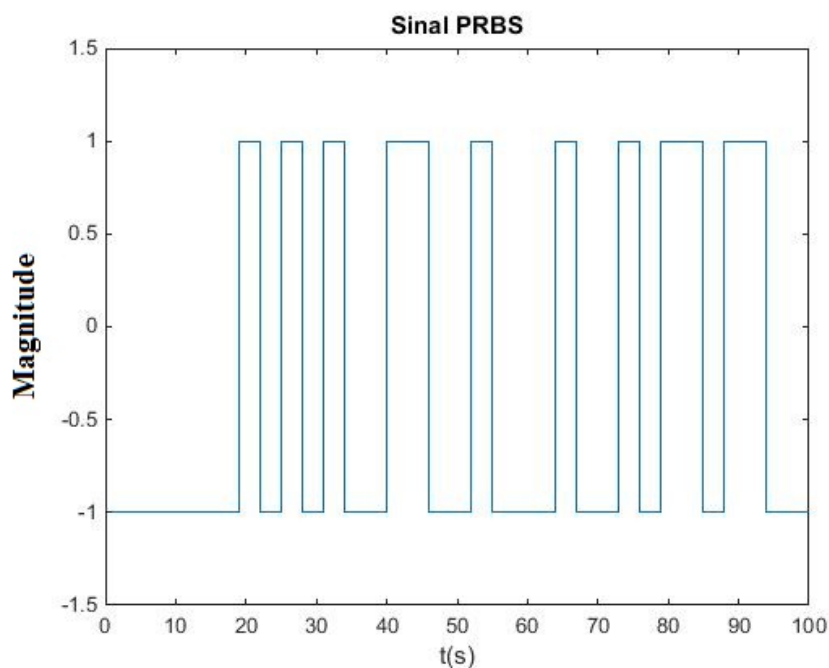


Figura 20 – Sinal PRBS.

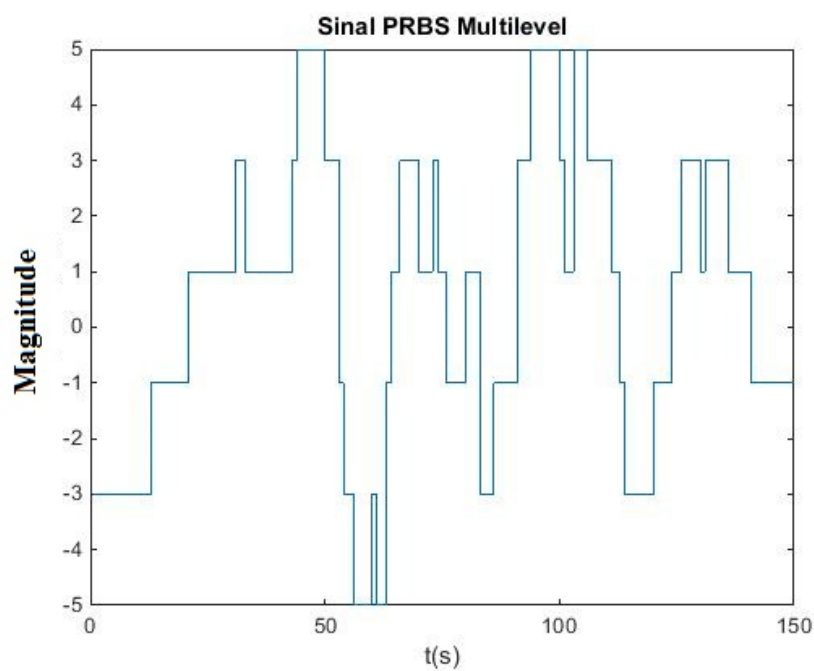


Figura 21 – Sinal PRBS Multilevel.

#### 1.5.4 Toolbox de Identificação de Sistemas

A identificação de um sistema segue pela escolha de um modelo, identificação dos parâmetros e validação dos resultados. Muitas vezes são utilizadas heurísticas para cada um desses passos entretanto seria um trabalho exaustivo sem auxílio de uma ferramenta computacional. Nesse trabalho é utilizado a

ferramenta Ident (MATLAB, 2016b), que permite pré-processamento dos dados de análise, escolher entre modelos lineares e não lineares comumente utilizados, escolher faixas de identificação e validação.

#### 1.5.4.1 Ident GUI

A toolbox de identificação fornece uma interface gráfica mostrada na figura 22. A GUI encapsula algumas funcionalidades da toolbox e permite trabalhar com estas com mais facilidade.

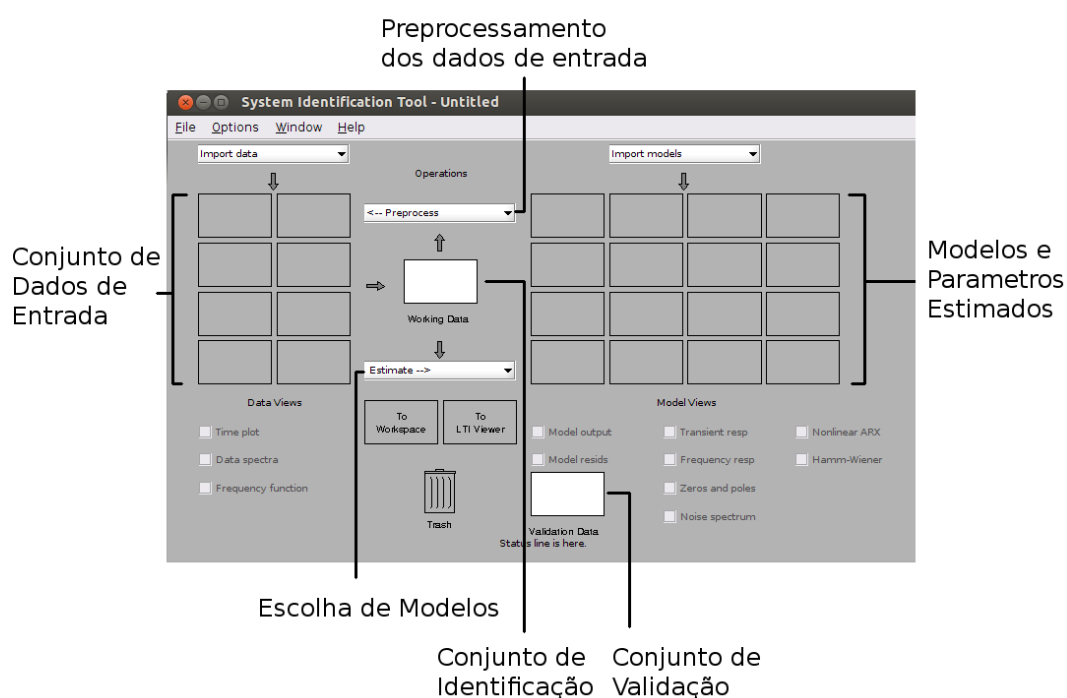


Figura 22 – Interface Gráfica da Toolbox de Identificação.

#### 1.5.4.2 Linha de Comando

Embora a interface gráfica seja simples de utilizar, facilitando o uso das opções disponíveis pela toolbox, esta é limitada: primeiramente por prover suporte apenas a identificação a sistemas SISO, além de dificultar a obtenção de parâmetros quando se está interessado em obtê-los para um conjunto de modelos de uma só vez. Para usufruir de todas as funcionalidades da toolbox para sistemas MIMO utilizou-se funções em linha de comando utilizadas em scripts no Matlab.

### 1.5.4.3 Modelos

A toolbox permite identificar pela GUI modelos paramétricos lineares como função de transferência, espaço de estados, ARX, ARIX, ARMAX, ARIMAX e Output Error, e modelos paramétricos não lineares como NARX e Hammerstein-Wiener. Outros modelos que a toolbox permite identificar são os não paramétricos como modelos de correlação e espectrais.

Os modelos lineares serão utilizados nesse trabalho mais especificamente os modelos de função de transferência. A toolbox fornece a possibilidade de identificar modelos de processos de até 3 pólos com possibilidade de um zero, um atraso e canal integral como mostra a estrutura genérica de processo na equação 1.15, e de função de transferência com possibilidade de  $n$  pólos,  $m$  zeros e atraso como mostra a estrutura genérica da equação 1.16.

$$G(s) = \frac{K_{EP}(\tau s + 1)}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\tau_3 s + 1)} e^{-D_p s} \quad (1.15)$$

Em que  $K_{EP}$  é o ganho da estrutura de processo,  $\tau$ ,  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  são as constantes de tempo do sistema e  $D_p$  o atraso do sistema.

$$G(s) = \frac{K(s + z)}{s(s + p_1)(s + p_2)(s + p_3)} e^{-Ds} \quad (1.16)$$

Em que  $K$  é o ganho da estrutura de função de transferência,  $z, z_1, z_2$  e  $p_1, p_2, p_n$  são as constantes de tempo do sistema e  $D$  o atraso do sistema.

A diferença entre os atrasos,  $D_p$  e  $D$ , é que  $D_p$  é estimado pela toolbox enquanto  $D$  é fornecido pelo usuário, devendo saber previamente o valor.

### 1.5.4.4 Função de Custo

A identificação dos parâmetros do Ident é obtida pela minimização de uma função de custo associado ao erro entre o modelo e os dados. A função de custo utilizado pelo matlab para a operação "focus simulation" encontra-se na equação 1.17:

$$V(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e^T(t, \theta) W(\theta) e(t, \theta) \quad (1.17)$$

O Matlab possui uma função de custo onde a partir da equação 1.17 obtém-se uma relação que rege a estimação de parâmetros.



De modo a fornecer uma comparação entre diferentes modelos uma figura de mérito como MSE, NRMSE, NMSE (MATLAB, 2016a) como mostra as equações 1.18, 1.19 e 1.20

MSE(Mean Square Error):

$$fit = \frac{\|x - xref\|^2}{N_s} \quad (1.18)$$

Para o MSE quanto menor o fit maior o ajuste.

NRMSE(Normalized Root Mean Square Error):

$$fit = 1 - \frac{\|xref(:, i) - x(:, i)\|}{\|xref(:, i) - mean(xref(:, i))\|} \quad (1.19)$$

Para o NRMSE quanto mais próximo de 100% melhor o fit, podendo assumir valores de -Inf a 1. Nesse documento os valores de fitness serão apresentados em NRMSE no intervalo de -Inf a 100%.

NMSE(Normalized Mean Square Error):

$$fit = 1 - \frac{\|xref(:, i) - x(:, i)\|^2}{\|xref(:, i) - mean(xref(:, i))\|^2} \quad (1.20)$$

Para o NMSE quanto mais próximo de 100% melhor o fit, podendo assumir valores de -Inf a 100%.

Sendo que xref é o valor da referência, isto é, o valor obtido pelo modelo, x o valor coletado e Ns a quantidade de amostras. Fit é um escalar que representa a adequação do modelo.

### 1.5.5 Exemplos de Identificação na Planta de Nível de Líquidos

Duas configurações da planta, realizando processos de 2 e 4 tanques serão identificados utilizando modelagem caixa-preta. Primeiramente aborda-se a coleta de dados e posteriormente escolha dos modelos e finalmente o resultado da identificação.

#### 1.5.5.1 Coleta de Dados do Processo de 2 tanques

O experimento com o a configuração de 2 tanques foi ajustado de modo a ter grandes excursões de nível da saída, evitando que os tanques 2 e 4 saturassem e forçando a dinâmica dos tanques serem próximas de modo a garantir que o modelo de segunda ordem se adequasse bem ao processo.

Tabela VII – Experimento do Processo com Configuração de 2 tanques

|                       |        |
|-----------------------|--------|
| Número de Amostras    | 172840 |
| Tempo de Experimento  | 24 h   |
| Período de amostragem | 0,1 s  |
| Ponto de Operação     | 41,5%  |
| Amplitude             | 1,5%   |
| Banda do sinal        | 0,001  |
| Fator de Decimação    | 10     |

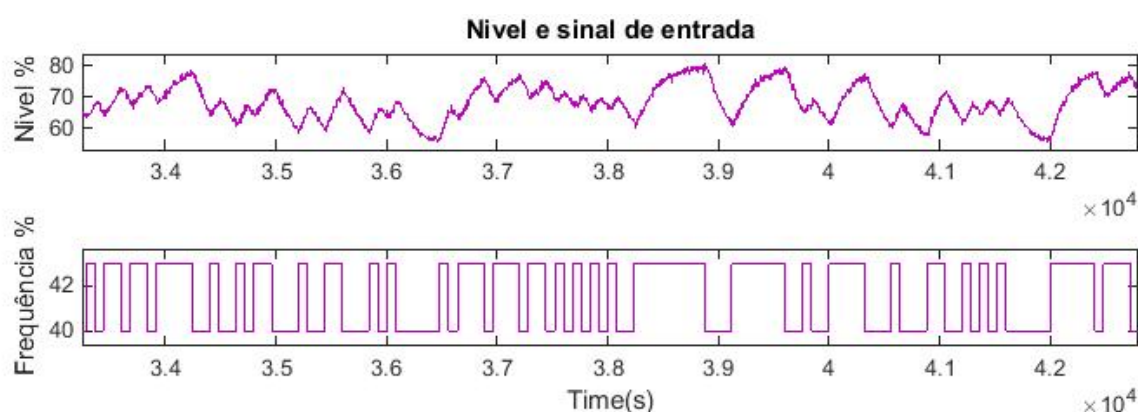


Figura 23 – Sinais de entrada e Saída da configuração de dois tanques.

#### 1.5.5.2 Coleta de Dados do Processo de 4 tanques

Assim como ocorreu no experimento de 2 tanques com a configuração de 4 tanques foi ajustado de modo a ter grandes excursões de nível da saída, evitando que os tanques saturassem e forçando a dinâmica dos tanques serem próximas de modo a garantir que o modelo de quarta ordem se adequasse bem ao processo. Esse sistema é mais lento que de dois tanques.

Tabela VIII – Experimento do Processo com Configuração de 4 tanques

|                       |        |
|-----------------------|--------|
| Número de Amostras    | 130050 |
| Tempo de Experimento  | 8 h    |
| Período de amostragem | 0,1 s  |
| Ponto de Operação     | 45%    |
| Amplitude             | 2%     |
| Banda do sinal        | 0,0005 |
| Fator de Decimação    | 50     |

A entrada PRBS aplicada e o sinal de saída podem ser vistos na figura 24. Pode-se notar que o experimento durou 8h mesmo o processo sendo mais

lento que o anterior o que faz com que o sistema necessita-se de mais tempo de coleta de dados, o que ocorreu foi o desarme do CLP dado um outlier na oitava hora de coleta. É importante lembrar que o número de amostras são as que foram efetivamente utilizadas para identificação e validação já decimadas.

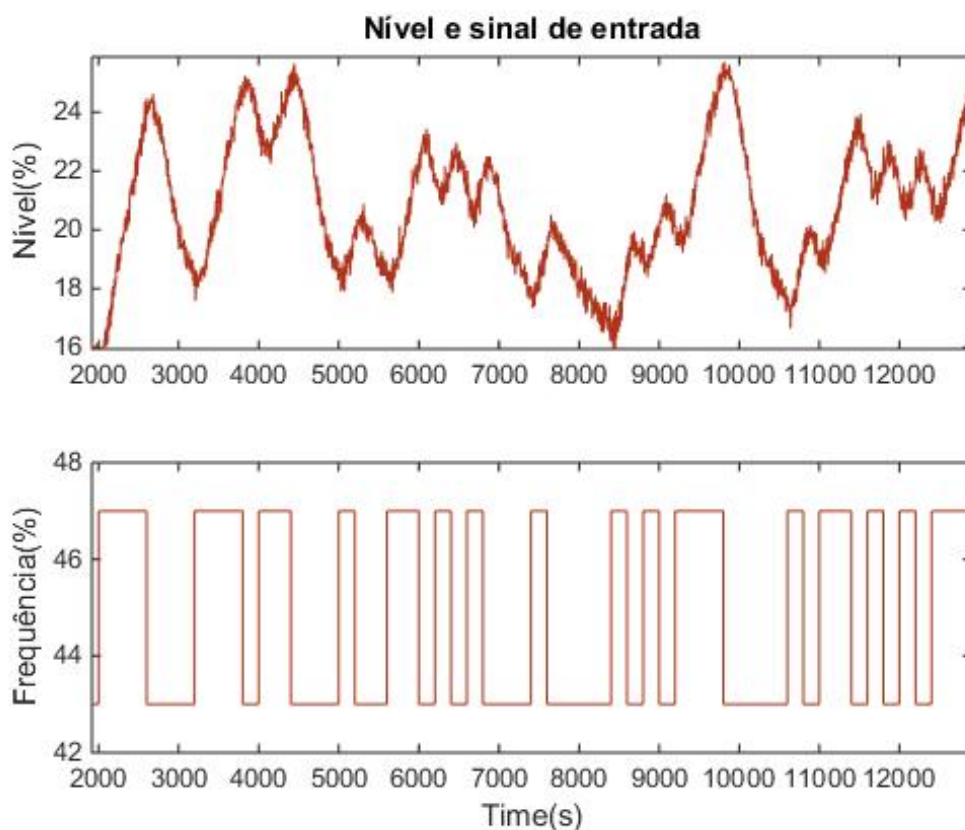


Figura 24 – Sinais de entrada e saída da configuração de quatro tanques.

### 1.5.5.3 Identificação

A partir dos dados já pre-processados foram obtidos os modelos de função de transferência para as configurações de 2 e 4 tanques.

#### 1.5.5.3.1 Configuração de 2 Tanques

A configuração de dois tanques utilizou apenas os tanques 2 e 4 com apenas a entrada da bomba 2. As únicas válvulas abertas são a motorizada que liga a bomba 2 ao tanque 2 a valvula manual que liga o tanque 2 ao 4 e a que liga o tanque 4 ao reservatório.

Ao estabelecer a configuração de 2 tanques foi necessário ajustar as válvulas manuais que conectam o tanque 2 ao tanque 4 e a válvula manual que conecta o tanque 4 ao reservatório. Esse ajuste era necessário tendo em vista

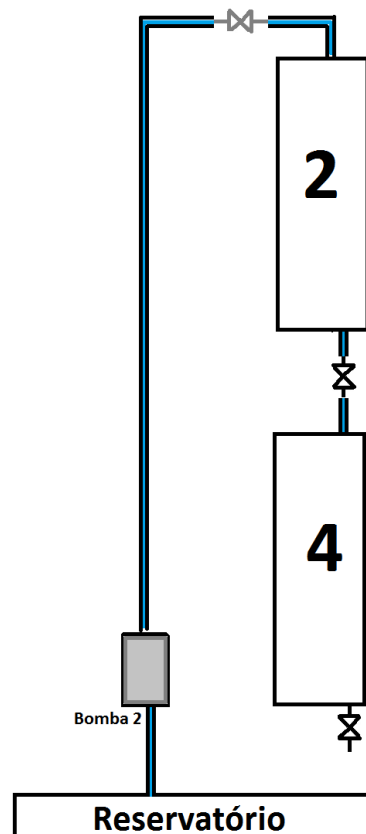


Figura 25 – Esquemático da Configuração de 2 tanques em cascata.

que o processo satura com facilidade além de fazer com que a saída, tanque 2, varia-se seu nível na maior faixa possível. O resultado obtido da identificação utilizando modelos de função de transferência podem ser vistos na figura 28. A válvula motorizada foi mantida em 50% de abertura.

Nota-se que o modelo com maior ajuste (fitness) foram o P2Z e o P2DZ com 85,67%, entretanto o modelo esperado para o processo seria o P2, que obteve 85,65% nota-se que a diferença de 0,02% não é relevante na escolha além do P2 ser o modelo com menor complexidade que possui maior ajuste. O modelo P2, P2Z e P2DZ podem ser vistos nas equação 1.21, 1.22, 1.23.

$$G_{P2}(s) = \frac{0,0018521}{(s + 0,006998)(s + 0,03369)} \quad (1.21)$$

$$G_{P2Z}(s) = \frac{0,002008(s + 0,8816)}{(s + 0,007063)(s + 0,03191)} \quad (1.22)$$

$$G_{P2DZ}(s) = \frac{0,0029192(s + 0,6057)}{(s + 0,007065)(s + 0,03186)} e^{-0,49s} \quad (1.23)$$

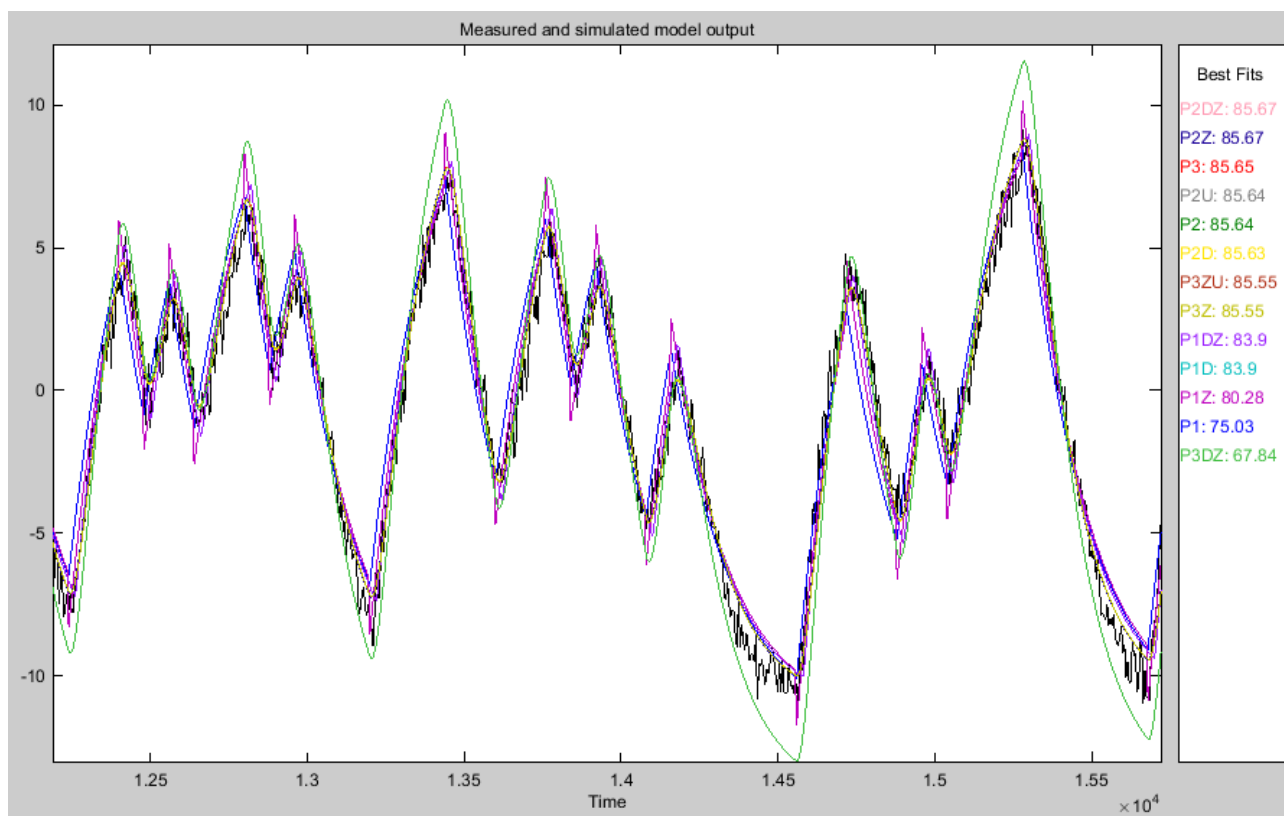


Figura 26 – Ajuste dos modelos obtidos para o processo de 2 tanques em cascata.

Observando os pólos de P2 nota-se que um dos pólos é aproximadamente 5 vezes menor do que o outro, isso permite inferir que a dinâmica dominante do sistema é representada pelo pólo em 0,0069. Observando o processo físico o esse pólo reflete o tanque 4 mais lento que o tanque 2.

#### 1.5.5.3.2 Configuração de 4 Tanques

Ao realizar a configuração de 4 tanques notou-se que o sistema era mais lento que a configuração de 2 tanques. O resultado obtido aponta que o modelo de maior ajuste foi o TF52 com 83,97% enquanto o menos complexo e com maior ajuste foi o TF21 com 80,65%, 2 pólos e 1 zero. Os modelos TF4, TF52 e TF21 podem ser vistos na figura 1.24, 1.25 e 1.26.

$$G_{TF40}(s) = \frac{1,4372 \cdot 10^{-7}}{(s + 0,009422)(s + 0,002472)(s^2 + 0,03188s + 0,002047)} \quad (1.24)$$

$$G_{TF21}(s) = \frac{-0,0012486(s - 0,0571)}{(s + 0,009493)(s + 0,002491)} \quad (1.25)$$

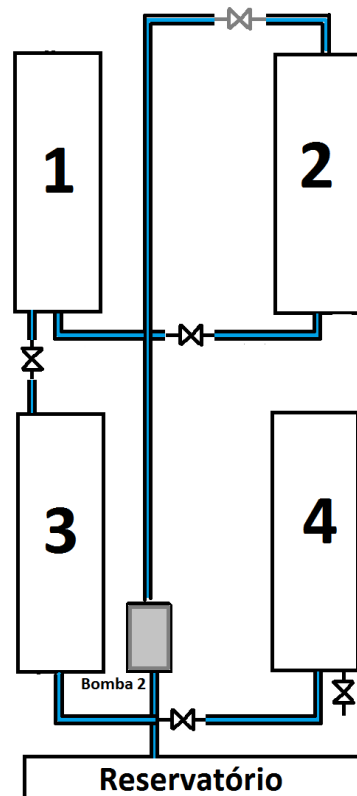


Figura 27 – Esquemático da Configuração de 4 tanques em cascata.

$$G_{TF52}(s) = \frac{5,1016 \cdot 10^{-6}(s + 0,003464)(s - 0,0001877)}{s(s + 0,06978)(s + 0,001323)(s^2 + 0,01343s + 4,519 \cdot 10^{-5})} \quad (1.26)$$

O modelo TF40 que era esperado ser o melhor, apresentou 80,87%, embora seja maior que o TF52 este é mais complexo, com 2 pólos a mais. Possivelmente isso ocorreu pelo fato da dinâmica de dois dos quatro tanques utilizados possuírem dinâmica muito mais rápida. O ajuste (fitness) obtido e modelos analisados podem ser vistos na tabela IX.

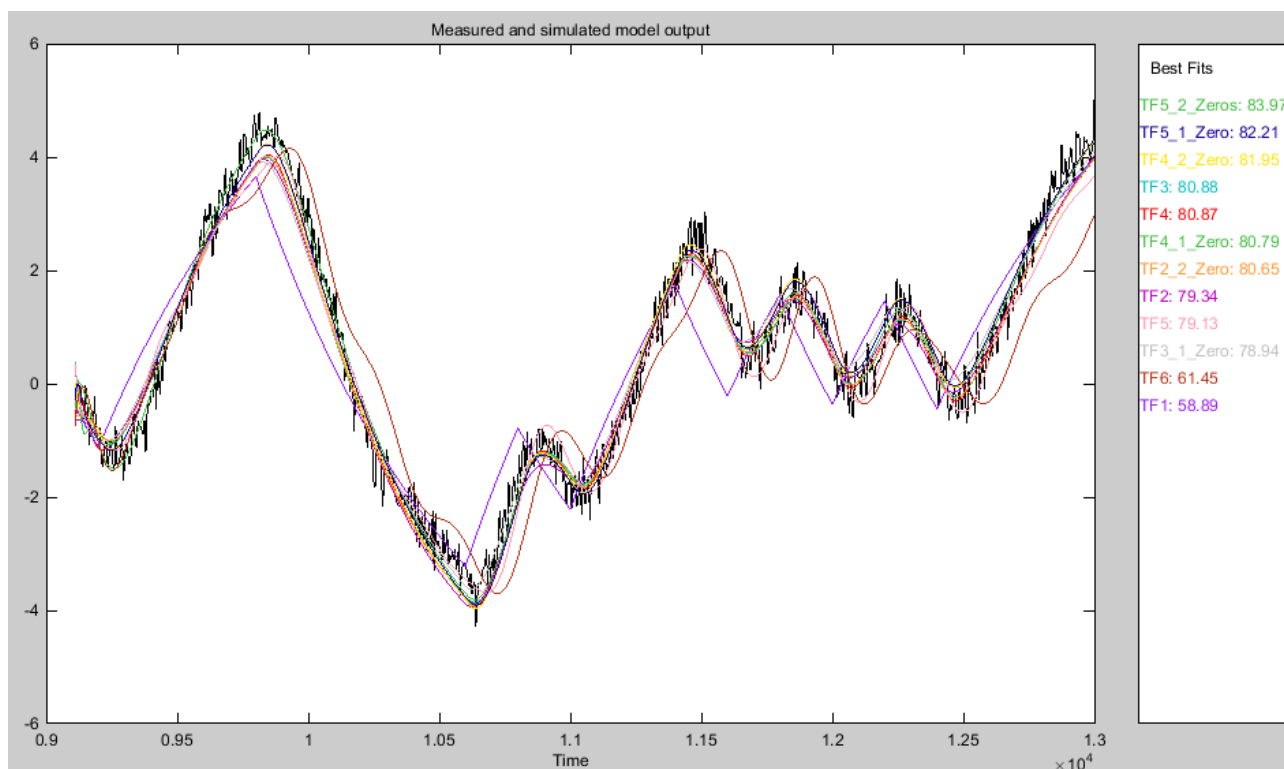


Figura 28 – Ajuste dos modelos obtidos para o processo de 4 tanques em cascata.

Tabela IX – Modelos e Ajuste obtidos pela identificação do processo de nível com 2 e 4 tanques

| 2 Tanques |        | 4 Tanques |        |
|-----------|--------|-----------|--------|
| Modelo    | Ajuste | Modelo    | Ajuste |
| P1        | 75,03% | TF10      | 58,89% |
| P1Z       | 80,28% | TF20      | 79,34% |
| P1D       | 83,9%  | TF21      | 80,85% |
| P1DZ      | 83,9%  | TF22      | 80,65% |
| P2        | 85,64% | TF3       | 80,88% |
| P2D       | 85,63% | TF31      | 78,94% |
| P2Z       | 85,67% | TF40      | 80,87% |
| P2DZ      | 85,67% | TF41      | 80,79% |
| P3        | 85,65% | TF50      | 79,13% |
| P3Z       | 85,55% | TF51      | 82,21% |
| P3D       | 57,15% | TF52      | 83,87% |
| P3DZ      | 67,84% | TF60      | 61,45% |

## 2 Modelagem

### 2.1 Modelos Lineares

Um processo de Nível de líquidos pode ser modelado em função do nível e vazões com analogia a sistemas lineares de circuitos elétricos é possível obter uma representação adequada em pequenos sinais.

### 2.2 Equacionamento

Sistemas fluídicos são largamente estudados na teoria de controle (OGATA; MAYA; LEONARDI, 2003), esses por sua vez podem ser hidráulicos, pneumáticos ou de nível. Uma abstração comumente vista na literatura é a associação de elementos de sistemas de nível com circuitos elétricos em termos de resistores e capacitores.

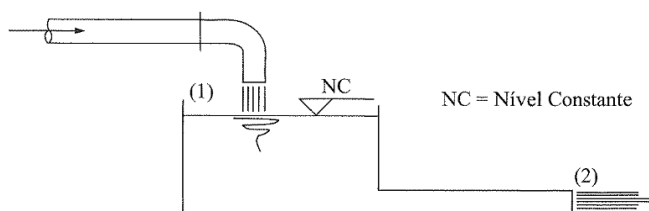


Figura 29 – Tanque em regime (BRUNETTI, 2007)

Considerando um tanque, como o da figura 29, com um entrada e uma saída de fluido, este encontra-se em regime permanente quando para qualquer ponto deste não há variação de suas características como pressão e velocidade do fluxo. A geometria do tanque tal que a razão, entre a variação do volume e a correspondente variação do nível do tanque, é constante como mostra a equação 2.1:

$$\frac{\Delta h}{\Delta V} = Constante \quad (2.1)$$

Em que o nível é dado “h” em metros e volume “ΔV” em metros cúbicos. Assumindo essa premissa, a razão R também é constante:

$$R = \frac{\Delta h}{\Delta Q} = Constante \quad (2.2)$$



Refinando a expressão 2.2 atribuindo o valor de resistência  $R$  a um caso específico de escoamento laminar, caracterizado pelo número de Reynolds  $\leq 2000$ . Nesse caso pode-se expressar dinâmica do sistema avaliando-se sua vazão, e obtendo uma EDO que representa o processo, como mostra as equações 2.3,2.4,2.5.

$$Q = \frac{dV}{dt} = K_l \cdot A \cdot h \quad (2.3)$$

$$\frac{d(A \cdot h)}{dt} = K_l \cdot A \cdot h \quad (2.4)$$

$$\frac{dh}{dt} = K_l \cdot h \quad (2.5)$$

Em que  $Q$  representa a vazão,  $V$  é o volume,  $A$  a seção transversal do tanque,  $K_l$  uma constante de proporcionalidade e  $h$  o nível do tanque.

$$R_l = \frac{dh}{dQ} = \frac{H}{Q} \quad (2.6)$$

Entende-se  $R$  como a resistência que o sistema impõe a uma variação da vazão “ $\Delta Q$ ”, que decorre de características do escoamento do fluido, restrições e geometria do canal por onde passa o fluido.

No escoamento turbulento,  $R$  passa a ser dado pela equação 2.7.

$$R_t = \frac{dh}{dQ} = \frac{2H}{Q} \quad (2.7)$$

Ambos valores de  $R$  foram calculados assumindo algumas condições como o sistema estar em regime permanente, avaliação de parâmetros concentrados e que o fluido é incompressível.

Outro elemento que caracteriza a dinâmica de um processo de tanques é a capacitância, análogo a teoria de circuitos elétricos, esta quantifica a variação na quantidade do fluido de modo a variar a altura. O valor da capacitância esta associada a área da seção transversal do tanque. Se o tanque possuir áreas distintas para diferentes alturas também é esperado capacitâncias distintas. Assume-se em um caso simplificado que a área seja contante e portanto a capacitância também seja.

Como o sistema possui uma entrada e um nível que deseja-se modelar pode-se utilizar um sistema de primeira ordem para representar o processo descrito na equação 2.8.

$$\frac{H(s)}{Q(s)} = \frac{R}{RCs + 1} \quad (2.8)$$

Observe que independente do processo apresentar escoamento turbulento ou laminar ambos podem ser modelados pela função de transferência da equação 2.8. Vale ressaltar que em um mesmo sistema pode haver transições entre escoamento laminar e turbulento dificultando o uso desse tipo de modelo, sendo necessário investir mais tempo na análise do processo.

### 2.3 Modelos Não Lineares

Os modelos lineares vistos embora de fácil compreensão e com comportamento conhecido não representam suficientemente o sistema real em uma ampla faixa de operação. A exemplo do valor R, este é válido apenas para escoamento laminar. Outro cenário é ocorre escoamento turbulento, caracterizado para número de Reynolds  $> 2400$ . Observando novamente a relação de vazão como mostra as equações 2.9, 2.10

$$Q = \frac{dV}{dt} = K_t \cdot A \sqrt{h} \quad (2.9)$$

$$\frac{dh}{dt} = K_t \sqrt{h} = K_t \cdot h^{0.5} \quad (2.10)$$

Um terceiro caso com um escoamento de transição entre turbulento e laminar pode ser obtido a partir de uma generalização da equação 2.10 e mostrada na equação 2.11.

$$\frac{dh}{dt} = K_{tl} \cdot h^\alpha \quad (2.11)$$

O modelo representado na equação 2.11 pode ser utilizado na faixa de transição entre turbulento e laminar com número de Reynolds entre 2000 e 2400 como também nas regiões onde o fluxo é laminar ou turbulento visando obter um melhor ajuste com o comportamento real do escoamento. Espera-se que  $\alpha \in [0,5 \ 1]$  uma vez que o escoamento transiciona entre o perfil turbulento e laminar, porém como  $\alpha$  pode ser obtido de forma a simplesmente obter um melhor ajuste pode-se ter valores fora dessa faixa dependendo das perdas de carga no fluxo.

## 2.4 Sistemas de 4 Tanques MIMO de fase não mínima

A literatura comumente aborda modelos não lineares supondo escoamento turbulento. O sistema apresentado na figura 30 foi motivação para estudo de uma configuração de fase não mínima na planta DCNV4T. O sistema de 4 tanques apresentado possui duas bombas e válvulas que permitem regular a vazão de em cada tanque. O processo possui duas entradas, as vazões  $v_1$  e  $v_2$  que são obtidas acionado as bombas do processo, e duas saídas  $y_1$  e  $y_2$ . A equação 2.12 representa as dinâmicas do processo.

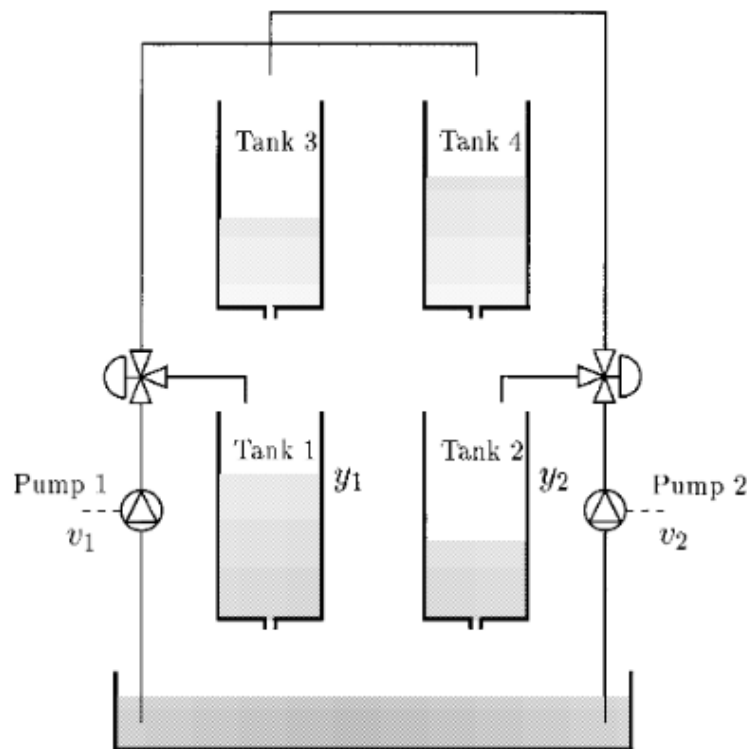


Figura 30 – Processo de 4 Tanques (JOHANSSON, 2000)

$$\begin{aligned}
 \frac{dh_1}{dt} &= -\frac{a_1}{A_1}\sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1}\sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1}v_1 \\
 \frac{dh_2}{dt} &= -\frac{a_2}{A_2}\sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2}\sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_2}v_2 \\
 \frac{dh_3}{dt} &= -\frac{a_3}{A_3}\sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3}v_2 \\
 \frac{dh_4}{dt} &= -\frac{a_4}{A_4}\sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4}v_1
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Em que  $A_i$  é a área seção transversal dos tanques,  $a_i$  é a área seção transversal dos canos de saída,  $h_i$  o nível dos tanques, e  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  são abertura de

válvulas do processo podem assumir valores de 0 a 1, esses valores determinam se o processo é de fase não mínima. É importante notar que diferentemente da planta DCNV4T os tanques 1 e 2 são localizados inferiormente enquanto os tanques 3 e 4 estão localizados superiormente.

Na literatura estudada (JOHANSSON, 2000) o processo é linearizado obtendo o modelo linear apresentado na equação 2.13.

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 T_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_4} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} u \quad (2.13)$$

$$y = \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_c & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

Na equação 2.13  $T_i$  são as constantes de tempo do sistema e são dadas pela equação 2.14.

$$T_i = \frac{A_i}{a_i} \sqrt{\frac{2h_i^0}{g}}, i = 1, \dots, 4 \quad (2.14)$$

Em que  $h_i^0$  é o nível dos tanques no ponto de operação escolhido. O modelo apresentado em 2.13 pode ser representado em funções de transferência na equação 2.15.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 c_1}{1+sT_1} & \frac{(1-\gamma_2)c_1}{(1+sT_1)(1+sT_3)} \\ \frac{(1-\gamma_1)c_2}{(1+sT_4)(1+sT_2)} & \frac{\gamma_2 c_2}{1+sT_2} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Na equação 2.15  $c_i = \frac{T_i k_i k_c}{A_i}$ . Nota-se que as funções de transferência não apresentam zeros independente dos valores de  $c_i$  e  $\gamma_i$ . A fase não mínima em um processo MIMO apresentado pode ser visto obtendo o determinante da matriz  $G$  na equação 2.16.

$$|G(s)| = \frac{c_1 c_2}{\gamma_1 \gamma_2 \prod_{i=1}^4 (1+sT_i)} \left[ (1+sT_3)(1+sT_4) - \frac{(1-\gamma_1)((1-\gamma_2))}{\gamma_1 \gamma_2} \right] \quad (2.16)$$

Para o sistema ser de fase mínima a condição explicitada na equação 2.17 deve ser satisfeita.

$$1 < \gamma_1 + \gamma_2 < 2 \quad (2.17)$$

Para o sistema ser de fase não mínima a condição explicitada na equação 2.18 deve ser satisfeita.

$$0 < \gamma_1 + \gamma_2 < 1 \quad (2.18)$$

Em um processo MIMO o aspecto de fase não mínima é menos evidente que em um sistema SISO quando o comportamento das curvas são avaliados no tempo. Em um sistema SISO o comportamento das saídas é possuir uma derivada negativa em poucos instantes após um degrau na entrada, caracterizado pelo fato do sistema "partir" para o lado errado.

O processo em estudo embora semelhante ao anterior possui uma extensão no acoplamento dos tanques superiores e bombas com os tanques inferiores, isto é, a pressão de saída dos tanques 1 e 2 não é mais a pressão atmosférica como ocorre no processo ilustrado na figura 30, sendo necessário obter um novo modelo.

Partindo do princípio de Bernolli em que “ $p_1$ ” e “ $p_2$ ”, “ $v_1$ ” e “ $v_2$ ”, “ $z_1$ ” e “ $z_2$ ” são respectivamente as pressões, as velocidades e a distância vertical do fluido em dois pontos de uma linha de fluxo, enquanto  $g$  é a aceleração gravitacional. Essa equação apresenta restrições ao ser aplicada somente para fluidos incompressíveis, sem atrito, em regime permanente e ao longo de uma única linha de fluxo (WHITE, 1999). Entretanto processos reais que apresentam atrito a expressão de Bernolli deve ser ajustada com uma perda de carga assim como mostra a equação 2.19.

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h_p \quad (2.19)$$

Em que o termo  $h_p$  concentra todas as perdas de carga envolvidas no processo como pode ser visto na equação 2.20.

$$h_p = \sum_{i=1}^n h_{LOCi} + h_N \quad (2.20)$$

$$h_{LOC} = F_{AL} \frac{v^2}{2g} \quad (2.21)$$

$$h_N = f \frac{Lv^2}{D2g} \quad (2.22)$$

Em que “ $h_{LOC}$ ” são perdas de cargas localizadas que ocorrem pela mudança do diâmetro, presença de joelhos, válvulas e outros conectores da tubulação, e “ $h_N$ ” são perdas normais que ocorrem pela viscosidade do fluido. As

perdas de carga localizadas e normais podem ser obtidas a partir da equação de Darcy-Weisbach, vistas respectivamente nas equações 2.21 e 2.22. “ $F_{AL}$ ” é uma constante que depende da geometria da tubulação ou dos conectores por onde o fluido passa, “ $v$ ” a velocidade, “ $f$ ” o fator de atrito que depende no número de Reynolds e da rugosidade relativa, “ $L$ ” e “ $D$ ” respectivamente o comprimento linear e diâmetro da tubulação. O fator de atrito em tubulações é representada por diagramas de Moody (MOODY, 1944) e pode ser obtidas pela fórmula de Swamee (SWAMEE, 1993), visto na equação 2.23.

$$f = \left\{ \left( \frac{64}{Re} \right)^8 + 9,5 \left[ \ln \left( \frac{\epsilon}{3,7D} + \frac{5,74}{Re} \right) - \left( \frac{2500}{Re} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125} \quad (2.23)$$

Em que “ $\epsilon$ ” é a rugosidade relativa e “ $Re$ ” o Número de Reynolds. A expressão representada na equação 2.23 embora possa ser utilizada depende do conhecimento do Número de Reynolds e da rugosidade relativa, nem sempre disponíveis, além disso essa fórmula permite obter o fator de atrito de uma perda de carga do sistema, uma vez que um sistema real normalmente possui múltiplas perdas seria necessário conhecer o Número de Reynolds e rugosidade para cada uma. Entretanto expressões mais simples podem representar o fator de atrito para intervalos do Número de Reynolds, uma vez que a exemplo que sistemas industriais que possuem pontos de operação bem definidos torna-se suficiente conhecer a dinâmica no sistema nessa região. Com isso pode-se aplicar um modelo (CARDOSO; KLAR, 2014) que assim como o perfil do fator de atrito é monotônico decrescente, como pode ser visto na equação 2.24.

$$f = bRe^{-m} = b \left( \frac{\rho v D}{\mu} \right)^{-m} \quad (2.24)$$

O processo estudado nesse trabalho é composto por tanques conectado por tubulações, uma representação dos conectores dos tanques superiores, 1 e 2, e inferiores, 3 e 4. Deseja-se obter as dinâmicas de escoamento  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ,  $q_4$ ,  $q_{13}$ ,  $q_{24}$ , mostradas na figura 15. As vazões  $q_3$  e  $q_4$  dependem apenas do nível dos tanques, as demais dependem da associação de tanques superiores e inferiores. Pode-se avaliar que  $q_1$  e  $q_{13}$  assim como  $q_2$  e  $q_{24}$  não possuem o mesmo valor devido a atrasos de transporte, devendo ter parâmetros distintos. A vazão em um tanque com secção transversal de área “ $A_1$ ” e saindo por um duto de área “ $A_2$ ”, respectivamente com um fluido com velocidade “ $v_1$ ” e “ $v_2$ ” é dada pela equação 2.25.

Pela equação 2.19 pode-se obter a velocidade do fluido considerando ini-

cialmente o escoamento de saída dos tanques inferiores sabendo que  $p_1 = p_2 =$  Pressão Atmosférica. Nesse caso nota-se que o fluxo de saída passa por uma região onde a área da secção reduz bruscamente, uma perda de carga localizada, e o duto por onde a água deixa o tanque, uma perda de carga normal.  $z_2 - z_1$  passa a ser chamado de “ $\Delta h$ ”, para as dinâmicas  $q_3$  e  $q_4$  corresponde nível do tanque em análise, enquanto para as dinâmicas  $q_1$  e  $q_{13}$  corresponde a  $h_1 - h_3 + 100$ , e  $q_2$  e  $q_{24}$  corresponde a  $h_2 - h_4 + 100$ .

$$q = A_1.v_1 = A_2.v_2 \tag{2.25}$$

Admitindo que a velocidade na região de perda localizada é igual a “ $v_2$ ”. Substituindo o fator de atrito pela expressão simplificada, considerando que o diâmetro, o comprimento da tubulação, a viscosidade e a densidade são constantes. é possível obter a equação 2.26 para as dinâmicas de escoamento.

O processo de fase não mínima estudado apresenta em cada bomba a configuração mostrada na figura 01:

$$\frac{q}{A_2} = v_2 = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1} + cv_2^{-m} + F_{AL}\right)}} \tag{2.26}$$

Assume-se que a mudança brusca de área e as demais perdas localizadas possuem a constante “ $F_{AL}$ ”. A solução da equação 2.26 exige ferramentas matemáticas não disponíveis durante a condução desse estudo. Buscando por candidatas que se aproximem suficientemente do comportamento do escoamento real em uma faixa extensa de operação, propõe-se modelos de escoamentos alternativos como vistos na tabela X.

Tabela X – Modelos de Escoamento.

|  |  |
|--|--|
| $K_l\Delta h$                            | $K_l.\Delta h + const$                           |
| $K_t\sqrt{\Delta h}$                     | $K_t.\sqrt{\Delta h} + const$                    |
| $K_l\Delta h + K_t\sqrt{\Delta h}$       | $K_l\Delta h + K_t\sqrt{\Delta h} + const$       |
| $K_1\Delta h^\alpha$                     | $K_1.\Delta h^\alpha + const$                    |
| $K_1\Delta h^\alpha + K_2\Delta h^\beta$ | $K_1\Delta h^\alpha + K_2\Delta h^\beta + const$ |

Na tabela X, os primeiros modelos na primeira e segunda linha são respectivamente o laminar e turbulento. Na terceira linha o modelo utilizado foi o sugerido pela literatura de identificação (AGUIRRE, 2004). Na quarta e quinta linha um modelo proposto por nesse trabalho visando um melhor ajuste das dinâmicas de escoamento por meio expoentes e constantes multiplicativas. Na

segunda coluna, constantes foram adicionadas de forma a compensar eventuais discrepâncias com o sistema. Outros modelos exponenciais com mais parâmetros foram testados entretanto não apresentaram desempenho superior aos modelos na tabela X. É importante mencionar que a constante nos modelos não possui uma interpretação física, o objetivo é melhorar o ajuste dos modelos. Com essas dinâmicas visa-se obter um modelo do processo tal como é representado na equação 2.27.

$$\begin{aligned}
 A1 \frac{dh_1}{dt} &= q_1 + q_{B1} \\
 A1 \frac{dh_2}{dt} &= q_2 + q_{B2} \\
 A1 \frac{dh_3}{dt} &= q_{13} - q_3 + q_{B3} \\
 A1 \frac{dh_4}{dt} &= q_{24} - q_4 + q_{B4}
 \end{aligned}
 \tag{2.27}$$

Visando obter os termos  $q_{B1}$ ,  $q_{B2}$ ,  $q_{B3}$ ,  $q_{B4}$  é necessário avaliar o balanço de pressões devido ao nível de líquidos dos tanques inferiores. A figura 31 ilustra a conexão de uma bomba com um tanque superior e um inferior.

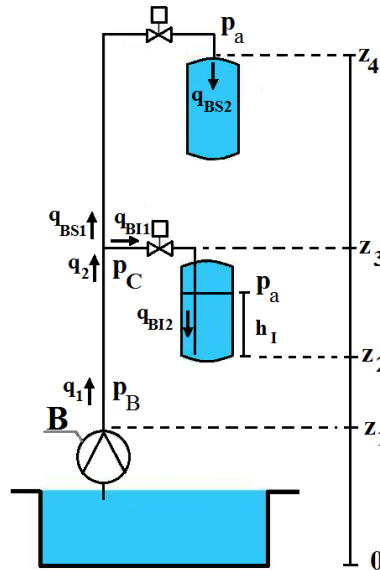


Figura 31 – Conexão das Bombas com os Tanques.

Deseja-se obter  $q_{BS2}$ , que corresponde a  $q_{B1}$  e  $q_{B2}$  e  $q_{BI2}$  que corresponde a  $q_{B1}$  e  $q_{B2}$ . Para obtê-las será necessário avaliar a dinâmica do sistema mediante lei de Bernolli. Sabe-se que de a relação entre velocidade e vazão pode ser dada pela equação 2.28:

$$v = \frac{q}{A}
 \tag{2.28}$$



Na representação esquemática da figura 31 considera-se que há duas secções com áreas distintas, a secção dos dutos e tanques, respectivamente com áreas  $A_1$  e  $A_2$ . Tendo que  $p_B$  é a pressão de saída da bomba que pode ser obtida por uma relação a frequência de atuação nas bombas pelos inversores.  $p_C$  é a pressão na bifurcação na qual  $q_2$  se divide em  $q_{BS1}$  e  $q_{BI1}$ . Observando o processo em questão propõem 3 equações de bernolli que regem a dinâmica do sistema.

$$\frac{p_C}{g\rho} + \frac{v_{S1}^2}{2g} + z_3 = \frac{p_a}{g\rho} + \frac{v_{S2}^2}{2g} + z_4 \quad (2.29)$$

$$\frac{p_C}{g\rho} + \frac{v_{I1}^2}{2g} + z_3 = \frac{\rho g h_I + p_a}{g\rho} + \frac{v_{I2}^2}{2g} + z_2 \quad (2.30)$$

$$\frac{p_B}{g\rho} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_C}{g\rho} + \frac{v_2^2}{2g} + z_4 \quad (2.31)$$

$$v_2 = v_{S1} + v_{I1} \quad (2.32)$$

Os termos das equações 2.29 a 2.32 são conhecidos com excessão de  $p_C$ ,  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_{S1}$ ,  $v_{I1}$ ,  $v_{S2}$ ,  $v_{I2}$ , são 7 incognitas e 4 equações. Porém deseja-se obter todos os termos desconhecidos em função de  $p_B$ , seriam necessarias mais duas equação para isso admite-se que para um intervalo de  $p_B$  existão constantes tais que:

$$v_{I1} = a_I v_{I2} + b_I \quad (2.33)$$

$$v_{S1} = a_S v_{S2} + b_S \quad (2.34)$$

Além dessas equações adiciona-se a hipótese que:

$$v_1 = a_1 v_2 + b_1 \quad (2.35)$$

Aplicando as equações 2.32, 2.33 e 2.34 na equação 2.35.

$$v_1 = a_1(a_I v_{I2} + a_S v_{S2} + b_I + b_S) + b_1 \quad (2.36)$$

$$v_1 = a_1 a_I v_{I2} + a_1 a_S v_{S2} + a_1 b_I + a_1 b_S + b_1 \quad (2.37)$$

Como os termos  $a_1$ ,  $a_S$ ,  $a_I$ ,  $b_S$  e  $b_I$  são constantes pode-se obter a expressão equivalente **2.38**

$$v_1 = A_1 v_{I2} + A_2 v_{S2} + B_1 \quad (2.38)$$

Aplicando as equações **2.32**, **2.33**, **2.34** nas equações **2.29**, **2.30**, **2.31** obtem-se:

$$\frac{p_C}{g\rho} + \frac{(a_S v_{S2} + b_S)^2}{2g} + z_3 = \frac{p_a}{g\rho} + \frac{v_{S2}^2}{2g} + z_4 \quad (2.39)$$

$$\frac{p_C}{g\rho} + \frac{(a_I v_{I2} + b_I)^2}{2g} + z_3 = \frac{\rho g h_I + p_a}{g\rho} + \frac{v_{I2}^2}{2g} + z_2 \quad (2.40)$$

$$\frac{p_B}{g\rho} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_C}{g\rho} + \frac{(a_I v_{I2} + a_S v_{S2} + (b_S + b_I))^2}{2g} + z_4 \quad (2.41)$$

$$\frac{p_B}{g\rho} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{\rho g h_I + 2p_a}{g\rho} + \frac{v_{I2}^2 + v_{S2}^2}{2g} + z_4 + z_2 \quad (2.42)$$

Realizando substituições e simplificando as expressões algébricas assim como apresentado na seção de anexos (Modelagem da Dinâmica de Vazão da Bomba) obtem-se as equações **2.43** e **2.44**.

$$v_{I2} = d_1 + \sqrt{d_2 u^2 + d_3 h_I^2 + d_4 h_I u + d_5 h_I + d_6 u + d_7 h_I + d_8} \quad (2.43)$$

$$v_{S2} = e_1 + \sqrt{e_2 u^2 + e_3 h_I^2 + e_4 h_I u + e_5 h_I + e_6 u + e_7 h_I + e_8} \quad (2.44)$$

Essas expressões de velocidade do fluxo apresentadas dependem não apenas da entrada  $u$ , dada pelo acionamento dos inversores mas também pelo nível dos tanques inferiores.

### 3 Coleta de Dados

Os dados de nível e atuação na planta foram feitos em simulink como comunicação OPC com o CLP. O diagrama de blocos utilizado pode ser visto na figura 32.

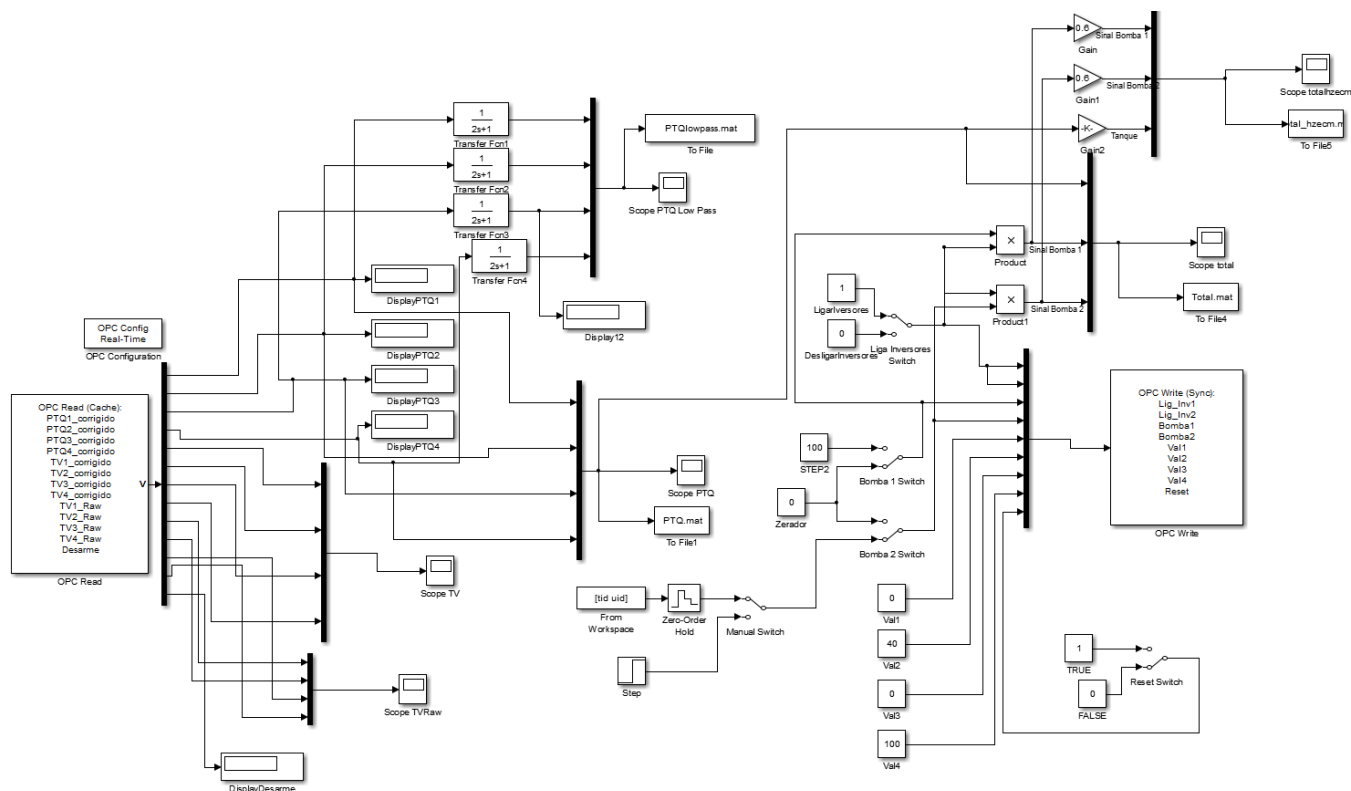


Figura 32 – Diagrama de Blocos da Coleta de Dados

Os blocos OPC Read recebe um vetor de dados de nível de 0 a 100% equivalente a 0 a 68cm. Os valores de vazão embora não utilizados são fornecidos pelo bloco. A calibração dos sensores foi realizada previamente no CLP para fornecer tais valores. Os dados são salvos em arquivos com extensão .mat. Pela restrição do CLP e sensores o período de amostragem é de 0,1 s.

Além da leitura de dados é possível atuar nas bombas por meio do inversor de frequência e seleccionando abertura das válvulas motorizadas por meio do bloco OPC Write. A frequência e abertura é seleccionada entre valores de 0 e 100% correspondendo a frequências de 0 a 60Hz. Por restrições de segurança programadas no CLP não é possível manter todas as válvulas fechadas no experimento e a operação das bombas é bloqueada quando o nível atinge 102,5%.

## 3.1 Problemas associados a Coleta de Dados

Durante a coleta houveram alguns problemas quanto a ruídos, perturbações e as restrições de segurança do CLP.

### 3.1.1 Ruídos

Todo processo real esta submetido a ruídos. Ruídos podem ser de medição, intrínsecos aos sensores utilizados, ou ruídos atuantes no processo físico. Outra distinção é de ruído irradiado que ocorrem por sinais eletromagnéticos ou conduzido presentes no circuito apresentando muitas vezes componentes DC. Ao coletar os dados observados em experimentos notou-se que o ruído esta associado ao inversor de frequência localizado próximo aos sensores do processo. No experimento mostra da figura 33 aplicou-se um sinal que variava de 0 a 10% (0 a 6 Hz) de frequência, que não permite fluxo de entrada nos tanques. O resultado mostra que um ruído é adicionado ao sistema ao ligar o inversor de frequência.

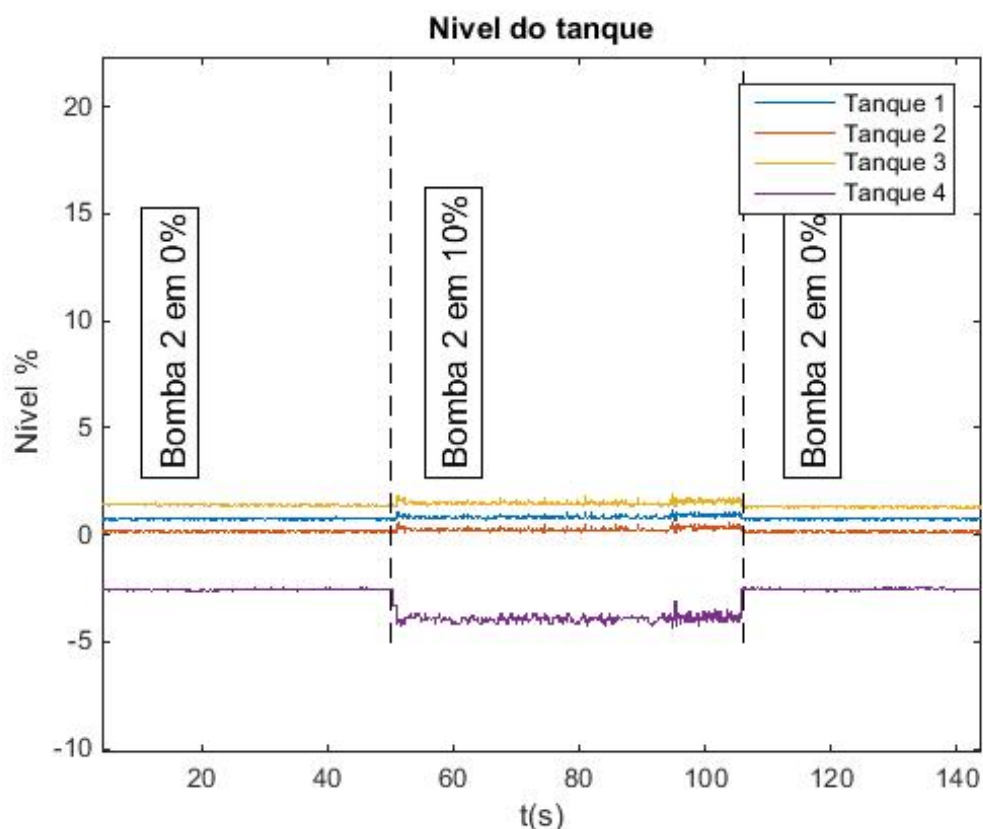


Figura 33 – Ruído observado aplicando sinal de 0 a 10%.

### 3.1.2 Perturbações

O degrau observado na medição de nível dos tanques ilustra também uma perturbação no processo decorrente do acionamento do inversor. Uma perturbação foi encontrada mas pode ser minimizada: como os tanques 3 e 4 são estendidos ao fluir água por esses canos devido a pouca de fixação esses colidem com o tanque gerando perturbações na medição dos sensores de nível.

### 3.1.3 Restrições de Segurança

Como o sistema de nível de líquido é lento, necessita-se também de muito tempo para identificação. Eventualmente os sensores de nível tinham medidas com erros elevados em curtos instantes de tempo(outliers), pela rotina de emergência se os valores da medida superam 102,5% o acionamento das bombas é desligado e portanto o experimento é interrompido.

### 3.1.4 Não Linearidades

Um processo de nível de líquido real apresenta não linearidades intrínsecas de seu projeto e implementação. A planta em análise esta sujeita a saturação do nível dos tanques, vazão de saída da bomba sem correspondência linear com a entrada do inversor de frequência, perfil do escoamento variante e comportamento oscilatório.

### 3.1.5 Saturação

A saturação do sistema de 4 tanques representa limitações na identificação deste quanto a ponto de operação e amplitudes do sinal de identificação. O nível desse processo só pode manifestar valores entre um  $H_{min}$ , considerado a referência 0, e  $H_{max}$ , respectivamente de 0 a 68 cm, nível mínimo e máximo do tanque.

### 3.1.6 Vazão

A entrada do processo é feita atuando sobre as bombas utilizando um inversor de frequência, entretanto esta não varia linearmente com a entrada possivelmente devido ao fato dos tanques estarem em alturas distintas da bomba sendo necessário que esta aplique uma pressão superior a pressão atmosférica e da coluna de água formada pela diferença de altura.

### 3.1.7 Perfil de Escoamento

Experimentos realizados esvaziando os tanques, monitorando o nível e obtendo um ajuste para diferentes escoamentos indicam que este não é turbulento nem mesmo laminar variando conforme a altura do tanque.

### 3.1.8 Comportamento Oscilatório

Observou-se que para determinados valores de entrada a planta oscila em regime permanente mesmo para valores constantes. Uma possível explicação para esse fenômeno é a formação de bolhas, que decorre da geometria do encanamento, que torna a passagem do fluido mais ou menos estreita refletindo na oscilação observada, as curvas de nível que mostram essa não linearidade pode ser vista na figura 34.

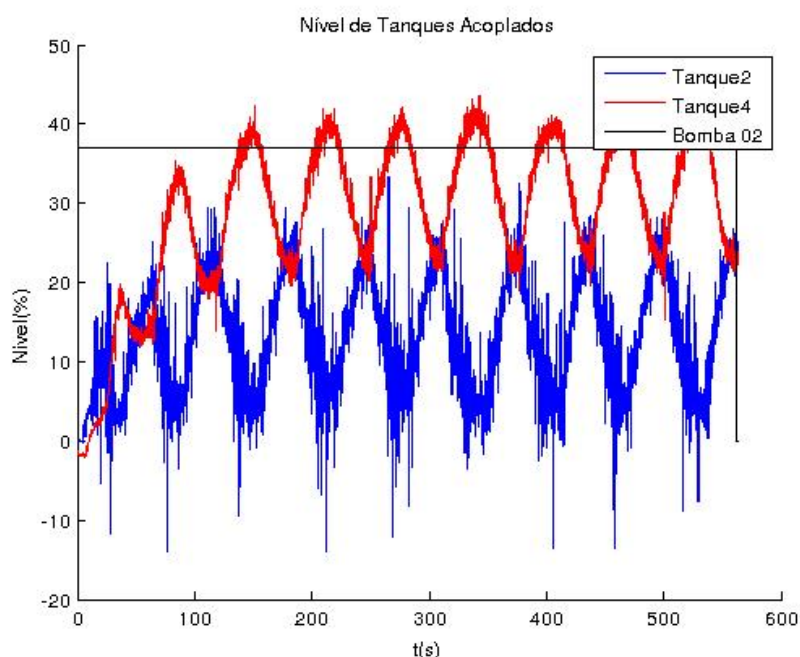


Figura 34 – Comportamento Oscilatório.

Essa oscilação, observada nos tanques 2 e 4, ocorre para valores de atuação na bomba 02 menores que 40%. O mesmo ocorre nos tanques 1 e 3 utilizando a bomba 01 porém para valores maiores. Esses valores serão limitantes na escolha do sinal de identificação uma vez que deseja-se que o processo esteja submetido ao mínimo de não linearidades como saturação e oscilações.

### 3.1.9 Sinais de Identificação

Como o processo a ser identificado é MIMO de duas entradas e duas saídas escolheu-se um sinal do tipo PRBS para ser aplicado em cada uma das entradas. Esse experimento apresenta sinais com aspectos principais sintetizados na tabela XI.

Tabela XI – Sinal Aplicado nas Bombas.

|                                |              |
|--------------------------------|--------------|
| Número de amostras             | 40301        |
| Período de Amostragem          | 0,1 s        |
| Duração do Experimento         | 11 h         |
| Banda do Sinal PRBS            | 0,0003       |
| Ponto de Operação da Bomba 01  | 62%(37,2 Hz) |
| Amplitude do Sinal da Bomba 01 | 4%(2,4 Hz)   |
| Ponto de Operação da Bomba 02  | 55%(33 Hz)   |
| Amplitude do Sinal da Bomba 02 | 3%(1,8 Hz)   |
| Ponto de Operação Tanque 03    | 43,9 cm      |
| Ponto de Operação Tanque 04    | 57,7 cm      |
| Fator de Decimação             | 10           |

Como pode ser visto na tabela XI, o experimento realizado com período de amostragem de 0,1s entretanto o sinal levado a identificação foi decimado em um fator de 10, ou seja, com período de amostragem de 1s. Os sinais PRBS foram gerados a partir de um mesmo conjunto de dados porém defasados de modo a reduzir a correlação entre ambos o que propiciará sinais de saída com mais informações para a identificação. As amplitudes dos sinais assim como os pontos de operação serão limitantes ao controle que deverá ser projetado visando que a ação de controle não extrapole os sinais para qual o sistema foi identificado. Uma vez realizado o experimento e coletado os dados separou-se dois conjuntos de dados: de identificação e validação, respectivamente com 60% e 40% das amostras coletadas.

As curvas de acionamento das bombas e nível dos tanques 3 e 4 podem ser vistas na figura 35.

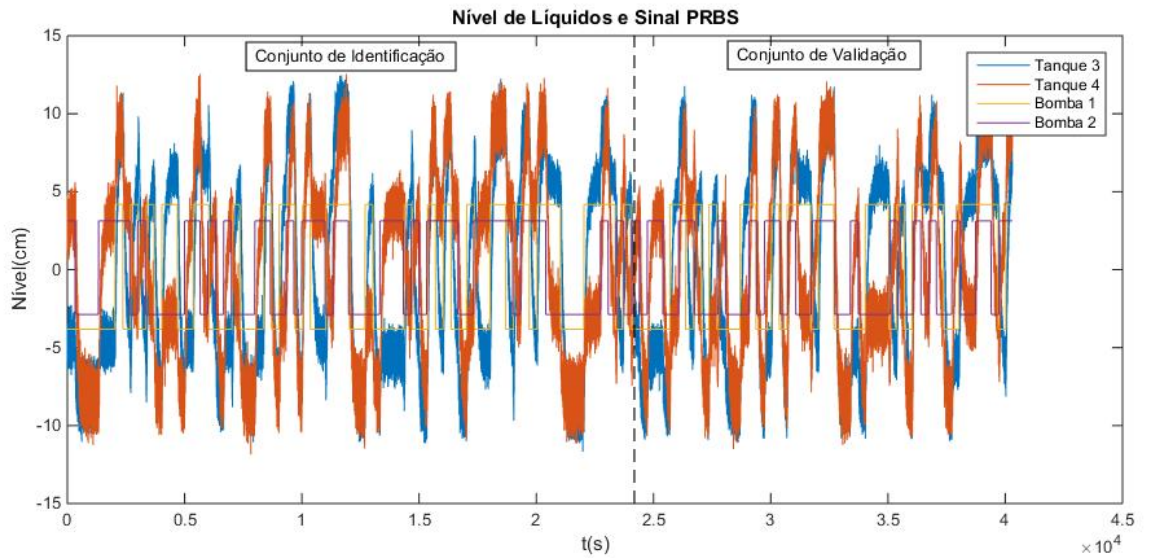


Figura 35 – Sinais de Entrada e Saída do Processo

As curvas apresentadas na figura 35 foram pre-processados de modo a retirar a média do sinal o que contribuirá na identificação do processo. Posteriormente será necessário utilizar as médias no projeto do controlador.



## 4 Identificação

Serão apresentados modelos lineares e não lineares nesse trabalho. Os modelos lineares obtidos estão completos, porém o não linear apresenta apenas parte de seus parâmetros identificados.

### 4.1 Modelos Lineares

Os modelos lineares apresentados serão de de função de transferência. Para representar o sistema MIMO de fase não mínima um conjunto de 4 funções de transferência foram utilizadas, duas para o nível de líquido do tanque 3 e duas para o nível de líquido do tanque 4. A estrutura do modelo é apresentada na figura 36.

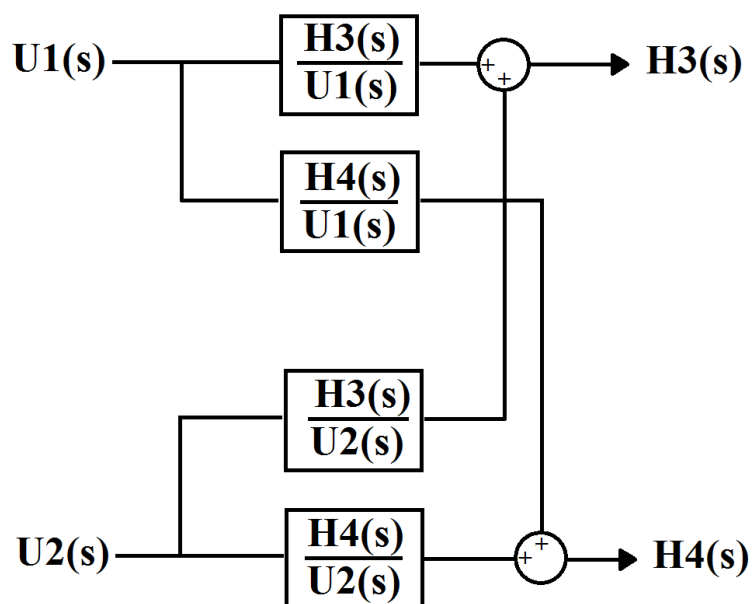


Figura 36 – Estrutura do Modelo Linear.

Na figura 36,  $U_1$  é a atuação na bomba 01 e  $U_2$  a atuação na bomba 02,  $H_3$  é o nível do tanque 3 enquanto  $H_4$  é o nível do tanque 4. Observa-se que no processo ambos os tanques são influenciados por ambas as bombas, característica do acoplamento de tanques.

## 4.2 Metodologia

Na etapa de identificação foram propostos modelos de função de transferência, cada saída(nível do tanque 3 e 4) do sistema apresentará duas funções de transferência uma para cada entrada(Bomba 01 e Bomba 02). Foram escolhidos 14 modelos lineares.

Os modelos foram escolhidos de forma a explorar as ferramentas de estimação de parâmetros da toolbox Ident. Uma vez que o processo apresenta algumas não linearidades que podem afetar o ajuste dos modelos investigados, é importante ter um amplo conjunto de modelos para a partir deles definir o modelo a ser utilizado para o projeto do controlador. Com o conjunto de dados utilizou-se os dados de identificação para obter os parâmetros dos modelos escolhidos e os dados de validação para obter o ajuste do modelo com os dados medidos.

## 4.3 Estimação de Parâmetros

Os candidatos para o modelo do processo apresentados na tabela XII parte da função de transferência mais simples(primeira ordem) até um limite tolerável de complexidade, 4º ordem. Dependendo do ajuste e da complexidade do modelo será definido o melhor modelo. O ajuste obtido para cada modelo é apresentado na tabela XII.

Tabela XII – Ajuste para cada Modelo.

| Modelos | Ajuste Tanque 3 | Ajuste Tanque 4 |
|---------|-----------------|-----------------|
| TF10    | 82,71%          | 81,18%          |
| TF11    | 83,97%          | 81,8%           |
| TF20    | 21,37%          | 67,6%           |
| TF21    | 84,47%          | 82,04%          |
| TF22    | 84,47%          | 81,96%          |
| TF30    | 3,681%          | 9,022%          |
| TF31    | 69%             | 57,19%          |
| TF32    | 81,25%          | 81,93%          |
| TF33    | 85,36%          | 82,06%          |
| TF40    | 69,85%          | 10,86%          |
| TF41    | 67,71%          | 56,1%           |
| TF42    | 84,43%          | 67,29%          |
| TF43    | 84,56%          | 82,04%          |
| TF44    | 84,56%          | 64,89%          |

Os ajustes mostrados na tabela XII apontam TF33 como modelo de maior fitness, entretanto isso não implica em ser o melhor modelo, aspectos como

a complexidade são relevantes, o modelo de TF10 com apenas um pólo em contraste com o TF33 de 6 pólos apenas com 2,7% a mais de ajuste com o tanque 3 e 0,8% no tanque 4. As funções de transferência TF10 e TF33 são apresentados na equações 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8.

$$G_{TF10\_H3\_U1}(s) = \frac{0,01658}{s + 0,008833} \quad (4.1)$$

$$G_{TF10\_H3\_U2}(s) = \frac{0,01793}{s + 0,02999} \quad (4.2)$$

$$G_{TF10\_H4\_U1}(s) = \frac{0,01688}{s + 0,02585} \quad (4.3)$$

$$G_{TF10\_H4\_U2}(s) = \frac{0,01841}{s + 0,008833} \quad (4.4)$$

$$G_{TF33\_H3\_U1}(s) = 0,015806 \frac{(s + 6,682e^{-6})(s^2 + 0,007598s + 0,07564)}{s(s + 0,06084)(s + 0,01061)} \quad (4.5)$$

$$G_{TF33\_H3\_U2}(s) = -0,031452 \frac{(s - 0,7568)(s + 0,01719)(s - 1,655 \cdot 10^{-5})}{(s + 0,05971)(s + 0,01084)(s + 8,423e^{-5})} \quad (4.6)$$

$$G_{TF33\_H3\_U1}(s) = -0,017097 \frac{(s - 1,532)(s + 0,02043)(s + 0,0002392)}{(s + 0,06351)(s + 0,01242)(s + 0,0002387)} \quad (4.7)$$

$$G_{TF33\_H3\_U2}(s) = -0,015928 \frac{(s - 0,3462)(s + 0,2368)(s + 0,0006833)}{(s + 0,0608)(s + 0,01059)(s + 0,0006769)} \quad (4.8)$$

As equações apresentadas informam a função de transferência de uma saída dado uma entrada, a exemplo da função de transferência  $TF10\_H3\_U1$  que corresponde ao nível de líquido do tanque 3 pela bomba 1. As curvas dos modelos TF10 e TF33 podem ser vistas na figura 37 e 38.

O comportamento da TF33 no nível do tanque 3 teve ajuste melhor como visto anteriormente entretanto não notou-se melhora significativa as curvas no tanque 4. Com isso pela relação de complexidade e ajuste tem-se que TF10 é o melhor modelo identificado. É interessante notar que a maior constante de tempo do sistema de primeira ordem identificado é de 113 s enquanto a menor é 33 s.

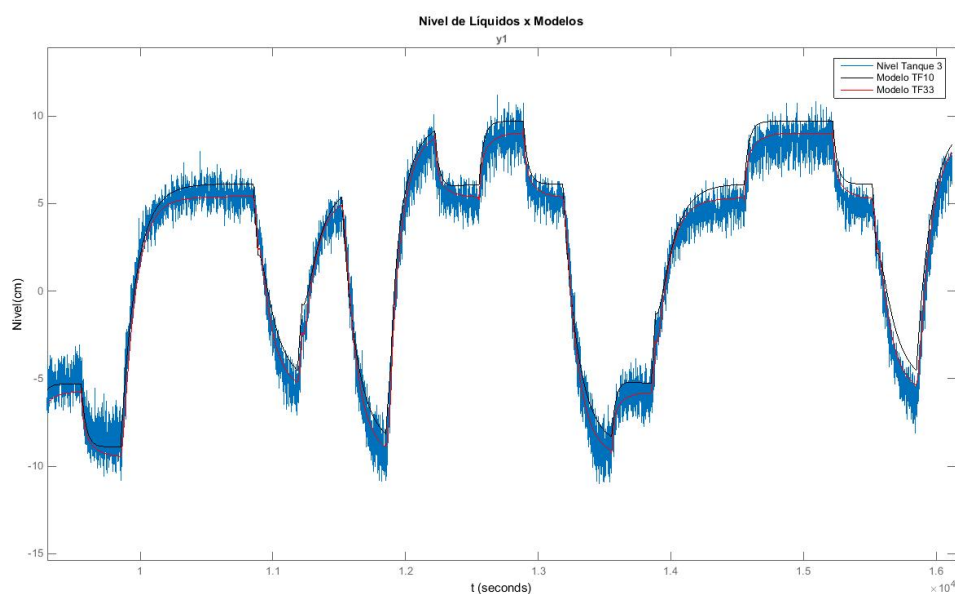


Figura 37 – Curvas de Nível de Líquido do Tanque 03 e Modelos Lineares.

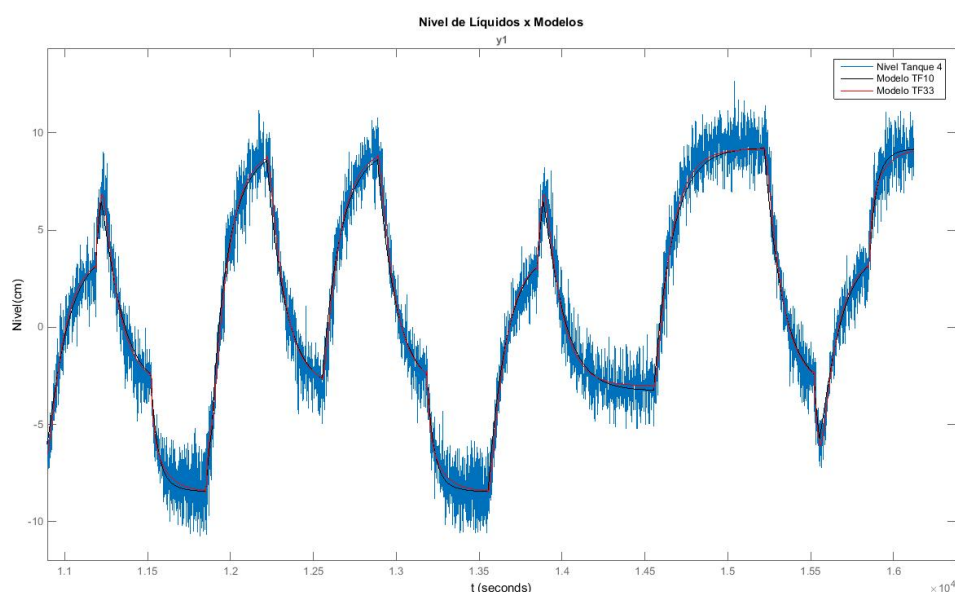


Figura 38 – Curvas de Nível de Líquido do Tanque 04 e Modelos Lineares.

#### 4.4 Modelo não Linear

O modelo não linear abordado nesse trabalho é representado pela equação 2.27, elaborada observando a representação esquemática da planta, apresenta termos como " $q_1$ ", " $q_{13}$ ", " $q_2$ ", " $q_{24}$ ", " $q_3$ " e " $q_4$ ". É importante notar que embora intuitivamente espera-se que " $q_1$ " e " $q_{13}$ " fossem iguais assim como " $q_2$ " e " $q_{24}$ ", são colocados como termos distintos devido a atrasos de transporte.

## 4.5 Metodologia

Realizou-se experimentos esvaziando os tanques isolando as dinâmicas de escoamento de interesse. Conduziu-se 4 experimentos: esvaziando separadamente os tanques 3 e 4 com nenhuma vazão de entrada, fechando todas as válvulas com excessão da  $Val_3$  e  $Val_4$ , e esvaziando os tanques 1 e 2 mantendo apenas as válvulas  $Val_1$  e  $Val_2$  abertas. Coletando dados de nível, obteve-se uma spline para cada curva de nível, derivando-a numericamente pode-se obter a variação de nível e conseqüentemente as vazões envolvidas esses resultados contribuíram para escolher a região de ajuste do modelo, isto é, a faixa de nível que o modelo é válido. Para obter os parâmetros dos modelos apresentados na seção anterior para aqueles que são lineares nos regressores, linhas 1 a 3 da tabela X, utilizou-se método dos mínimos quadrados, para os modelos das linhas 4 e 5 da tabela foi necessário uma busca exaustiva para determinar os expoentes do modelo e aplicação do método dos mínimos quadrados para determinar os parâmetros  $K_i$ . O diagrama da figura 39 ilustra o algoritmo utilizado para identificação dos parâmetros.

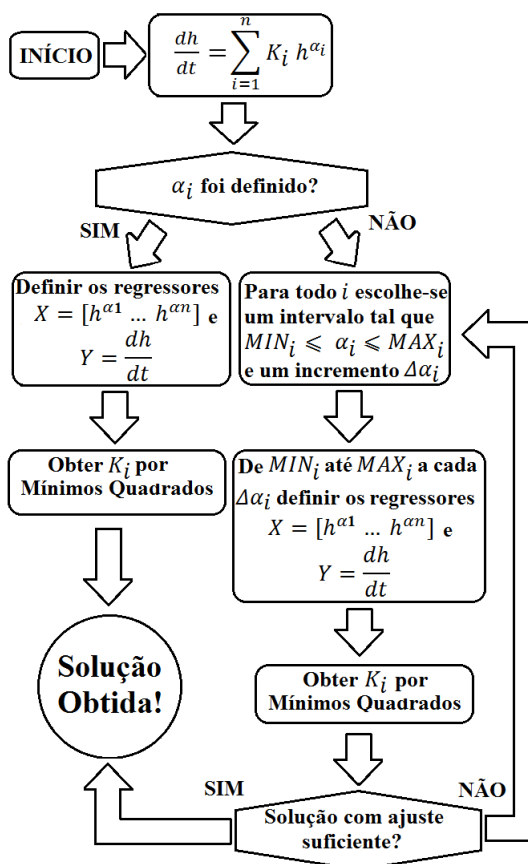


Figura 39 – Algoritmo para obtenção dos Parâmetros do Modelo.

No diagrama nota-se que a escolha do passo incremental  $\Delta\alpha_i$  não é trivial, se for muito grande a melhor solução contida no intervalo mencionado

pode não ser encontrada uma vez que o modelo de interesse não é linear, se for muito pequeno o algoritmo terá muitos valores calcular e levará mais tempo para obter a melhor solução, dependendo também do número de expoentes a determinar. Após alguns testes escolheu o valor 0,05 para  $\Delta a_i$ , com intervalo  $[MIN_i, MAX_i]$  de 0 a 1,5, partindo da heurística que os expoentes devem estar próximos dos modelos turbulento e laminar, 0,5 e 1. Após obter os expoentes ( $\alpha_i$ ) um novo intervalo foi determinado como sendo  $[\alpha_i - 0,05, \alpha_i + 0,05]$  com  $\Delta a_i$  igual a 0,01 e assim obtidos os parâmetros desejados. Comparou-se os modelos utilizando função de custo NRMSE, que pode apresentar valores no intervalo  $[\inf, 1]$ , respectivamente com um péssimo e ótimo ajuste. Os dados medidos nos experimentos realizados como referência e os dados de saída do modelo como os dados de teste a serem avaliados. Utilizou-se dois conjuntos de dados distintos, dados de identificação e de validação.

## 4.6 Estimação de Parâmetros

Com experimentos de esvaziamento dos tanques obteve-se dados de nível e sua derivada, avaliou-se a dinâmica de escoamento selecionando uma região onde os modelos seriam ajustados e seus parâmetros foram obtidos. O gráfico 40 ilustra os experimentos de esvaziamento dos tanques. Experimentos de esvaziamento dos tanques 1 e 2, onde a região de 27 a 35 cm, de diferença de nível, é desconsiderada no ajuste por não serem adequadamente representada pelos os modelos escolhidos. Sem retirar essas regiões os modelos para representar o processo em sua completude teriam mais parâmetros, mesmo com a exclusão dos intervalos mencionados esses continuam válidos para uma ampla faixa de nível.

Observa-se que a abcissa do gráfico para esses dois experimentos corresponde a diferença de nível  $h_S - h_I + 100$  em que  $h_S$  e  $h_I$  são respectivamente o nível dos tanques superiores e inferiores. Experimentos de esvaziamento dos tanques 3 e 4 a abcissa corresponde ao nível de líquido nos tanques do experimento, a região de 0 a 4 cm é desconsiderada pelo mesmo motivo apresentado anteriormente.

Nos experimentos de esvaziamento o inversor não é ativado logo o ruído eletromagnético é desprezível. Os gráficos ilustrados em 41 e 42 mostram o esvaziamento respectivamente dos tanques 1, 2, 3 e 4 no conjunto de validação juntamente com as respostas dos modelos escolhidos.

É importante notar que na figura 41 a curva de nível do tanque 3 apresenta um ruído maior do que curva de nível do tanque 1 devido a turbulência

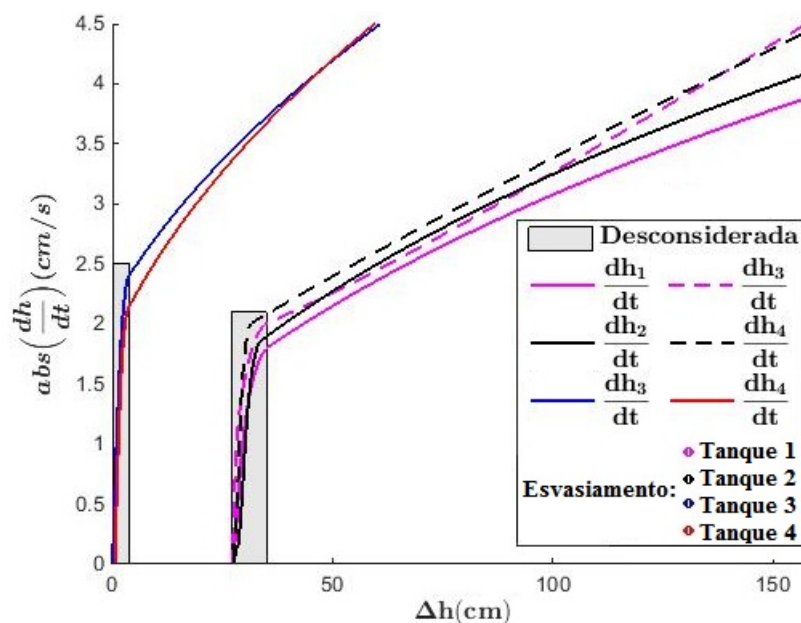


Figura 40 – Curvas de Esvaziamento dos Tanques.

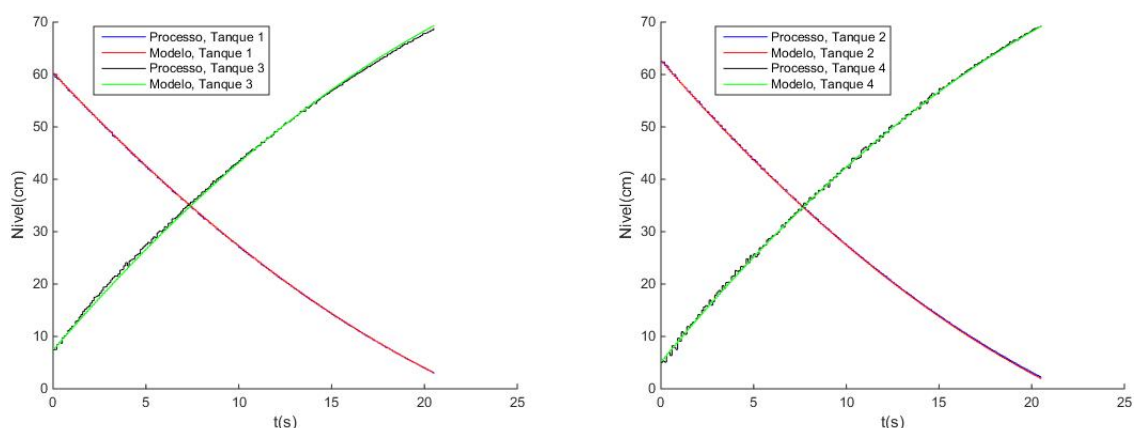


Figura 41 – Curvas de Esvaziamento do Tanque 01 e 02 utilizando modelo turbulento.

do fluido maior nesse tanque durante nessa dinâmica. O mesmo ocorre no esvaziamento do tanque 2. Outra questão é que parte do experimento de esvaziamento de validação não está sendo utilizado uma vez que no gráfico tanque 3 e 4 não começam com nível 0 cm, isso foi feito para eliminar o atraso de transporte que ocorre no instante que os canos estão vazios e o fluido só entrará nos tanques inferiores passados um intervalo de alguns ordem de segundos, como esse atraso ocorre de forma evidente nesse regime transitório que não ocorrerá quando a planta estiver em operação essa região pode ser retirada sem prejuízos a identificação.

Selecionado a região de ajuste obteve-se os parâmetros dos modelos e

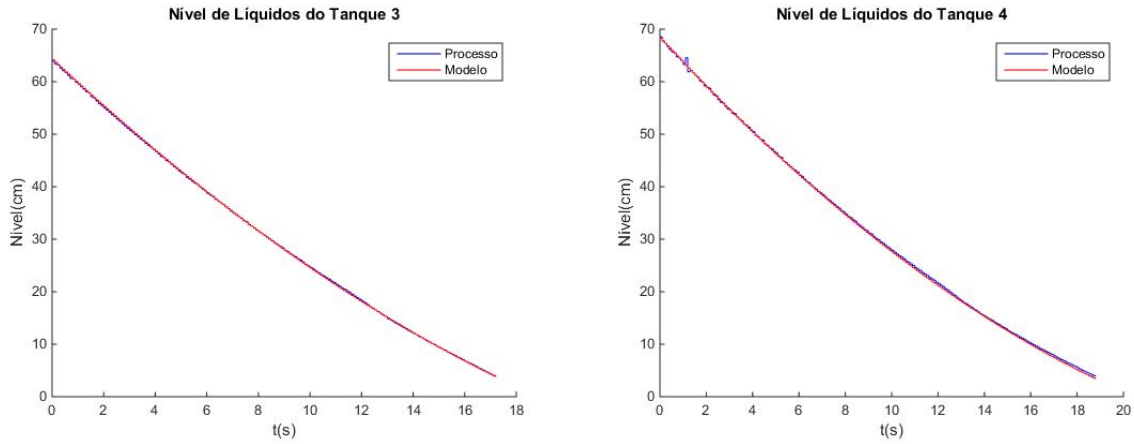


Figura 42 – Curva de Esvaziamento do Tanque 03 e 04 utilizando modelo exponencial com constante.

dados de ajuste NRMSE como mostra a tabela XIII.

Tabela XIII – Dinâmicas de Escoamento.

| $\frac{q_1}{A1}$        | Ajuste                                | $\frac{q_3}{A1}$       | Ajuste                               | $\frac{q_{13}}{A1}$     | Ajuste                             |
|-------------------------|---------------------------------------|------------------------|--------------------------------------|-------------------------|------------------------------------|
| $-2,98\Delta h$         | 88,30%                                | $-9,32\Delta h$        | 74,17%                               | $3,24\Delta h$          | 90,78%                             |
| $-1,68\Delta h$         | -1,34 98,46%                          | $-3,56\Delta h$        | -2,41 99,16%                         | $2,06\Delta h$          | +1,22 98,81%                       |
| $-3,07\sqrt{\Delta h}$  | 99,44%                                | $-6,34\sqrt{\Delta h}$ | 92,48%                               | $3,32\sqrt{\Delta h}$   | 97,15%                             |
| $-2,16\sqrt{\Delta h}$  | -1,54 99,31%                          | $-3,73\sqrt{\Delta h}$ | -1,54 98,85%                         | $3,83\sqrt{\Delta h}$   | -1,54 98,13%                       |
| $-2,98\Delta h$         | $-0,096\sqrt{\Delta h}$ 99,23%        | $-9,81\Delta h$        | $+5,49\sqrt{\Delta h}$ 97,16%        | $2,66\Delta h$          | $+0,66\sqrt{\Delta h}$ 98,39%      |
| $-3,08\Delta h$         | $-0,038\sqrt{\Delta h}$ -0,049 99,38% | $-2,31\Delta h$        | $-1,37\sqrt{\Delta h}$ -1,87 99,24%  | $-1,21\Delta h$         | $+2,7\sqrt{\Delta h}$ -1,76 98,85% |
| $-3,07\Delta h^{0,51}$  | 99,41%                                | $-4,92\Delta h^{0,25}$ | 98,40%                               | $3,32\Delta h^{0,56}$   | 98,26%                             |
| $-3,07\Delta h^{0,51}$  | -0 99,41%                             | $-3,51\Delta h^{0,68}$ | -2 99,20%                            | $1,75\Delta h^{1,2}$    | +1,5 98,64%                        |
| $0,0264\Delta h^{1,18}$ | $-3,10\Delta h^{0,52}$ 99,39%         | $-2\Delta h^0$         | 99,20%                               | $1,8\Delta h^{1,16}$    | $+1,45\Delta h^0$ 98,85%           |
| $119,74\Delta h^{0,11}$ | $-98,4\Delta h^{0,15}$ -24,42 99,39%  | $74\Delta h^{0,32}$    | $-76,07\Delta h^{0,34}$ -3,37 99,19% | $98,49\Delta h^{0,58}$  | $-98,23\Delta h^{0,56}$ +3 98,83%  |
| $\frac{q_2}{A1}$        | Ajuste                                | $\frac{q_4}{A1}$       | Ajuste                               | $\frac{q_{24}}{A1}$     | Ajuste                             |
| $-3,13\Delta h$         | 88,71%                                | $-9,54\Delta h$        | 78,14%                               | $3,30\Delta h$          | 88,31%                             |
| $-1,75\Delta h$         | -1,45 98,82%                          | $-4,11\Delta h$        | -2,16 98,20%                         | $1,91\Delta h$          | +1,46 97,88%                       |
| $-3,24\sqrt{\Delta h}$  | 99,09%                                | $-6,31\sqrt{\Delta h}$ | 93,09%                               | $3,42\sqrt{\Delta h}$   | 98,01%                             |
| $-3,31\sqrt{\Delta h}$  | +0,067 99,01%                         | $-4,21\sqrt{\Delta h}$ | -1,2 98,44%                          | $3,60\sqrt{\Delta h}$   | -0,18 97,96%                       |
| $-3,17\Delta h$         | $-0,075\sqrt{\Delta h}$ 99,03%        | $-9,07h$               | $+4,49\sqrt{\Delta h}$ 97,51%        | $3,17\Delta h$          | $+0,25\sqrt{\Delta h}$ 97,94%      |
| $-3,39\Delta h$         | $+0,044\sqrt{h}$ -0,11 99,02%         | $-2,84\Delta h$        | $-1,36\sqrt{\Delta h}$ -1,87 98,52%  | $0,99\Delta h$          | $-1,39\sqrt{\Delta h}$ -1 97,92%   |
| $-3,24\Delta h^{0,52}$  | 98,92%                                | $-5,04\Delta h^{0,29}$ | 97,71%                               | $3,41\Delta h^{0,51}$   | 97,86%                             |
| $-3,34\Delta h^{0,49}$  | +0,1 99,02%                           | $-4,01\Delta h^{0,66}$ | -1,7 98,47%                          | $2,18\Delta h^{0,8651}$ | +1,2 97,92%                        |
| $0,23\Delta h^{0,96}$   | $-3,48\Delta h^{0,54}$ 99,02%         | $-4,01\Delta h^{0,66}$ | -1,66 $\Delta h^0$ 98,51%            | $2,19\Delta h^{0,86}$   | $+1,19h^0$ 97,92%                  |
| $-24,56\Delta h^{0,23}$ | $+30,71\Delta h^{0,13}$ -9,39 99,02%  | $13,19\Delta h^{0,25}$ | $-15,39\Delta h^{0,37}$ -3,38 98,54% | $-16,61\Delta h^{0,6}$  | $+18,52h^{0,64}$ -1,47 97,92%      |

Avaliando o ajuste obtido nota-se que as vazões “ $q_1$ ”, “ $q_{13}$ ”, “ $q_2$ ” e “ $q_{24}$ ” puderam ser representadas adequadamente pelos modelos de escoamento turbulento o que indica que o efeito das perdas de carga não foram relevantes para essas dinâmicas. A respeito “ $q_{13}$ ” e “ $q_{24}$ ” uma observação quanto ao ajuste obtido ser menor que as demais vazões se dá pelo fato do ruído ser maior nas medidas dos tanques 3 e 4 durante o esvaziamento dos tanques 1 e 2. É importante ressaltar que foram obtidas curvas de nível contendo poucos dados dos experimentos de esvaziamento dos tanques por isso os parâmetros obtidos de todos os modelos apresentaram ajuste superior a 70%. Como os erros dos modelos de escoamento se propagarão para o modelo do processo deseja-se



que o ajuste obtido seja o maior possível.

Para a escolha do melhor modelo considerou-se para cada escoamento aquele com maior ajuste porém com menor complexidade, isto é, menor número de parâmetros, “ $K_i$ ” e “ $\alpha$ ”. Para “ $q_1$ ”, “ $q_{13}$ ”, “ $q_2$ ” e “ $q_{24}$ ” o modelo escolhido foi o turbulento por apresentar apenas dois parâmetros e em quase todas com maior ajuste. Os demais modelos tendiam a convergir para o modelo de escoamento turbulento como foi o caso de “ $K_i\Delta h^{\alpha_i}$ ”, cujo parâmetros se aproximavam dos obtidos nos modelos escolhidos, representados na tabela XIII.

Para “ $q_3$ ” e “ $q_4$ ” tanto os modelos laminar e turbulento não apresentaram ajuste suficiente para isso a adição de termos constantes contribuiu para sua melhoria, entretanto entre os modelos com 3 parâmetros, “ $K_i\Delta h^{\alpha_i} + const$ ” se sobressaiu e foi escolhido tanto para “ $q_3$ ” e “ $q_4$ ”. Notou-se que os modelos com maior número de parâmetros não apresentaram ajuste muito maior além de em alguns deles convergiram para os modelos escolhidos, representados na tabela XIII.

Tendo os modelos escolhidos foram utilizados para a dinâmica do processo como mostra as equação 4.9.

$$\begin{aligned}\frac{dh_1}{dt} &= -3,07\sqrt{h_1 - h_3 + 100} + \frac{q_{B1}}{A1} \\ \frac{dh_2}{dt} &= -3,24\sqrt{h_2 - h_4 + 100} + \frac{q_{B2}}{A1} \\ \frac{dh_3}{dt} &= 3,32\sqrt{h_1 - h_3 + 100} - 3,51h_3^{0,68} - 2 + \frac{q_{B3}}{A1} \\ \frac{dh_4}{dt} &= 3,42\sqrt{h_2 - h_4 + 100} - 4,01h_4^{0,66} - 2 + \frac{q_{B4}}{A1}\end{aligned}\tag{4.9}$$

Substituindo  $q_{B1}$ ,  $q_{B2}$ ,  $q_{B3}$ ,  $q_{B4}$  pelo modelo obtido nas equações 2.43 e 2.44.

$$\begin{aligned}\frac{dh_1}{dt} &= -3,07\sqrt{h_1 - h_3 + 100} + \phi_1 + \sqrt{\phi_2 p_B^2 + \phi_3 h_I^2 + \phi_4 h_I p_B + \phi_5 h_I + \phi_6 p_B + \phi_7 h_I + \phi_8} \\ \frac{dh_2}{dt} &= -3,24\sqrt{h_2 - h_4 + 100} + \theta_1 + \sqrt{\theta_2 p_B^2 + \theta_3 h_I^2 + \theta_4 h_I p_B + \theta_5 h_I + \theta_6 p_B + \theta_7 h_I + \theta_8} \\ \frac{dh_3}{dt} &= 3,32\sqrt{h_1 - h_3 + 100} - 3,51h_3^{0,68} - 2 + \gamma_1 + \sqrt{\gamma_2 p_B^2 + \gamma_3 h_I^2 + \gamma_4 h_I p_B + \gamma_5 h_I + \gamma_6 p_B + \gamma_7 h_I + \gamma_8} \\ \frac{dh_4}{dt} &= 3,42\sqrt{h_2 - h_4 + 100} - 4,01h_4^{0,66} - 2 + \psi_1 + \sqrt{\psi_2 p_B^2 + \psi_3 h_I^2 + \psi_4 h_I p_B + \psi_5 h_I + \psi_6 p_B + \psi_7 h_I + \psi_8}\end{aligned}\tag{4.10}$$

Na equação 4.10 pode-se notar que o sistema a ser identificado apresenta 32 parâmetros,  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\gamma$ ,  $\psi$ , esse modelo exige ferramentas de identificação

caixa-cinza uma vez que já são conhecidos alguns parâmetros do processo, dinâmica das vazões de saída de fluido dos tanques. Infelizmente não foi possível obter uma solução para essa quantidade de parâmetros uma vez que as ferramentas disponíveis embora sofisticadas são limitadas a estimação de poucos parâmetros.

## 5 Controle de Processo MIMO

Para o projeto do controle utilizou-se o modelo TF10, função de transferência de primeira ordem. Primeiramente escolheu-se as entradas cujo controle permitiria ao sistema em malha fechada seguir a referência determinada, isto é, pode-se controlar o nível dos tanques 3 e 4 atuando tanto na bomba 1 ou 2, essa escolha é importante pois a partir dela sabe-se a função de transferência e portanto os pólos do sistema a serem utilizados no projeto do controle. Por se tratar de um sistema MIMO de fase não mínima e pelas vazões das bombas em cada tanque definiu-se que um controle atuaria na bomba 01 de forma a controlar o nível do tanque 3 e outro na bomba 02 de modo a controlar o tanque 4. Dois controles PI serão projetados visando o mínimo de sobressinal, manter a ação de controle dentro da faixa de sinais de identificação e uma vez que as duas especificações estejam atendidas tornar o sistema o mais rápido possível. A ferramenta do matlab PID Tuning (MATLAB, 2016c), que possui opções para estimação de controladores PID, PI, PD, P e outros, foi utilizada visando obter os parâmetros de ganho proporcional e integral de cada controlador PI.

### 5.1 Projeto de Controladores

Os controles a serem utilizados em malha fechada foram projetados utilizando a ferramenta PID Tuning, nela é possível realizar um controle linear por meio de uma interface gráfica selecionando opções de resposta transitória e ação de controle do sistema. Infelizmente ao tornar o sistema mais rápido acrescenta-se sobressinal á resposta além de elevar a ação de controle necessária para que o processo tenha o comportamento esperado. A figura 43 mostra a GUI do PID Tuning onde encontram-se gráficos da resposta do sistema em malha fechada ao degrau e ação de controle, opções do tipo de controle e de ajuste da resposta do processo em malha fechada. O comportamento do controle é determinado pelo tempo de resposta e perfil transitório do sistema que podem ser configurados no controlador via PID tuning.

Na figura é apresentado o projeto do controlador C1, que atua sobre a bomba 1, na interface gráfica, é interessante observar que é possível ajustar o tempo de resposta e comportamento transitório desejados além de visualizar seu efeito na resposta do sistema em malha fechada. O primeiro gráfico corresponde a saída da malha submetida ao degrau enquanto o segundo gráfico ilustra a ação de controle, onde busca-se minimizar o tempo de resposta, o

sobressinal e a ação do controle da planta de modo a sempre estar contida no intervalo de identificação. Para o projeto do controlador C1 é utilizado a função de transferência  $\frac{H3}{U1}$  enquanto para C2,  $\frac{H4}{U2}$ .

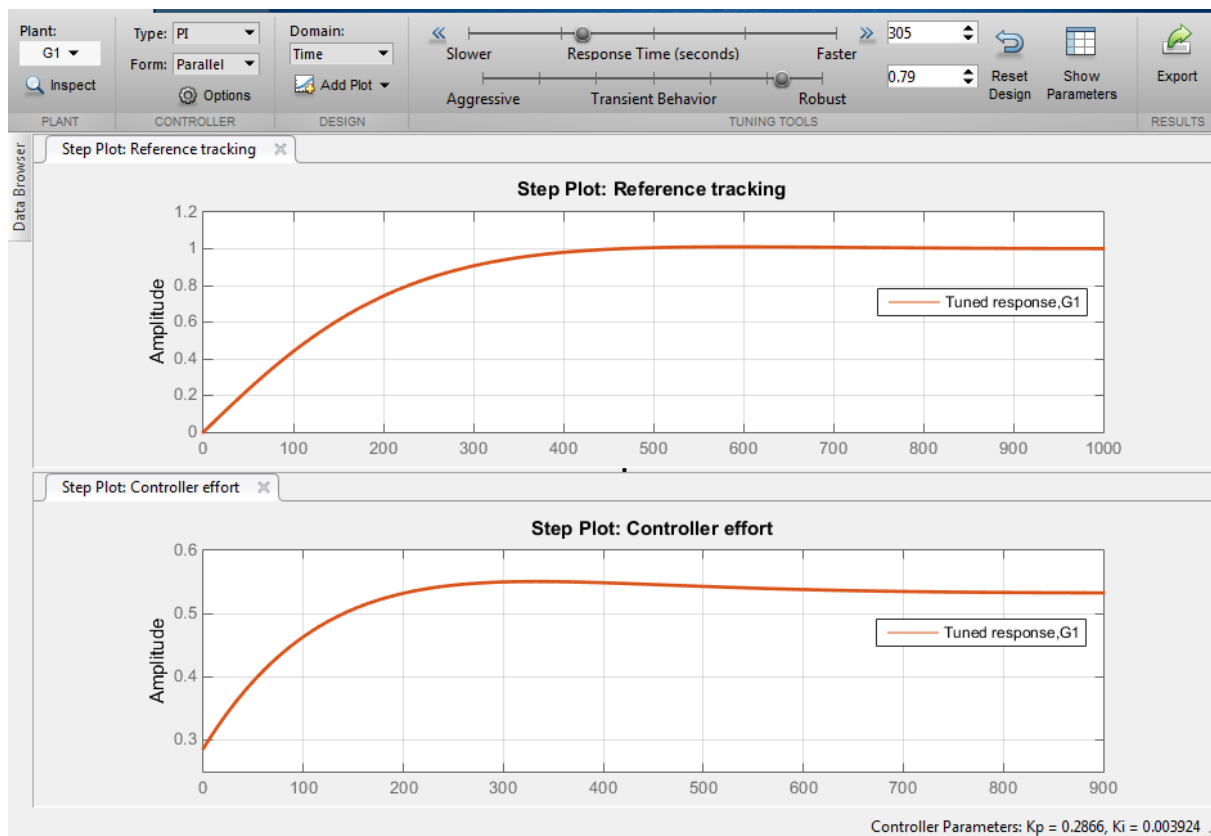


Figura 43 – Interface Gráfica da Ferramenta PID Tuning.

Os controles C1 e C2 utilizados em malha fechada para controlar respectivamente o tanque 3 e 4, na figura 46 podem ser vistos nas equações 5.1 e 5.2.

$$C1(s) = 0,287 + 0,00392\frac{1}{s} \tag{5.1}$$

$$C2(s) = 0,233 + 0,003338\frac{1}{s} \tag{5.2}$$

As características em malha fechada dos controles C1 e C2 são apresentadas na tabela XIV.

Deve-se lembrar que os valores apresentados foram obtidos com a ferramenta PID tuning que leva em consideração a malha apenas com uma função de transferência, o desempenho real dos controles só pode ser adequadamente avaliado considerando todo o sistema em operação.

Tabela XIV – Características dos Controles Projetados.

|                       | C1       | C2       |
|-----------------------|----------|----------|
| Sobressinal           | 1,06%    | 1,04%    |
| Tempo de Assentamento | 399 s    | 420 s    |
| Tempo de Subida       | 273 s    | 288 s    |
| Margem de Ganho       | $\infty$ | $\infty$ |
| Margem de Fase        | 79°      | 79,5°    |

## 5.2 Controle em Malha Fechada

Inicialmente uma malha contendo os dois controles foi realizada como mostra a figura 44. A direita da figura estão as 4 funções de transferência que representam o processo e a esquerda os controles PI e as referências do sistema. Para que o controlador seja adequadamente utilizado é necessário elevar a ação de controle ao ponto de operação de cada bomba que podem ser vistos nas constantes adicionadas nos blocos somadores.

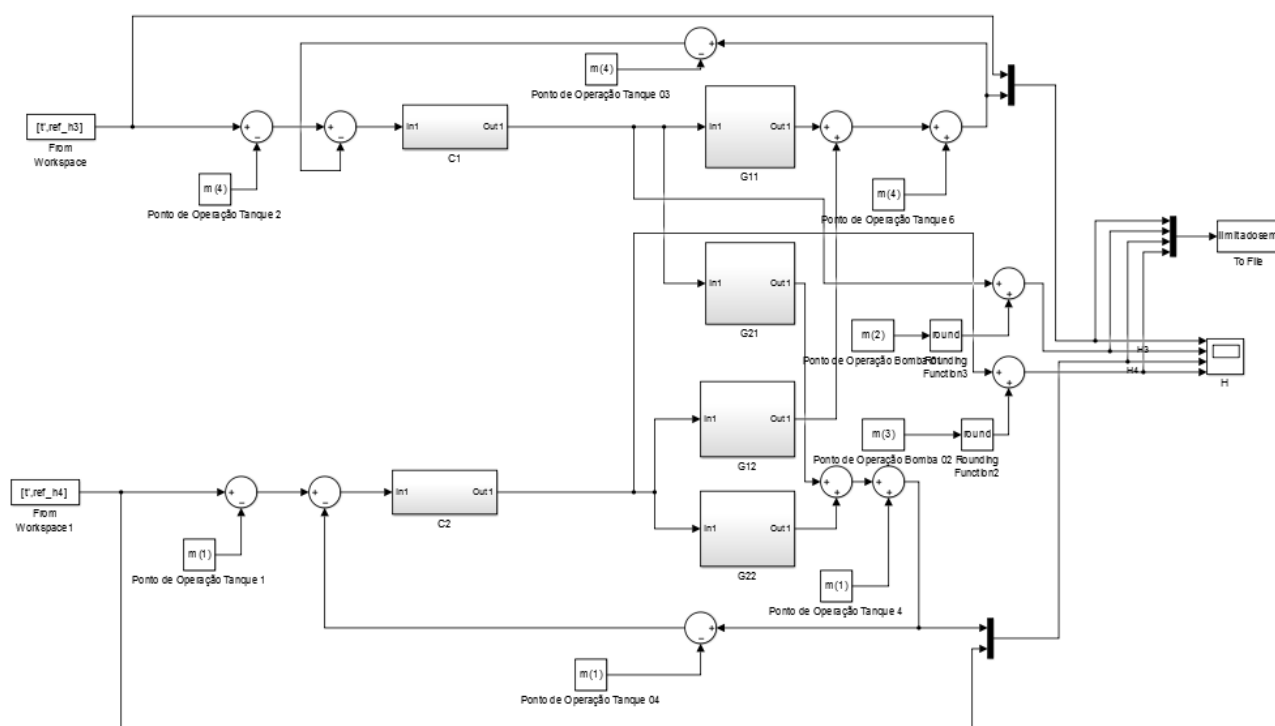


Figura 44 – Malha Fechada em Simulação no Simulink com controles PI.

Pela figura 44 é possível notar que a ação do controle C1 além de alterar nível do tanque 3 também afeta o nível do tanque 4 enquanto C2 além de alterar nível do tanque 4 também afeta o nível do tanque 3, essa influência pode ser vista no gráfico da figura 45. A referência do sistema foi escolhida de modo a explorar o desempenho do controle em regime e seu tempo de resposta, por isso

há regiões onde a referência do controle mantêm-se por mais tempo e outras onde muda rapidamente sem que o controle consiga atingí-la.

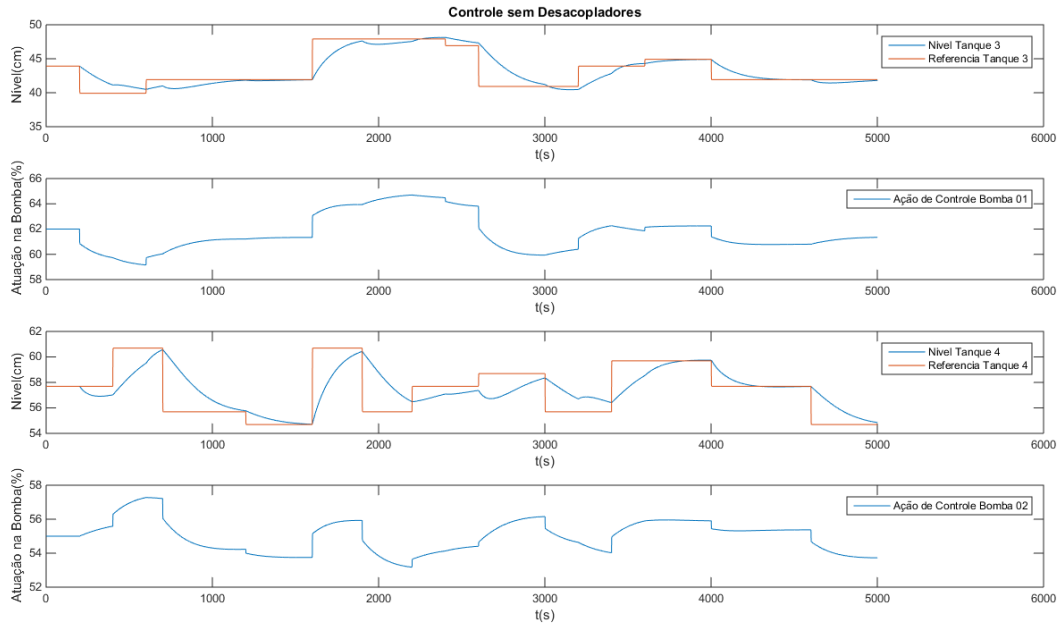


Figura 45 – Simulação do Controle PI.

O desempenho do controle pode ser verificado com alguns indicadores como ITSE, uma medida quantitativa para o controle, entretando visando melhorar o indicador o tornando mais apropriado para o sinal de referência utilizado, levou-se em consideração o tempo em que a referência é aplicada como é apresentado na equação 5.3.

$$\frac{ITSE}{T} = \frac{\int_0^T te(t)^2}{T} = \frac{\int_0^T t(r(t) - y(t))^2}{T} \quad (5.3)$$

Em que  $e(t)$  corresponde ao erro,  $r(t)$  a referência e  $y(t)$  a saída do processo a ser controlado. O indicador ITSE será utilizado para comparar os controles projetados, quanto menor seu valor melhor o controle. Esse indicador foi escolhido por possuir uma boa seletividade entre os indicadores disponíveis, o ITSE penaliza erros em regime, isto é, quanto mais tempo decorrido da aplicação de uma referência mais o ITSE aumenta dado um erro diferente de zero. O ITSE é dividido pelo período T de forma que seja possível comparar referências com intervalos distintos. É apresentado na tabela XV o indicador utilizado para cada referência aplicada no controle, o somatório dos valores obtidos podem ser vistos no campo “TOTAL”.

Tabela XV – Indicador de desempenho para a malha de controle.

| C1           |                  | C2           |                  |
|--------------|------------------|--------------|------------------|
| Intervalo(s) | $\frac{ITSE}{T}$ | Intervalo(s) | $\frac{ITSE}{T}$ |
| 0 - 200      | 0                | 0 - 400      | 70,5             |
| 200 - 600    | 346,9            | 400 - 700    | 287,9            |
| 600 - 1600   | 88,8             | 700 - 1200   | 440,0            |
| 1600 - 2400  | 216,1            | 1200 - 1600  | 15,1             |
| 2400 - 2600  | 44,1             | 1600 - 1900  | 361,6            |
| 2600 - 3200  | 503,7            | 1900 - 2200  | 592,8            |
| 3200 - 3600  | 184,4            | 2200 - 2600  | 72,2             |
| 3600 - 4000  | 3,4              | 2600 - 3000  | 248,9            |
| 4000 - 5000  | 74,4             | 3000 - 3400  | 267,6            |
|              |                  | 3400 - 4000  | 134,5            |
|              |                  | 4000 - 4600  | 13,5             |
|              |                  | 4600 - 5000  | 166,7            |
| TOTAL        | 1461,9           | TOTAL        | 2671,3           |

Uma nova malha deve ser projetada para o processo a ser controlado considerando o acoplamento das entradas com os tanques do sistema o que implica na ação de controle em uma bomba visando controlar um tanque afetar o nível dos outros tanques, a solução adotada para a solução desse problema foi uso de desacopladores na topologia de malha fechada, visando compensar a influência do acoplamento. A estrutura de malha fechada utilizada é largamente aplicada em controle de processos (SMITH; CORRIPIO, 1985). A malha fechada do processo em simulação pode ser visualizada na figura 46.

Na estrutura apresentada é possível ver os desacopladores D12 e D21 utilizados para melhorar a resposta do sistema tornado o controles robustos ao acoplamento de tanques. Os desacopladores podem ser obtidos aplicando as equações 5.4 e 5.5.

$$D12(s) = -\frac{G_{12}}{G_{11}} = -\frac{\frac{H3}{U2}}{\frac{H3}{U1}} \quad (5.4)$$

$$D21(s) = -\frac{G_{21}}{G_{22}} = -\frac{\frac{H4}{U1}}{\frac{H4}{U2}} \quad (5.5)$$

Em que  $G_{11}$  é a função de transferência  $\frac{H3}{U1}$ ,  $G_{12}$  é a função de transferência  $\frac{H3}{U2}$ ,  $G_{21}$  é a função de transferência  $\frac{H4}{U1}$ ,  $G_{22}$  é a função de transferência  $\frac{H4}{U2}$ . As equações 5.6 e 5.7 mostram os desacopladores utilizados.

$$D12(s) = -\frac{0,01793s + 0,0001584}{0,01658s + 0,0004973} \quad (5.6)$$

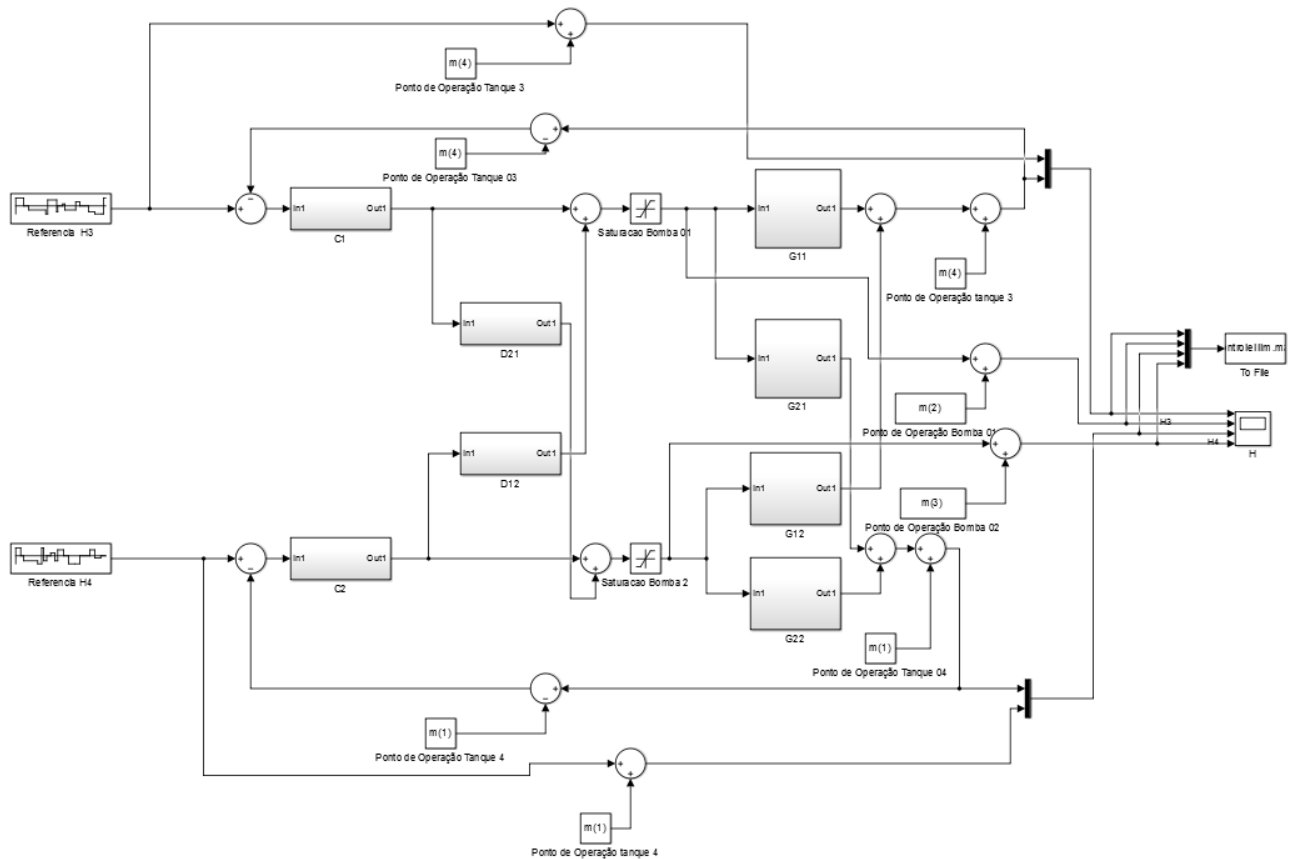


Figura 46 – Malha Fechada com Desacopladores em Simulação no Simulink com controles PI.

$$D21(s) = -\frac{0,01688s + 0,0001491}{0,01841s + 0,0004759} \tag{5.7}$$

As curvas de nível obtidas podem ser vistas na figura 47, a mesma referência aplicada a malha anterior é utilizada nessa. Nota-se que a ação de controle mantém-se na faixa de identificação e sem sobressinal assim como nos requisitos de projeto. Embora o comportamento obtido seja o desejado não é o que ocorrerá na planta dado que o acionamento dos motores ocorre com inversores de frequência capazes de atuar de 0 a 100%, com resolução de 1% correspondendo a frequências de 0 a 60 Hz com resolução de 0,6 Hz na configuração utilizada. Para a faixa de identificação na bomba 1 só é possível atuar em 9 valores de frequência distintos enquanto na bomba 2 em 7 valores distintos, não sendo possível obter uma ação de controle contínua e suave como observada na figura 47.

O indicador de desempenho para a malha de controle com desacopladores pode ser visto na tabela XVI.

Pelos valores de desempenho do controle com e sem desacopladores é possível notar que o uso dos desacopladores no controle melhora seu desem-



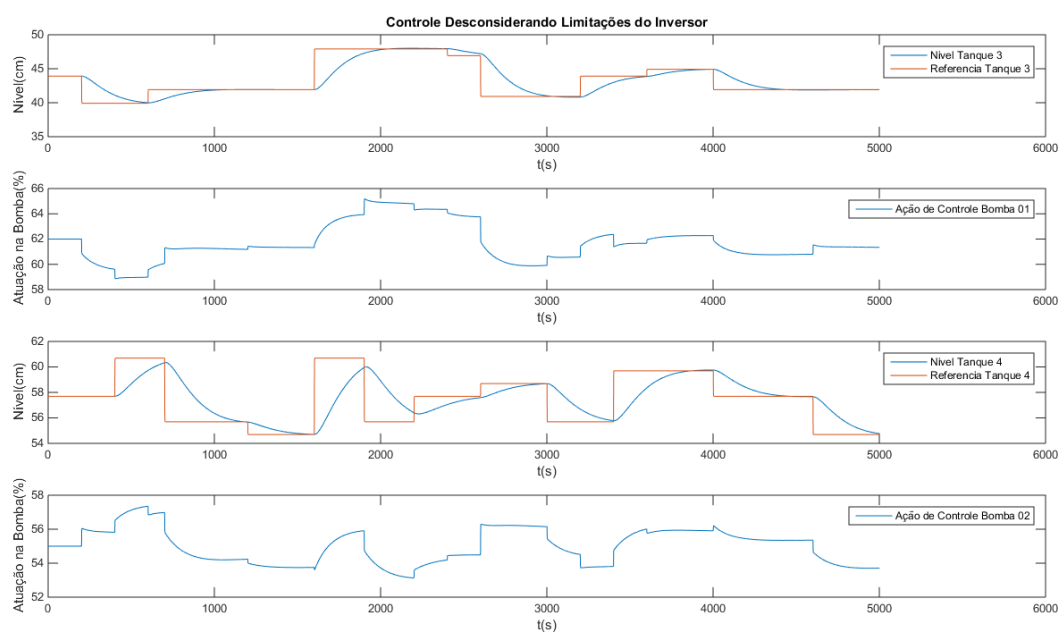


Figura 47 – Simulação do Controle PI Sem Limitação dos Inversores.

Tabela XVI – Indicador de desempenho para a malha de controle com desacopladores.

| C1           |                  | C2           |                  |
|--------------|------------------|--------------|------------------|
| Intervalo(s) | $\frac{ITSE}{T}$ | Intervalo(s) | $\frac{ITSE}{T}$ |
| 0 - 200      | 0                | 0 - 400      | 0                |
| 200 - 600    | 282,3            | 400 - 700    | 229,5            |
| 600 - 1600   | 31,3             | 700 - 1200   | 383,8            |
| 1600 - 2400  | 318,1            | 1200 - 1600  | 14,7             |
| 2400 - 2600  | 31,9             | 1600 - 1900  | 928,3            |
| 2600 - 3200  | 443,2            | 1900 - 2200  | 606,9            |
| 3200 - 3600  | 170,9            | 2200 - 2600  | 64,6             |
| 3600 - 4000  | 15,2             | 2600 - 3000  | 19,6             |
| 4000 - 5000  | 65,5             | 3000 - 3400  | 180,1            |
|              |                  | 3400 - 4000  | 216,4            |
|              |                  | 4000 - 4600  | 56,5             |
|              |                  | 4600 - 5000  | 171,9            |
| <b>TOTAL</b> | <b>1358,3</b>    | <b>TOTAL</b> | <b>2872,5</b>    |

penho em grande parte das referências aplicadas. Entretanto isso ocorre devido a mudança de referência de ambas as saídas dado o acoplamento, mas como é possível ver na figura 48 a malha sem desacopladores é mais rápida em alguns intervalos embora seja susceptível a influência do acoplamento dos tanques. Pelo valor Total o controle C1 teve uma melhora no desempenho enquanto C2 piorou, mesmo com esse resultado o uso de acopladores é necessário para evitar que o nível saia a referência após atingí-la devido a ação do outro controle.

Pode-se visualizar o comportamento de ambas as malhas na figura 48.

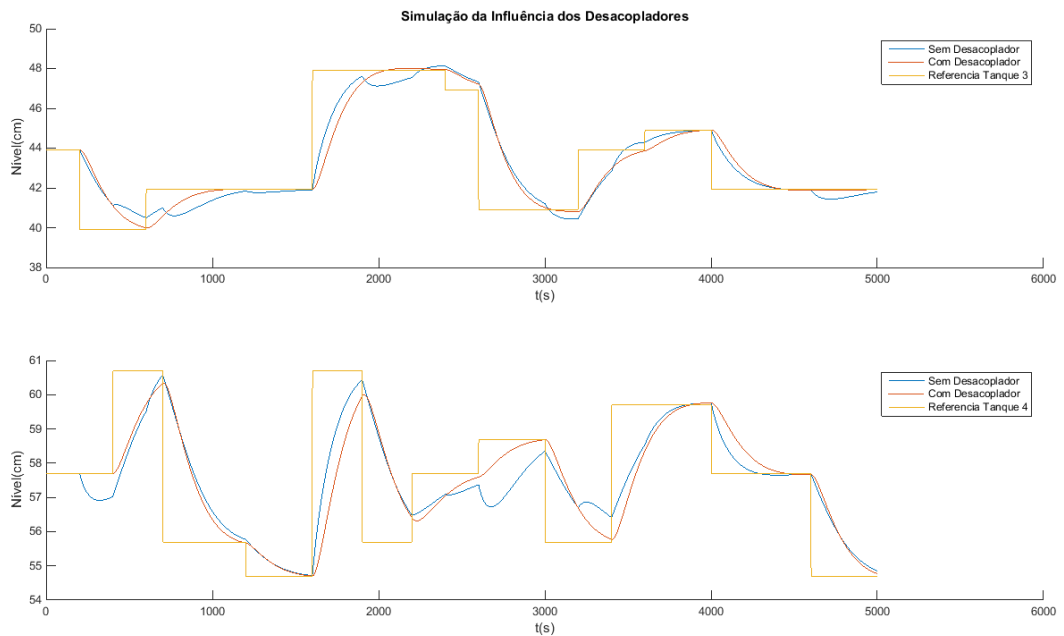


Figura 48 – Curvas de Nível no Controle Com e Sem Desacopladores.

Para simular essa limitação um bloco de arredondamento será colocado imediatamente antes da entrada do processo o resultado obtido pode ser visto na figura 49.

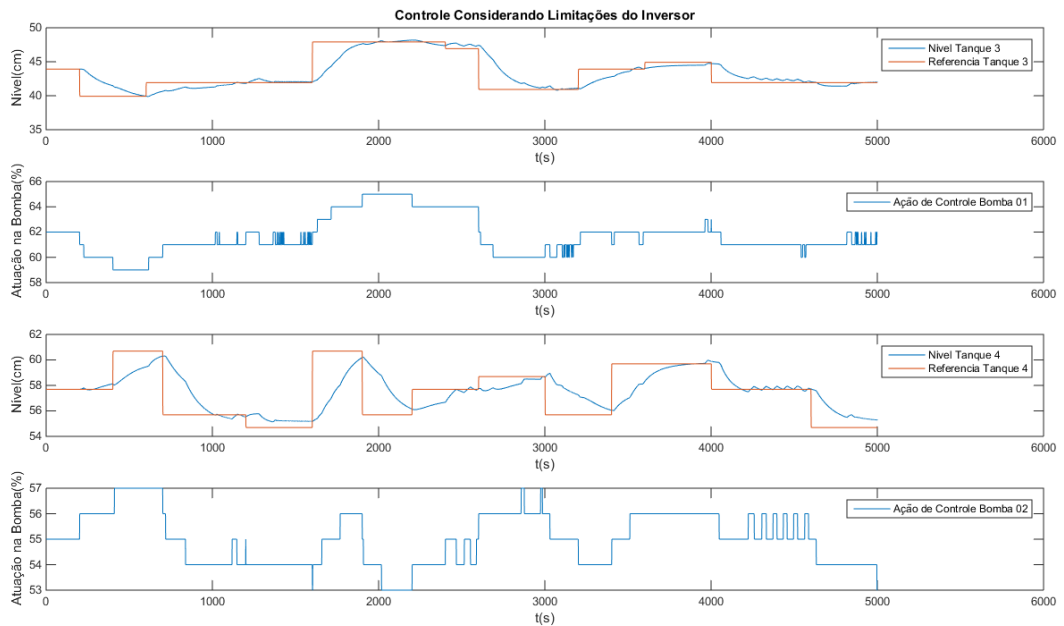


Figura 49 – Simulação do Controle PI com Limitação dos Inversores.

Nas curvas na figura 49 o desempenho do controle foi afetado uma vez que este é limitado a pequeno conjunto de valores de atuação nas bombas. Novamente avalia-se o desempenho do controle na tabela XVII.

Tabela XVII – Indicador de desempenho para a malha de controle considerando limitação do atuador.

| C1           |                  | C2           |                  |
|--------------|------------------|--------------|------------------|
| Intervalo(s) | $\frac{ITSE}{T}$ | Intervalo(s) | $\frac{ITSE}{T}$ |
| 0 - 200      | 0                | 0 - 400      | 7,2              |
| 200 - 600    | 340,4            | 400 - 700    | 229,9            |
| 600 - 1600   | 90,6             | 700 - 1200   | 293,3            |
| 1600 - 2400  | 295,9            | 1200 - 1600  | 62,1             |
| 2400 - 2600  | 30,9             | 1600 - 1900  | 848,2            |
| 2600 - 3200  | 411,2            | 1900 - 2200  | 529,1            |
| 3200 - 3600  | 166,9            | 2200 - 2600  | 86,5             |
| 3600 - 4000  | 40,1             | 2600 - 3000  | 60,7             |
| 4000 - 5000  | 106,3            | 3000 - 3400  | 328,2            |
|              |                  | 3400 - 4000  | 199,4            |
|              |                  | 4000 - 4600  | 28,5             |
|              |                  | 4600 - 5000  | 198,3            |
| <b>TOTAL</b> | <b>1482,5</b>    | <b>TOTAL</b> | <b>2871,6</b>    |

Na figura 50 as duas curvas de nível das malhas considerando a influência da limitação do inversor. Assim como visto na tabela ITSE observa-se que a limitação na configuração utilizada reduz o desempenho do controle.

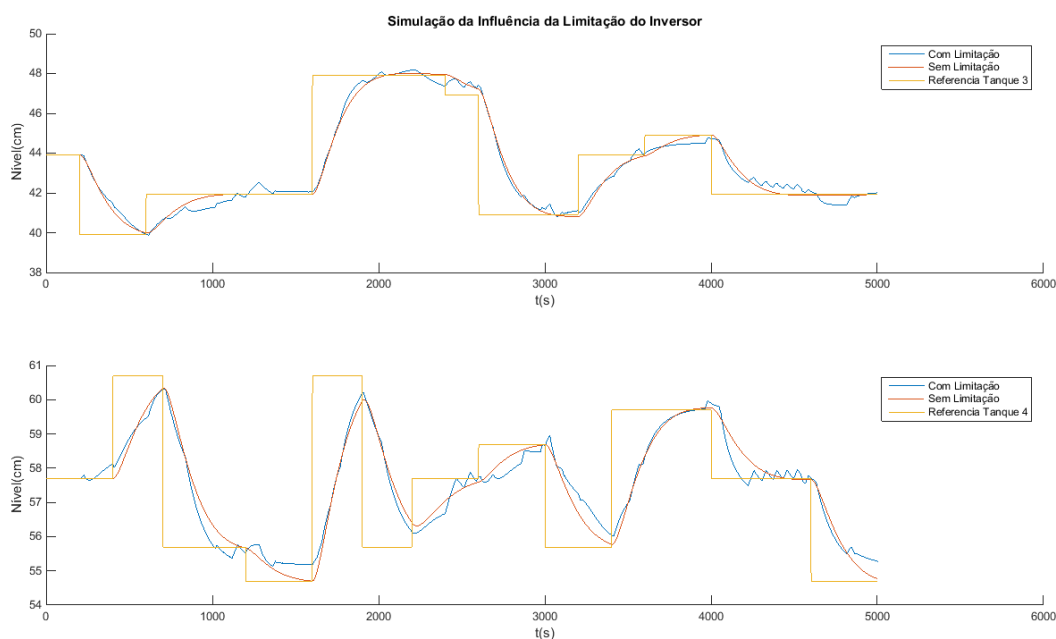


Figura 50 – Curvas de Nível no Controle Com e Sem Limitação dos Inversores

Uma vez simulado utilizou-se o controle no processo real, onde obteve-se as curvas de nível e ação de controle na figura 51. Para tentar evitar que o ruído do sinal de medida prejudicasse o desempenho do controle foi adicionado a malha fechada um filtro passa baixa de 1 s. Nota-se na resposta do sistema real em malha fechada que o desempenho do controle reduz devido as limitações de atuação nas bombas imposta pelos inversores de frequência. Entretanto mesmo com as restrições impostas o controle é capaz de seguir a referência mantendo a ação de controle dentro da faixa de identificação.

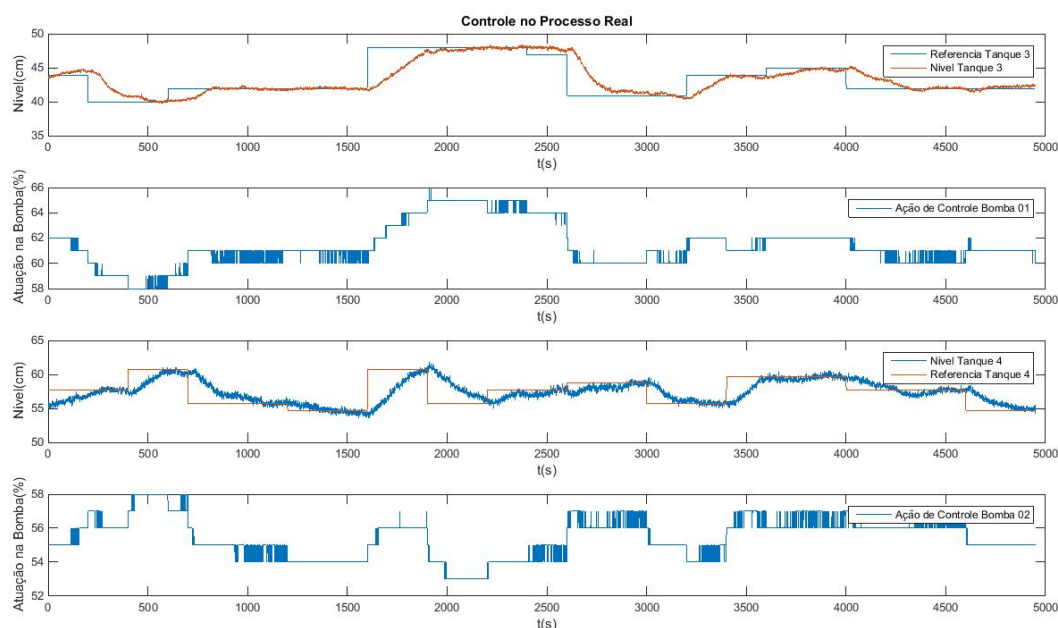


Figura 51 – Experimento Controle PI no processo real.

Observando a ação de controle na figura 51 para manter o nível de líquidos em regime na referência ocorre chaveamentos no inversor, atuação característica de um controle liga-desliga, isso pode reduzir a vida útil do equipamento uma eventual mudança seria limitar a taxa de chaveamento, entretanto isso elevaria o tempo de resposta do controle e aumentando amplitude de oscilação em regime, isso reduziria o desempenho do controlador. O indicador ITSE pode ser visto na tabela XVIII.

Nota-se na tabela XVIII que o valor total foi muito maior que os obtidos na simulação, resultado do desempenho ruim no primeiro intervalo, diferente da simulação em que o sistema já se encontrava na referência, retirando esse primeiro intervalo o valor total, C1 e C2 com respectivamente com 1495,8 e 2638,1, valor inferior ao simulado e portando desempenho superior. Outra diferença entre o processo real e o simulado é o ruído que não esta presente na

Tabela XVIII – Indicador de desempenho para a malha de controle no processo real.

| C1           |                  | C2           |                  |
|--------------|------------------|--------------|------------------|
| Intervalo(s) | $\frac{ITSE}{T}$ | Intervalo(s) | $\frac{ITSE}{T}$ |
| 0 - 200      | 2358,5           | 0 - 400      | 3103,7           |
| 200 - 600    | 268,3            | 400 - 700    | 172,2            |
| 600 - 1600   | 39,4             | 700 - 1200   | 319,5            |
| 1600 - 2400  | 461,8            | 1200 - 1600  | 34,8             |
| 2400 - 2600  | 77,2             | 1600 - 1900  | 782,5            |
| 2600 - 3200  | 359,8            | 1900 - 2200  | 692,3            |
| 3200 - 3600  | 136,8            | 2200 - 2600  | 86,4             |
| 3600 - 4000  | 32,8             | 2600 - 3000  | 71,3             |
| 4000 - 5000  | 119,7            | 3000 - 3400  | 90               |
|              |                  | 3400 - 4000  | 159,1            |
|              |                  | 4000 - 4600  | 85,1             |
|              |                  | 4600 - 5000  | 144,8            |
| <b>TOTAL</b> | <b>3854,3</b>    | <b>TOTAL</b> | <b>5741,8</b>    |

simulação. Na figura 52 é possível ver o comportamento do controle simulado sem a limitação do inversor e o aplicado no processo real.

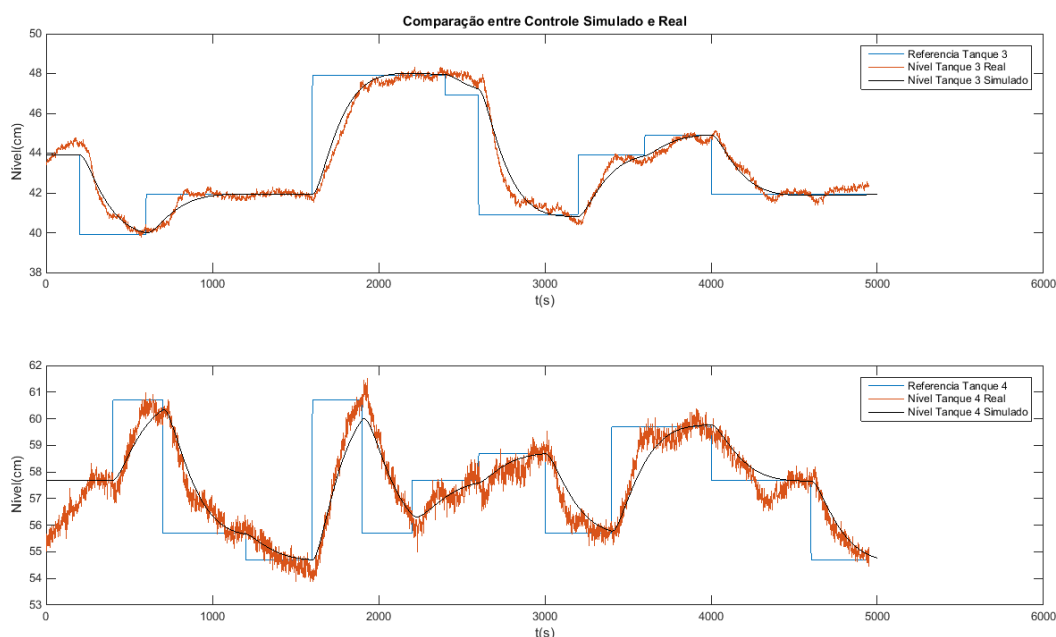


Figura 52 – Curvas de Nível no Controle Simulado e Aplicado no Processo Real.

Na figura 53 é apresentado as curvas de nível do processo e do modelo, nela o modelo apresenta maior erro quando comparado as curvas de nível observadas na identificação, isso se deve ao sinal de entrada do modelo no controle não ser exatamente o aplicado no processo, devido as limitações

do inversor este não aplica um degrau como visto na ação de controle, ao invés disso o inversor aumenta gradativamente a ação de controle até o valor desejado como um sinal rampa, essa influência não foi notada na identificação pois o sinal aplicado não variava tão rapidamente como ocorre no controle devido a sua resolução, esse problema pode ser minimizado alterando as configurações do inversor para elevar sua resolução.

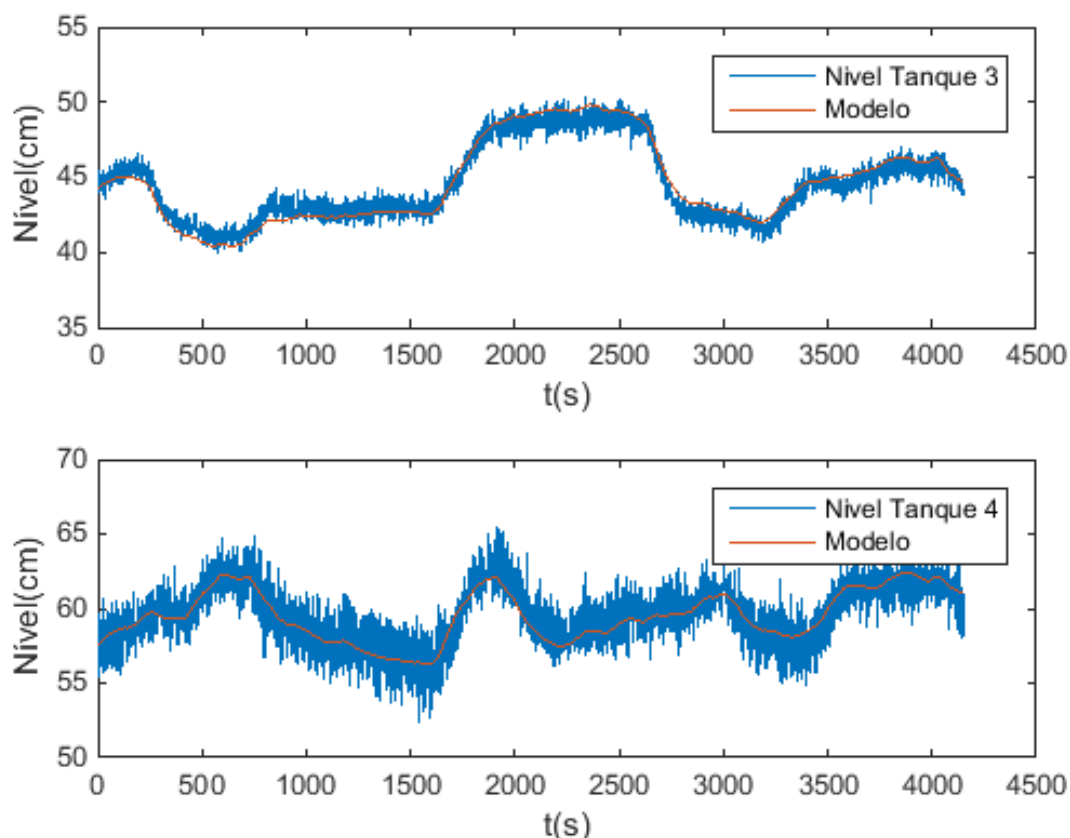


Figura 53 – Curvas de Nível do Processo e do Modelo no Controle.

Por fim o controle desenvolvido teve sucesso na sua aplicação no processo, sendo capaz de seguir a referência e com velocidade dentro dos limites da ação de controle especificados pelos sinais de atuação de identificação. Dado o resultado pode-se afirmar que o controle desenvolvido poderia ser utilizado no meio industrial uma vez que em boa parte de seus processos trabalha-se com pontos de operação definidos assim como ocorre com o controle projetado. Uma vez que o controle teve o desempenho desejado valida-se novamente o modelo linear obtido.

## 6 Trabalhos Futuros

Visando melhorar a identificação de um processo deve-se conhecer o processo avaliado, no caso da planta em questão entender a dinâmica do escoamento pode permitir obter um modelo que represente adequadamente o sistema, o que foi feito nesse trabalho permitindo obter modelos para o processo. A configuração utilizada na identificação, MIMO de fase não mínima, pode ter modelos lineares propostos como seus parâmetros estimados utilizando identificação caixa-preta, infelizmente não foi possível estimar todos os parâmetros do modelo não linear utilizado devido a limitação das ferramentas de estimação de modelos não lineares.

Uma sugestão para trabalhos futuros seria a identificação desses parâmetros fixando alguns desses e estimando outros, os parâmetros fixados poderiam ser obtidos utilizando modelos lineares e linearizando o modelo não linear de forma a obter uma correspondência direta para os parâmetros. Infelizmente esse método demanda muito tempo computacional devido a estimação de regressões não lineares o que exige que os testes sejam bem direcionados.

Uma vez obtido o modelo é possível explorar outras estratégias de controle como o controles não lineares: Lyapunov e por Planicidade Diferencial. As vantagens desses controles é haver apenas um controle para uma ampla faixa de operação e melhorando a resposta do sistema em malha fechada.

## 7 Conclusões

Sistemas de nível de líquido são de grande importância por sua aplicação industrial, por isso estudado nesse trabalho. Na identificação foi necessário simplificar o sistema de modo a obter configuração de fase não mínima. Ao realizar a identificação a coleta de dados apresentou problemas com ruído possivelmente derivados da atuação nas bombas utilizando os inversores de frequência. O objetivo do trabalho foi identificar um processo de fase não mínima propondo modelos lineares e não lineares, avaliados pelo ajuste com os dados de medição das curvas de nível e pelo desempenho de um controle, projetado como uma segunda avaliação do modelo.

Na identificação de modelos lineares utilizou-se funções de transferência, foram propostas todas as combinações de zeros e pólos até sistemas de 4º ordem. Obteve-se que o melhor modelo, considerando menor complexidade e maior ajuste, 4 funções de transferência de primeira ordem. Uma vez obtido o modelo foi utilizado no projeto de um controlador PI com duas variáveis controladas: níveis dos tanques 3 e 4. Devido ao acoplamento dos tanques a topologia do controle incluiu desacopladores de forma a melhorar o controle simultâneo de ambas as saídas. Observou-se resultado em simulação foi diferente do aplicado no processo real, essa distinção se deve as limitações impostas pelo inversor de frequência com baixa resolução na ação de controle do sistema de apenas 1%.

O trabalho realizado de identificação passou por dificuldades decorrentes dos sinais de medição do sistema, para solucionar esse problema foram necessários ensaios e alterações na planta. A modificação de maior relevância ocorreu devido a extensão dos canos que conectam tanques superiores e bombas com tanques inferiores, motivada pela necessidade de melhorar os sinais de medição dos sensores. Essa modificação representou uma alteração trágica na estrutura do modelo não linear. A estrutura antes conhecida na literatura foi alterada, primeiramente na dinâmica das vazões de saída de fluido do processo devido a mudança no acoplamento dos tanques, e principalmente na dinâmica das vazões de entrada de fluido partindo das bombas que resultou em um modelo não linear de 32 parâmetros a determinar.

Foi possível identificar os parâmetros das vazões de saída de fluido uma vez que ensaios de esvaziamento dos tanques permitiam isolar a dinâmica de escoamento. Quanto as vazões de entrada a partir das bombas, as tentati-



vas de identificar os parâmetros foram frustradas pelo número de parâmetros, restrições das ferramentas de identificação para modelos não lineares e por desconhecer informações adicionais sobre essa dinâmica que levassem a estimação dos parâmetros utilizando identificação caixa-cinza.

## Referências

- AGUIRRE, L. A. *Introdução à identificação de sistemas—Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. [S.l.]: Editora UFMG, 2004. Citado na página 39.
- BARCELLOS, F. Instrumentação e controle de planta piloto industrial de quatro tanques acoplados. In: *Trabalho de Graduação em Engenharia de Controle e Automação*. Universidade de Brasília: [s.n.], 2016. Citado na página 2.
- BENTLEY, J. P. *Principles of measurement systems*. [S.l.: s.n.], 1995. 456–465 p. Citado na página 7.
- BERNARDES, M.; MELO GUSTAVO A.F, B. G. D.; BAUCHSPIESS, A. Instrumentação e identificação não-linear de um sistema de nível de líquido com quatro tanques interligados. In: SN. *CBA, Congresso Brasileiro de Automática*. [S.l.], 2006. Citado na página 1.
- BRUNETTI, F. *Mecânica dos fluidos*. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 32.
- CARDOSO, G. G. D. G.; KLAR, A. E. Índice geométrico e perda de carga localizada em conexões de emissores"online". *Engenharia Agrícola*, Associação Brasileira de Engenharia Agrícola, p. 1114–1127, 2014. Citado na página 38.
- FORCE, O. T. Opc overview. *OPC Foundation*, 1998. Citado na página 3.
- HELDMAN, D. R.; LUND, D. B.; SABLIOV, C. *Handbook of food engineering*. [S.l.]: CRC press, 2006. Citado na página 1.
- IBARZ, A.; BARBOSA-CANOVAS, G. V. *Unit operations in food engineering*. [S.l.]: Crc Press, 2002. Citado na página 1.
- ISERMANN, R. *Identification of Dynamic Systems*. [S.l.]: Springer, 2010. Citado na página 20.
- JOHANSSON, K. H. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. *IEEE Transactions on control systems technology*, IEEE, v. 8, n. 3, p. 456–465, 2000. Citado 4 vezes nas páginas 8, 2, 35 e 36.
- KISTER, H. *Distillation design*. [S.l.]: McGraw-Hill Professional, 1992. Citado na página 1.
- LONGO, A. Instrumentação e controle de processos petroquímicos. In: *Trabalho de Graduação em Engenharia Química*. Universidade de Santa Catarina: [s.n.], 2003. Citado na página 1.

- MATLAB. *Goodness of Fit*. 2016. Disponível em: <[https://www.mathworks.com/help/ident/ref/goodnessoffit.html#inputarg\\_cost\\_func](https://www.mathworks.com/help/ident/ref/goodnessoffit.html#inputarg_cost_func)>. Citado na página 25.
- MATLAB. *Identification Toolbox Documentation*. [S.l.], 2016. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/ident/index.html>>. Citado na página 23.
- MATLAB. *PID Tuning*. 2016. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/discovery/pid-tuning.html>>. Citado na página 59.
- MATLAB. *PRBS*. 2016. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/ident/ref/idinput.html>>. Citado na página 21.
- MEDEIROS, L. Automação da planta didática de tanques acoplados com clp industrial. In: *Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia de Elétrica*. Universidade de Brasília: [s.n.], 2016. Citado na página 1.
- MOODY, L. F. Friction factors for pipe flow. *Trans. Asme*, v. 66, n. 8, p. 671–684, 1944. Citado na página 38.
- OGATA, K.; MAYA, P. Á.; LEONARDI, F. *Engenharia de controle moderno*. [S.l.]: Prentice Hall, 2003. Citado na página 32.
- PAUL, E. L.; ATIEMO-OBENG, V. A.; KRESTA, S. M. *Handbook of industrial mixing: science and practice*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004. Citado na página 1.
- SITRON. *Manual do Usuário, Transmissor de Pressão, Série-SP*. São Paulo, Brasil, 2016. 26 p. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 7.
- SMITH, C. A.; CORRIPIO, A. B. *Principles and practice of automatic process control*. [S.l.]: Wiley New York, 1985. v. 2. Citado na página 63.
- SPIRAXSARCO. *Isolation Valves Rotary Movement*. 2016. Disponível em: <<http://www.spiraxsarco.com/Resources/Pages/Steam-Engineering-Tutorials/pipeline-ancillaries/isolation-valves-rotary-movement.aspx>>. Citado na página 5.
- SWAMEE, P. K. Design of a submarine oil pipeline. *Journal of transportation Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 119, n. 1, p. 159–170, 1993. Citado na página 38.
- TAVARES, A.; OLIVEIRA, G. Automação de planta piloto industrial de tanques acoplados quádruplos. In: *Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia de Elétrica*. Universidade de Brasília: [s.n.], 2015. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 5.
- WHITE, F. M. *Fluid Mechanics*, WCB. [S.l.]: McGraw Hill, Boston, MA, 1999. Citado na página 37.

## 8 Anexos

### 8.1 Modelagem da Dinâmica de Vazão da Bomba

Isolando o termo  $\frac{p_C}{\rho g}$  na equação 2.39 e aplicando em 2.41 obtém-se a equação 8.1.

$$\frac{p_B}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_{S2}^2}{2g} + z_4 - \frac{(a_S v_{S2} + b_S)^2}{2g} - z_3 + \frac{(a_I v_{I2} + a_S v_{S2} + (b_S + b_I))^2}{2g} + z_4 \quad (8.1)$$

Substituindo  $v_1$  pela expressão em 2.38:

$$\frac{p_B}{\rho g} + \frac{A_1 v_{I2} + A_2 v_{S2} + B_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_{S2}^2}{2g} + z_4 - \frac{(a_S v_{S2} + b_S)^2}{2g} - z_3 + \frac{(a_I v_{I2} + a_S v_{S2} + (b_S + b_I))^2}{2g} + z_4 \quad (8.2)$$

Isolando o termo  $\frac{p_C}{\rho g}$  nas equações 2.39 e 2.40, e igualando as equações obtidas obtém-se a equação 8.3.

$$\frac{p_a}{\rho g} + \frac{v_{S2}^2}{2g} + z_4 - \frac{(a_S v_{S2} + b_S)^2}{2g} - z_3 = \frac{\rho g h_I + p_a}{\rho g} + \frac{v_{I2}^2}{2g} + z_2 - \frac{(a_I v_{I2} + b_I)^2}{2g} - z_3 \quad (8.3)$$

Simplificando a equação:

$$\frac{v_{S2}^2}{2g} + z_4 - \frac{(a_S v_{S2} + b_S)^2}{2g} = \frac{\rho g h_I}{\rho g} + \frac{v_{I2}^2}{2g} + z_2 - \frac{(a_I v_{I2} + b_I)^2}{2g} \quad (8.4)$$

$$\frac{v_{S2}^2}{2g} + z_4 - \frac{a_S^2 v_{S2}^2 + 2a_S b_S v_{S2} + b_S^2}{2g} = \frac{\rho g h_I}{\rho g} + \frac{v_{I2}^2}{2g} + z_2 - \frac{a_I^2 v_{I2}^2 + 2a_I b_I v_{I2} + b_I^2}{2g} \quad (8.5)$$

Recolocando os termos da equação 8.5 na forma  $av_{S2}^2 + bv_{S2} + c = 0$ :

$$z_4 - \frac{(a_S^2 - 1)v_{S2}^2 + 2a_S b_S v_{S2} + b_S^2}{2g} = \frac{\rho g h_I}{\rho g} + z_2 - \frac{(a_I^2 - 1)v_{I2}^2 + 2a_I b_I v_{I2} + b_I^2}{2g} \quad (8.6)$$

$$z_4 - \frac{(a_S^2 - 1)v_{S2}^2 + 2a_S b_S v_{S2} - ((a_I^2 - 1)v_{I2}^2 + 2a_I b_I v_{I2} + b_I^2 - b_S^2)}{2g} = \frac{\rho g h_I}{\rho g} + z_2 \quad (8.7)$$

$$(a_S^2 - 1)v_{S2}^2 + 2a_S b_S v_{S2} - ((a_I^2 - 1)v_{I2}^2 + 2a_I b_I v_{I2} + b_I^2 - b_S^2 + 2g(z_4 - h_I - z_2)) = 0 \quad (8.8)$$

Com a equação 8.8 obtem-se  $v_{S2}$  em função de  $v_{I2}$ :

$$v_{S2} = \frac{-2a_S b_S \pm \sqrt{4a_S^2 b_S^2 + 4(a_S^2 - 1)((a_I^2 - 1)v_{I2}^2 + 2a_I b_I v_{I2} + b_I^2 - b_S^2 + 2g(z_4 - h_I - z_2))}}{2(a_S^2 - 1)} \quad (8.9)$$

Substituindo os termos constantes por constantes, simplificando a equação obtem-se a expressão 8.10:

$$v_{S2} = \alpha_1 + \alpha_2 \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4} - \alpha_5 h_I \quad (8.10)$$

Substituindo 8.9 na equação 8.2.

$$\frac{p_B}{g\rho} + \frac{(A_1 v_{I2} + A_2 v_{S2} + B_1)^2}{2g} + z_1 = \frac{p_a}{g\rho} + \frac{v_{S2}^2}{2g} + z_4 - \frac{(a_S v_{S2} + b_S)^2}{2g} - z_3 + \frac{(a_I v_{I2} + a_S v_{S2} + (b_S + b_I))^2}{2g} + z_4 \quad (8.11)$$

Chamando  $b_I + b_S$  de  $b_{SI}$ :

$$\begin{aligned} & \frac{p_B}{g\rho} + \frac{A_1^2 v_{I2}^2 + 2A_1 A_2 v_{I2} v_{S2} + 2A_1 B_1 v_{I2} + A_2^2 v_{S2}^2 + 2A_2 B_1 v_{S2} + B_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_a}{g\rho} + \frac{v_{S2}^2}{2g} + z_4 \\ & - \frac{a_S^2 v_{S2}^2 + 2a_S b_S v_{S2} + b_S^2}{2g} - z_3 + \frac{a_I^2 v_{I2}^2 + 2a_I a_S v_{I2} v_{S2} + 2a_I b_{SI} v_{I2} + a_S^2 v_{S2}^2 + 2a_S b_{SI} v_{S2} + b_{SI}^2}{2g} + z_4 \end{aligned} \quad (8.12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(A_1^2 - a_I)v_{I2}^2 + 2(A_1 A_2 - a_I a_S)v_{I2} v_{S2} + 2(A_1 B_1 - a_I b_{SI})v_{I2} + (A_2^2 - 1)v_{S2}^2}{g\rho} \\ & + \frac{2(A_2 B_1 + a_S b_S - a_S b_{SI})v_{S2} + (B_1^2 + b_S - b_{SI}^2 + (z_1 - 2z_4 - z_3) - 2\frac{p_a}{\rho})}{2g} + \frac{p_B}{g\rho} = 0 \end{aligned} \quad (8.13)$$

Substituindo as expressões constantes por termos constantes:

$$\beta_1 v_{I2}^2 + \beta_2 v_{I2} v_{S2} + \beta_3 v_{I2} + \beta_4 v_{S2}^2 + \beta_5 v_{S2} + \beta_6 + \beta_7 p_B = 0 \quad (8.14)$$

Substituindo  $v_{S2}$  pela expressão em 8.10 obtem-se a equação 8.15.

$$\begin{aligned} & \beta_1 v_{I2}^2 + \beta_2 v_{I2} \left( \alpha_1 + \alpha_2 \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4} - \alpha_5 h_I \right) + \beta_3 v_{I2} + \\ & \beta_4 \left( \alpha_1 + \alpha_2 \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4} - \alpha_5 h_I \right)^2 + \beta_5 \left( \alpha_1 + \alpha_2 \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4} - \alpha_5 h_I \right) + \beta_6 + \beta_7 p_B = 0 \end{aligned} \quad (8.15)$$

$$\begin{aligned} \beta_1 v_{I2}^2 + \beta_2 v_{I2} \left( \alpha_1 + \alpha_2 \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I} \right) + \beta_3 v_{I2} + \beta_4 \alpha_1^2 + 2\alpha_2 \beta_4 \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I} + \beta_4 (v_{I2}^2 \\ + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I) + \beta_5 \left( \alpha_1 + \alpha_2 \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I} \right) + \beta_6 + \beta_7 p_B = 0 \end{aligned} \quad (8.16)$$

$$\begin{aligned} \beta_1 v_{I2}^2 + \alpha_1 \beta_2 v_{I2} + \alpha_2 \beta_2 v_{I2} \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I} + \beta_3 v_{I2} + \beta_4 \alpha_1^2 + 2\alpha_2 \beta_4 \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I} \\ + \beta_4 (v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I) + \beta_5 \alpha_1 + \alpha_2 \beta_5 \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I} + \beta_6 + \beta_7 p_B = 0 \end{aligned} \quad (8.17)$$

$$\begin{aligned} \beta_1 v_{I2}^2 + \alpha_1 \beta_2 v_{I2} + (\alpha_2 \beta_2 v_{I2} + \alpha_2 \beta_5 + 2\alpha_2 \beta_4) \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I} + \beta_3 v_{I2} + \beta_4 \alpha_1^2 + \\ + \beta_4 (v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I) + \beta_5 \alpha_1 + \beta_6 + \beta_7 p_B = 0 \end{aligned} \quad (8.18)$$

$$\begin{aligned} (\beta_1 + \beta_4) v_{I2}^2 + (\alpha_1 \beta_2 + \alpha_3 \beta_4 + \beta_3) v_{I2} + (\alpha_2 \beta_2 v_{I2} + \alpha_2 \beta_5 + 2\alpha_2 \beta_4) \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I} \\ + (\beta_4 \alpha_1^2 + \beta_4 \alpha_4 + \beta_5 \alpha_1 + \beta_6) + \beta_7 p_B - \beta_4 \alpha_5 h_I = 0 \end{aligned} \quad (8.19)$$

Substituindo os termos constantes obtem-se a equação 8.20.

$$\gamma_1 v_{I2}^2 + \gamma_2 v_{I2} + (\gamma_3 v_{I2} + \gamma_4) \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I} + \gamma_5 + \gamma_6 p_B + \gamma_7 h_I = 0 \quad (8.20)$$

$$(\gamma_3 v_{I2} + \gamma_4) \sqrt{v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I} = -(\gamma_1 v_{I2}^2 + \gamma_2 v_{I2} + \gamma_5 + \gamma_6 p_B + \gamma_7 h_I) \quad (8.21)$$

$$(\gamma_3 v_{I2} + \gamma_4)^2 (v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I) = (\gamma_1 v_{I2}^2 + \gamma_2 v_{I2} + \gamma_5 + \gamma_6 p_B + \gamma_7 h_I)^2 \quad (8.22)$$

$$(\gamma_3^2 v_{I2}^2 + 2\gamma_3 \gamma_4 v_{I2} + \gamma_4^2) (v_{I2}^2 + \alpha_3 v_{I2} + \alpha_4 - \alpha_5 h_I) = (\gamma_1 v_{I2}^2 + \gamma_2 v_{I2} + \gamma_5 + \gamma_6 p_B + \gamma_7 h_I)^2 \quad (8.23)$$

Simplificando a equação e organizando na forma  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ :

$$\begin{aligned} \lambda_1 v_{I2}^4 + \lambda_2 v_{I2}^3 + (\lambda_3 p_B + \lambda_4 h_I + \lambda_5) v_{I2}^2 + (\lambda_6 p_B + \lambda_7 h_I + \lambda_8) v_{I2} + \\ (\lambda_9 p_B^2 + \lambda_{10} h_I^2 + \lambda_{11} p_B h_I + \lambda_{12} p_B + \lambda_{13} h_I + \lambda_{14}) = 0 \end{aligned} \quad (8.24)$$

Sabe-se que por redução de ordem um polinômio pode ser aproximado por outro em um intervalo. Considera-se que exista um polinômio de grau 2

com estrutura mostrado na equação 8.25 que se aproxime na faixa de operação desejada.

$$c_1 v_{I2}^2 + c_2 v_{I2} + (c_3 p_B^2 + c_4 h_I^2 + c_5 p_B h_I + c_6 p_B + c_7 h_I + c_8) = 0 \quad (8.25)$$

Observe que o polinômio mostrado foi escolhido de modo a ser possível obter uma solução utilizando a fórmula de Bháskara. esse polinômio contém todos os regressões do sistema modelado.

Considerando que o comportamento de  $p_B$  é regido pela entrada  $u$ , acionamento dos inversores dado pela expressão 8.26 obtém-se a expressão 8.27.

$$p_B = a_b + b_b u \quad (8.26)$$

$$v_{I2} = d_1 + \sqrt{d_2 u^2 + d_3 h_I^2 + d_4 h_I u + d_5 h_I + d_6 u + d_7 h_I + d_8} \quad (8.27)$$

Repetindo a solução utilizada para obter  $v_{I2}$  tem-se  $v_{S2}$  na equação 8.28.

$$v_{S2} = e_1 + \sqrt{e_2 u^2 + e_3 h_I^2 + e_4 h_I u + e_5 h_I + e_6 u + e_7 h_I + e_8} \quad (8.28)$$