

## TRABALHO DE GRADUAÇÃO

### AUTOMAÇÃO DE PLANTA PILOTO INDUSTRIAL DE TANQUES ACOPLADOS QUÁDRUPLOS

Anael Rabelo Tavares Guilherme Aleksanders de Oliveira

Brasília, Dezembro de 2015

### UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASILIA Faculdade de Tecnologia

### TRABALHO DE GRADUAÇÃO

### AUTOMAÇÃO DE PLANTA PILOTO INDUSTRIAL DE TANQUES ACOPLADOS QUÁDRUPLOS

### Anael Rabelo Tavares Guilherme Aleksanders de Oliveira

Relatório submetido ao Departamento de Engenharia Elétrica como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro de Controle e Automação

Banca Examinadora

Prof. Eduardo Stockler Tognetti, ENE/UnBOrientador

Prof. Henrique Cezar Ferreira, ENE/UnBCo-orientador

Prof. José Alfredo Ruiz Vargas, ENE/UnB Examinador interno

#### FICHA CATALOGRÁFICA

OLIVEIRA, GUILHERME ALEKSANDERS DE., TAVARES, ANAEL RABELO. Automação de Planta Piloto Industrial de Tanques Acoplados Quádruplos. [Distrito Federal] 2015. viii, 76p., 297 mm (FT/UnB, Engenheiro, Controle e Automação, 2015). Trabalho de Graduação - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. 1. Controle de Processos 2. Controle de Nível 3. Controle Descentralizado 4. Sistemas de Quatro Tanques

5. Planta Piloto Industrial

I. Mecatrônica/FT/UnB

#### **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

OLIVEIRA, G. A., TAVARES, A. R. (2015). Automação de Planta Piloto de Tanques Acoplados Quádruplos, Publicação FT.TG-N.º 21/2015, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 76p.

#### CESSÃO DE DIREITOS

NOMES DOS AUTORES: Anael Rabelo Tavares, Guilherme Aleksanders de Oliveira.

TÍTULO DO TRABALHO DE GRADUAÇÃO: Automação de Planta Piloto de Tanques Acoplados Quádruplos.

**GRAU**: Engenheiro ANO: 2015

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias deste Trabalho de Graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desse Trabalho de Graduação pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Anael Rabelo Tavares

Guilherme Aleksanders de Oliveira

#### Dedicatórias

A todos aqueles que de alguma forma estiveram e estão próximos de mim, fazendo esta vida valer cada vez mais a pena. Em especial ao meu avô Ezeir (in memorian).

Guilherme Aleksanders de Oliveira

Dedico este trabalho a minha família, em especial aos meus pais pelo seu amor e apoio.

Anael Rabelo Tavares

#### Agradecimentos

Agradeço a Deus por esta grande conquista, pela sabedoria, força, coragem e por me proteger.

A toda minha família: meu pai Valdenei Gonçalves por seu companheirismo e seus ensinamentos; minha mãe Elizeth Rabelo por toda atenção, carinho e amor e a minha irmã Laís Rabelo pelas brincadeiras, por sempre estar ao meu lado e pela sua amizade incondicional e perfeita. Amo vocês.

À minha tia Rosa por ter me recebido em sua casa e cuidar de mim como um filho.

À minha vó Umirta pelos seus cuidados e pelo incentivo, meu avô Anael (in memoriam) por ser um exemplo para mim e minha vó Maria Martins (in memoriam) por todo amor. Ao meu tio Dalmi (in memoriam) pelas partidas de futebol e amizade.

A todos os tios e tias, primos e primas.

À Sara Alencar por ser a melhor companheira em tudo, pela ajuda nos momentos difíceis, pelas palavras de incentivo, por sempre estar do meu lado e por todo amor. E a sua família pela ajuda, em especial Ana Lúcia.

Aos meus amigos de graduação que estiveram ao meu lado, que me ajudaram e pelos momentos de diversão. E também aos meus amigos que não estão vivendo o dia a dia comigo.

Aos professores da Faculdade de Tecnologia e demais professores que tive ao longo da minha vida por seus ensinamentos. E a todos funcionários da Universidade de Brasília. Ao meu orientador professor Dr. Eduardo Stockler Tognetti pelos ensinamentos e orientação para realização deste trabalho.

Ao meu amigo Guilherme Aleksanders pela sua dedicação e companheirismo para que pudêssemos realizar este trabalho.

Anael Rabelo Tavares

Primeiramente à Deus que permitiu que tudo isso acontecesse.

Aos meus pais Hamanda e Marcos e à minha irmã Laryssa que apesar de todas as dificuldades me fortaleceram e que para mim foi muito importante.

A todos os meus familiares e amigos que me apoiaram neste caminho.

Às pessoas que me ajudaram nessa jornada em uma nova cidade. Em especial à Sebastiana e à Ezenir por me acolherem em suas casas.

Ao meu orientador, pelo empenho dedicado à elaboração deste trabalho.

Ao meu amigo Anael pelo apoio e compreensão na realização deste trabalho.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

Guilherme Aleksanders de Oliveira

#### RESUMO

Plantas pilotos industriais têm sido objeto de estudo no ambiente acadêmico. Uma planta piloto industrial representa um processo industrial em menor escala, possibilitando contato com situações próximas a realidade industrial e equipamentos semelhantes ou até iguais aos utilizados nas indústrias. Desse modo, neste trabalho realiza-se o estudo de controle dos níveis em uma planta piloto industrial de tanques acoplados quádruplos. Esse processo é amplamente estudado, pois apresenta características semelhantes as presentes em plantas industriais. Através desse processo é possível estudar sistemas multivariáveis de fase mínima e não mínima. Realizou-se a modelagem do processo de tanques quádruplos, o controle dos níveis dos tanques inferiores e o controle dos níveis dos quatro tanques, este último um desafio extra em relação ao encontrado na literatura.

**Palavras-chave:** Controle de Processos, Controle de Nível, Controle Descentralizado, Sistemas de Quatro Tanques, Planta Piloto Industrial, Sistema Multivariável.

#### ABSTRACT

Industrial pilot plants has been studied in the academic environment. A industril pilot plant represents a small scale industrial process, enabling contact with situations near the industrial reality and similar or equal equipaments used on industries. Thus, the level control on a industrial pilot plant of quadruple coupled tanks is studied on this work. This process is widely studied, because it exhibits similar characteristics to the industrial plants. Through this process it is possible to study minimal phase and non minimal phase multivariable systems. It was performed the quadruple tank process modeling, the level control of the bottom tanks and the level control of four tanks, the latter an extra challenge compared to that found in the literature.

**Keywords:** Process Control, Level Control, Decentralized Control, Four Tanks System, Industrial Pilot Plant, Multivariable System.

# SUMÁRIO

1	Introdução		1
	1.1	Motivação	2
	1.2	Objetivos do projeto	3
	1.2.1	Objetivo Geral	3
	1.2.2	Objetivos Específicos	3
	1.3	Metodologia	3
<b>2</b>	Descr	IÇÃO DA PLANTA PILOTO	4
	2.1	Bombas	6
	2.2	Válvulas	7
	2.3	TANQUES	8
	2.4	Sensor de Nível	9
3	Mode	lagem Matemática	10
	3.1	Modelagem Matemática da Planta	10
	3.2	Linearização do Modelo	14
	3.3	Ambiente Simulado	16
4	Conte	Role dos Níveis dos Tanques	19
	4.1	Revisão Teórica	19
	4.1.1	Controle de Realimentação	19
	4.1.2	Controle de Alimentação	21
	4.1.3	Matriz de Ganhos Relativos	23
	4.1.4	Metódos para Análise Comparativa	24
	4.2	Controle dos Tanques Inferiores	24
	4.2.1	Objetivo	24
	4.2.2	Identificação do Processo	25
	4.2.3	Controle de Realimentação	31
	4.2.4	Controle de Alimentação	36
	4.2.5	Análise dos Resultados	42
	4.3	Controle dos Quatro Tanques	48
	4.3.1	Objetivos	48
	4.3.2	Descrição	49

	4.3.3	Análise dos Resultados	55
<b>5</b>	Concl	USÃO	<b>58</b>
$\mathbf{R}$	EFERÊ	NCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60

# LISTA DE FIGURAS

1.1	Processo de Controle de Nível em Quatro Tanques	2
2.1	Planta Piloto Industrial de Tanques Quádruplos	4
2.2	Diagrama de Instrumentação e Tubulação	5
2.3	Bomba	6
2.4	Válvula Manual	7
2.5	Válvula Motorizada	8
2.6	Tanques Reservatório e de Processo	8
2.7	Sensor de Nível	9
3.1	Comportamento do $\gamma_i$ em Função das Válvulas	12
3.2	Razão entre $\gamma_1$ e $\gamma_2$	13
3.3	Esquemático em Simulink da planta não linear	16
3.4	Esquemático em Simulink da planta linearizada	16
3.5	Comparação entre modelo não linear e linear perto do ponto de operação	17
3.6	Comparação entre modelo não linear e linear	17
3.7	Comparação entre modelo não linear e linear afastado do ponto de operação	18
4.1	Exemplo de um sistema com um controlador de realimentação	20
4.2	Exemplo de um sistema com um controlador de alimentação	22
4.3	Exemplo de um sistema com um controlador de alimentação	23
4.4	Respostas dos níveis para aplicação de um degrau de 4V para 5V em $V_1$ no instante	
	t = 50s	26
4.5	Respostas dos níveis para aplicação de um degrau de 3V para 4V em $V_2$ no instante	
	t = 50s	27
4.6	Respostas dos níveis para aplicação de um degrau de 0.6 para 1 em $\gamma_1$	28
4.7	Respostas dos níveis para aplicação de um degrau de 0.6 para 1 em $\gamma_2$	29
4.8	Resposta do nível $h_1$ para aplicação de um degrau de 10.03cm para 11.03cm em $h_3 \ldots$	30
4.9	Resposta do nível $h_2$ para aplicação de um degrau de 24.87cm para 25.87cm em $h_4 \ldots$	31
4.10	Esquemático da planta com o controle por realimentação nos níveis inferiores	33
4.11	Esquemático em Simulink da planta com o controle por realimentação nos níveis	
	inferiores	34
4.12	Resposta dos níveis e sinais de controle da planta para variação em h 1 de 27.88cm $$	
	para 37.88cm	34

4.13	Resposta dos níveis e controles da planta para variação de h 2 de 24.87cm para 25.87cm.	35
4.14	Resposta dos níveis e controles da planta para variação em $\gamma_1$ de 0.6 para 0.7	35
4.15	Resposta dos níveis e controles da planta para variação em $\gamma_2$ de 0.6 para 0.7	36
4.16	Esquemático da planta com o controle de realimentação e alimentação dos níveis	
	inferiores	37
4.17	Esquemático em Simulink da planta com o controle de realimentação e alimentação	
	dos níveis inferiores	38
4.18	Resposta dos níveis e sinais de controle da planta para variação em h 1 de 27.88cm $$	
	para 37.88cm	39
4.19	Resposta dos níveis e sinais de controle da planta para variação em h 2 de 24.87cm $$	
	para 34.87cm	40
4.20	Resposta dos níveis e sinais de controle da planta para variação em $\gamma_1$ de 0.6 para 0.7.	41
4.21	Resposta dos níveis e sinais de controle da planta para variação em $\gamma_2$ 0.6 para 0.7	42
4.22	Resposta dos níveis e controles da planta para variação dos sinais de controle e	
	distúrbios em tempos diferentes	43
4.23	Resposta dos níveis e controles da planta para variação dos sinais de controle e	
	distúrbios ao mesmo tempo	43
4.24	Resposta dos níveis e controles da planta para variação dos sinais de controle e	
	distúrbios em tempos diferentes	44
4.25	Resposta dos níveis e controles da planta para variação dos sinais de controle e	
	distúrbios ao mesmo tempo.	45
4.26	Comparação entre níveis com controle de alimentação e sem controle de alimentação.	46
4.27	Comparação entre níveis com controle de alimentação e sem controle de alimentação.	47
4.28	Esquemático da planta com o controle dos quatro níveis	51
4.29	Esquemático em Simulink da planta com o controle dos quatro níveis	51
4.30	Resposta dos níveis e controles da planta para variação da referência de $h_1$ de	
	27.88cm para 37.88cm.	52
4.31	Resposta dos níveis e controles da planta para variação da referência de $h_2$ de	
	24.87cm para 34.87cm.	53
4.32	Resposta dos níveis e controles da planta para variação da referência de $h_3$ de	
	10.03cm para 20.03cm.	54
4.33	Resposta dos níveis e controles da planta para variação da referência de $h_4$ 17.84cm	
	para 27.84cm	55
4.34	Resposta dos níveis e controles da planta para variação de todos os sinais de controle	
	em tempos diferentes	56
4.35	Resposta dos níveis e controles da planta para variação de todos os sinais de controle	
	ao mesmo tempo	57

# LISTA DE TABELAS

2.1	Características do Motor Elétrico WEG	6
2.2	Características da Bomba GRUNDFOS	6
2.3	Características da Válvulas Motorizada	8
2.4	Características do Sensor	9
3.1	Valores das Áreas das Secções Transversais dos Tanques e Tubulações	11
3.2	Valores de $\gamma$	13
3.3	Valores Escolhidos de Tensões	14
3.4	Valores dos Níveis	14
4.1	Definições de Parâmetros do Controlador de acordo com a planta	20
4.2	Valores em regime permanente dos níveis para variação de $V_1$ de 4V para 5V $\ldots \ldots \ldots$	25
4.3	Respostas dos níveis para variação de $V_2$ de 3V para 4V	26
4.4	Respostas dos níveis para variação de $\gamma_1$ de 0.6 para 1	28
4.5	Respostas dos níveis para variação de $\gamma_2$ de 0.6 para 1	29
4.6	Resposta do nível $h_1$ para aplicação de um degrau de 10.03cm para 11.03cm em $h_3 \ldots$	30
4.7	Resposta do nível $h_2$ para aplicação de um degrau de 24.87cm para 25.87cm em $h_4 \ldots$	31
4.8	Aplicação de degrau em $V_1$ e $V_2$ partindo do ponto de operação	32
4.9	Análise quantitativa para o nível do Tanque 1	48
4.10	Análise quantitativa para o nível do Tanque 2	48
4.11	Valores no estado estacionário após aplicação de degrau	49

# LISTA DE SÍMBOLOS

#### Símbolos Latinos

$h_n$	Altura do tanque n	[cm]
$A_n$	Área da seção transversal do tanque n	$[\mathrm{cm}^2]$
$a_n$	Área da seção transversal do tubo de alimentação do tanque	$[\mathrm{cm}^2]$
	n	
$V_n$	Sinal de tensão da bomba n	[V]
$k_n$	Ganho da bomba n	$[\mathrm{cm}^3/\mathrm{sV}]$
g	Aceleração da gravidade	$[ m cm/s^2]$
Q	Vazão nominal da bomba	$[\mathrm{cm^3/s}]$
$t_1$	Tempo igual a $35.3\%$ da resposta	$[\mathbf{s}]$
$t_2$	Tempo igual a $85.3\%$ da resposta	$[\mathbf{s}]$

### Símbolos Gregos

$\theta$	Atraso	$[\mathbf{s}]$
au	Constante de tempo	$[\mathbf{s}]$
$ au_I$	Constante de tempo da parte integradora do controlador	$[\mathbf{s}]$
$ au_D$	Constante de tempo da parte derivativa do controlador	$[\mathbf{s}]$
$ au_C$	Constante de tempo para ajuste do controlador PI	$[\mathbf{s}]$

### **Grupos Adimensionais**

$\gamma_1$	Porcentagem de fluxo para o tanque 1 em relação ao total da bomba 1
$\gamma_2$	Porcentagem de fluxo para o tanque 2 em relação ao total da bomba 2
$\gamma_{in}$	Porcentagem de abertura da válvula de entrada do tanque n
$\gamma_{on}$	Porcentagem de abertura da válvula de saída do tanque n
$k_n$	Ganho
$G_d$	Função de Transferência de um distúrbio
$G_M$	Função de Transferência que descreve como a variável manipulada afeta a va-
	riável controlada
$\lambda$	ganho relativo proporcional
Λ	Matriz de ganhos relativos proporcionais
$\otimes$	Multiplicação elemento a elemento

#### Subscritos

n	Índice
d	Distúrbio
M	Manipulada
c	Controle
Ι	Integrador
D	Derivativo

#### Sobrescritos

til	Variável de desvio
_	Condição inicial

### Siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CV	Cavalo Vapor
MIMO	Multiple Inputs, Multiple Outputs
SISO	Single Input, Single Output
LC	Controlador de nível (Level Control)
FFC	Controlador Antecipatório (FeedForward Control)
RGA	Análise de ganhos relativos (Relative Gain Analysis)
PID	Controlador Proporcional Integrador Derivativo
PI	Controlador Proporcional Integrador
PVC	Policloreto de Polivinila
LT	Transmissor de nível
HV	Válvula de controle manual
LCV	Válvula de controle de nível auto-operada
LC	Controle de nível por realimentação
$\mathbf{FC}$	Controle de nível por alimentação

# Capítulo 1

# Introdução

A engenharia trata de aplicar conhecimento científico para o benefício da humanidade. E neste sentido tem-se o engenheiro de sistemas de controle que visa aplicar o conhecimento para realizar o controle dos sistemas a sua volta, objetivando contribuir com a sociedade fornecendo produtos úteis e econômicos [1].

Pode-se notar que a área de controle e automação tem aumentado significativamente sua importância nos processos industriais, com a finalidade de se maximizar a produção e reduzir custos. Mas também com os objetivos de aumentar a qualidade da produção, maior flexibilidade da produção, aumento da segurança do operador, redução do uso de recursos e otimização do planejamento e controle da produção [2].

Na indústria, de acordo com Aström e Hägglund [3], aproximadamente 90% dos controladores são do tipo PID. Porém apenas cerca de 30% das malhas de controle industriais operam de maneira satisfatória no modo automático, 30% se encontra em modo manual e 30% deteriora o desempenho do sistema, em vez de aprimorá-lo [4]. Isso se deve principalmente a dificuldade de sintonia dos controladores e a falta de equipes capacitadas para a implantação de controles avançados. Por isso se torna de fundamental importância à criação de ambientes didáticos para estudar e testar técnicas de controle, para colaborar com a formação dos engenheiros.

Nesse aspecto se insere o uso de plantas pilotos industriais no ambiente acadêmico, as quais são a representação em menor escala de uma planta de um processo. Segundo Barbosa [5] as instituições de ensino buscam utilizar plantas pilotos com as finalidades de permitir ao aluno contato com instrumentos encontrados nas indústrias, interligar tais instrumentos em rede para controlar e supervisionar o processo, proporcionar o contato com problemas de controle (como sistemas SISO e MIMO) e desenvolver algoritmos de controle estudados no meio acadêmico e testálos em condições similares as industriais, como saturação de válvulas, não linearidades, atrasos, etc.

Devido ao crescente segmento da indústria, se faz necessário o estudo de técnicas de controle de processos industriais em um ambiente de testes controlados como as plantas pilotos industriais. Neste contexto se insere o presente trabalho que trata do controle e automação de nível em uma planta piloto industrial de tanques acoplados quádruplos, simulando um processo industrial de



controle de nível em quatro tanques, o qual é mostrado na Figura 1.1.

Figura 1.1: Processo de Controle de Nível em Quatro Tanques

#### 1.1 Motivação

O processo de controle de nível de líquido nos reservatórios e tanques é amplamente estudado no meio acadêmico a exemplos dos trabalhos de Alavi e Hayes [6] e Fonseca [7]. Em particular, o problema de controle de nível do processo de tanques quádruplos tem sido extensivamente estudado na literaturo a exemplos os trabalhos de Johansson [8], Rosinová e Kozáková [9] e Roinila et al. [10]. Esse processo também é objeto de estudo na área industrial, contexto que é largamente aplicado nas áreas de farmácia, bebidas, química e petróleo.

Motivados pela fundamental importância deste controle para realizar diferentes funções de um processo, onde uma falha pode causar perdas financeiras, acidentes e danos na planta industrial, se faz necessário o presente trabalho para contribuir com estudo na área do controle de nível.

#### 1.2 Objetivos do projeto

#### 1.2.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como principal objetivo propor estratégias de controle de nível para um processo de tanques quádruplos.

#### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Modelar o processo, os atuadores (válvulas e bombas) e os instrumentos de medição (sensor de nível);
- Validar via simulação modelo aproximado de primeira ordem obtido por técnicas adotadas na indústria;
- Implementar estratégias para o controle dos níveis dos tanques inferiores (benchmark da literatura);
- Propor extensão do benchmark através do controle dos quatro tanques.

#### 1.3 Metodologia

Para realizar o controle da planta industrial de tanques quádruplos a abordagem inicial partiu da obtenção do modelo analítico não linear da planta, após isto se realizou a simulação do sistema utilizando-se dos softwares MATLAB versão 8.0.0.783 (R2012b) e SIMULINK.

Conhecendo o processo, realizou-se o controle dos níveis dos tanques, utilizando controladores proporcionais integrais (PI).

Os controles PI's foram então unidos ao controle antecipatório. Assim é realizada a comparação entre o desempenho do sistema frente à utilização dos dois métodos de controle.

Embora o objetivo estabelecido no início do trabalho fosse implementar as estratégias de controle no Controlador Lógico Programável e verificar a eficiência da proposta na resposta da planta real, a bancada ainda não se encontra em operação e todas as etapas deste trabalho foram desenvolvidas em ambiente computacional por meio dos softwares Matlab e Simulink. Procurou-se utilizar o modelo matemático considerando a geometria da bancada e os equipamentos instalados.

## Capítulo 2

# Descrição da Planta Piloto

A Planta Piloto Industrial de Tanques Quádruplos, da fabricante DIDATICONTROL foi utilizada para este trabalho e possui duas das variáveis de processo mais comuns, vazão e nível. Esta planta foi projetada com base no processo de tanques quádruplos criado por Johansson[8], ela foi criada com o principal objetivo de se estudar as várias opções de controle utilizando um equipamento compacto e softwares feitos para esse objetivo. A Figura 2.1 apresenta a planta real do processo de quatro tanques.



Figura 2.1: Planta Piloto Industrial de Tanques Quádruplos

O processo é composto por um tanque reservatório, quatro tanques de processo, quatro sensores de nível, quatro válvulas manuais, quatro válvulas motorizadas e duas bombas. Além desses itens há uma interface composta por painel elétrico, controlador lógico programável e computador, os quais tem o papel de realizar o controle e o monitoramento do processo. A Figura 2.2 mostra o diagrama de instrumentação e tubulação (P&ID) do sistema de quatro tanques.



Figura 2.2: Diagrama de Instrumentação e Tubulação

A planta visa propiciar o desenvolvimento de experimentos nas áreas de modelagem matemática, simulação de processos e instrumentação, possibilitando aos alunos e professores da área de automação e controle de processos a oportunidade de trabalhar com uma gama de operações. Além de apresentar características e condições similares as encontradas na realidade industrial.

De acordo com Rusli et al. [11], o processo de tanques quádruplos é utilizado no meio acadêmico para ensinar as habilidades de:

- Linearização de sistemas não lineares e elaboração de funções de transferência de sistemas multivariáveis;
- Criação de controladores descentralizados;
- Implementação de desaclopadores para diminuir os efeitos das interações;
- Implementação de controle multivariável;
- Selecionar o melhor controle, observando as propriedades do processo multivariável;

Uma das características constatada acima é não linearidade do processo de tanques quádruplos, o que ocorre na maioria dos sistemas reais, assim a planta se aproxima dos sistemas reais. Outra característica que torna este processo de extremo interesse é o fato de se poder alterar a fase do sistema, entre mínima e não mínima, através da mudança de abertura das válvulas. Podendo assim estudar as técnicas de controle nestas duas fases.

#### 2.1 Bombas

O processo utiliza duas bombas centrífugas monoestágio da série MARK fabricadas pela GRUND-FOS e modelo SR-5-25PT, acopladas em dois motores elétricos fabricados pela WEG e modelo W48J. Esses dois equipamentos são utilizados em sistemas industriais reais aumentando assim a fidelidade da planta aos sistemas reais. Possui a vantagem de proporcionar menor consumo de energia, tem uma construção compacta em monobloco, bocal de sucção e recalque centrados e baixo custo de manutenção.

As bombas são conectadas aos tanques através de tubulações 3/4", feitas de policioreto de polivinila (PVC). Assim a bomba 1 bombeia o fluido para os tanques 1 e 4, enquanto a bomba 2 bombeia o fluido para os tanques 2 e 3. O conjunto motor elétrico e bomba são apresentados na Figura 2.3.

lotor Elétrico WEG
W48J
O,5CV
$220/380\mathrm{V}$
$1.80/1.04\mathrm{A}$
$60 \mathrm{Hz}$
$3500 \mathrm{RPM}$

Tabela 2.2:	$Caracter{\rm isticas}$	da	Bomba	GRUNDFOS
	Modelo		SR-5-2	25PT

Potência	$O,5 \ CV$
$\operatorname{Conex \tilde{o}es}$	$1"e \ 3/4"$
Vazão	$6 m^3/h$
Altura Manométrica	16 mc.a.
Rotações	$3500 \mathrm{RPM}$



Figura 2.3: Bomba

#### 2.2 Válvulas

As válvulas tem a função de regular a vazão que entra e sai dos tanques através de sua abertura ou fechamento. No presente trabalho são utilizados dois tipos de válvulas, as manuais e as motorizadas.

As válvulas manuais utilizadas são do tipo esfera. Essa válvula possui uma esfera com furo central em seu interior, quando na posição aberta o furo da esfera fica alinhado com a tubulação permitindo que haja fluxo e quando na posição fechada o furo da esfera fica perpendicular a tubulação impedindo que haja fluxo. As válvulas manuais controlam a vazão de saída dos tanques de processo, para isto elas necessitam que o usuário opere manualmente para realizar sua abertura ou fechamento. Além da desvantagem de necessitar de uma operação manual, elas não possuem precisão na determinação de sua porcentagem de abertura ou fechamento. Um exemplo de válvula manual e sua vista em corte podem ser vistas na Figura 2.4.



Figura 2.4: Válvula Manual

Já as válvulas motorizadas controlam a vazão do fluido enviado pelas bombas dividindo o fluxo entre os tanques de processo, para isso é utilizada uma válvula para cada tanque de processo. Na planta é utilizada uma válvula motorizada fabricada pela Sinro sendo seu modelo SR13G22032B1-E, a qual é do tipo esfera. A característica de abertura dessa válvula é do tipo igual percentagem, ou seja, acréscimos iguais no curso da haste produzem porcentagens iguais ao acréscimo em relação à vazão do momento. Essa característica fornece um bom controle para aberturas de até 50% e oferece um grande aumento de vazão para aberturas maiores do que 50%. Depois de instalada a válvula, essa característica pode alterar-se devido a pressão diferencial que escoa através da válvula.

A válvula motorizada utiliza um motor elétrico que aciona um mecanismo de avanço por meio de um trem de engrenagens para abri-las ou fechá-las. Esse tipo de válvula é ideal para aplicações de controle de nível quando se necessita de precisão e em aplicações remotas. A qual é normalmente fechada e funciona por meio de um sinal elétrico, permitindo assim o controle automático da vazão. Como característica essa válvula, pode-se operar de maneira proporcional, ou seja, pode funcionar com diferentes ângulos de abertura e não somente fechada ou aberta, permitindo uma maior gama de ajustes na vazão. As características da válvula motorizada utilizada na bancada são apresentadas na Tabela 2.3 e a válvula é mostrada na Figura 2.5.

Tabela 2.3: Características da Válvulas Motorizad	
Modelo	SR13G220032B1-E
Tipo	Duas Vias
Tensão de Alimentação	24VAC
$\operatorname{Pot}$ ência	$3.5 \mathrm{VA}$
Frequência	$50/60 \mathrm{Hz}$
Fator de Fluxo	3.2
Máximo Diferencial de Pressão Fechada	$0.3 \mathrm{MPa}$
Máxima Pressão Estática	2.1MPa
Tempo de Abertura	$65 \mathrm{s}$



Figura 2.5: Válvula Motorizada

#### 2.3 Tanques

O tanque reservatório fica localizado na parte inferior da bancada e tem o papel de armazenar e fornecer o fluido para o funcionamento da bancada, assim ela tem autonomia para funcionar sem ser necessário reabastecer durante o processo. Os tanques de processo são feitos de acrílico, possuem geometria cilíndrica com altura de 90 centímetros e diâmetro de 20 centímetros. O tanque reservatório e de processo são mostrados na Figura 2.6.



Figura 2.6: Tanques Reservatório e de Processo

#### 2.4 Sensor de Nível

Utiliza-se o sensor da Sitron modelo SP21 que monitora a pressão em líquidos e gases. Possui as características de ser robusto, fácil instalação, medição confiável de nível e pressão. Por isso é amplamente utilizado nas aplicações que inclui líquidos, gases, na industria e em ambientes agressivos. Esse sensor é piezoresistivo, ou seja, ele varia sua tensão de saída linearmente de acordo com a pressão exercida no sensor. Portanto, o peso da coluna de líquido no tanque gera uma pressão hidrostática, e a medida que a altura dessa coluna varia a pressão exercida no sensor também varia, alterando assim a saída de tensão do sensor. Na bancada são utilizados quatro sensores sendo cada um instalados na base dos tanques de processo. As características do sensor são apresentadas na Tabela 2.4 e a sua instalação pode ser vista na Figura 2.7.

Tabela 2.4:	Características do Sensor
Modelo	SP21
Tensão de Alimentação	$12 a 30 \mathrm{Vdc}$
Consumo	$22 \mathrm{mA}$
Saída	$4 a 20 \mathrm{mA}$
Proteção	Inversão de Polaridade
Tipo de Sensor	Sensor piezoresistivo em Aço ${\rm Inox}~316$



Figura 2.7: Sensor de Nível

## Capítulo 3

# Modelagem Matemática

Para a maioria dos sistemas físicos (elétricos, térmicos, hidráulicos, econômicos e biológicos) é possível descrever seu comportamento por meio de equações diferenciais ordinárias. Essas equações podem ser obtidas utilizando-se das leis físicas. Através desses princípios é possível obter o modelo matemático do sistema.

Para entender, projetar e analisar um sistema de controle se faz necessária a utilização de modelos matemáticos quantitativos [1]. A bancada utilizada simula um processo industrial e assim como tal sistema, a bancada também é dinâmica e não-linear. Para se realizar a modelagem dessa utilizou-se a representação por equações diferenciais, e posteriormente procedeu-se com a linearização do processo para realizar o controle da bancada.

#### 3.1 Modelagem Matemática da Planta

O modelo matemático adotado será baseado no trabalho realizado por Johansson [8], pois a bancada utilizada foi construída observando esse modelo. Assim, considerando o balanço de massa e a equação de Bernoulli as equações que descrevem os sistema são mostradas abaixo.

$$\frac{\mathrm{d}h_1}{\mathrm{d}t} = -\frac{a_1}{A_1}\sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1}\sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1k_1}{A_1}V_1 \tag{3.1}$$

$$\frac{\mathrm{d}h_2}{\mathrm{d}t} = -\frac{a_2}{A_2}\sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2}\sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2k_2}{A_2}V_2 \tag{3.2}$$

$$\frac{\mathrm{d}h_3}{\mathrm{d}t} = -\frac{a_3}{A_3}\sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_2)K_2}{A_3}V_2 \tag{3.3}$$

$$\frac{\mathrm{d}h_4}{\mathrm{d}t} = -\frac{a_4}{A_4}\sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_1)K_1}{A_4}V_1 \tag{3.4}$$

onde:

 $h_n = N$ ível de água no tanque n [cm]

 $a_n =$ Área da seção transversal do tubo de alimentação do tanque n [cm<sup>2</sup>]

 $A_n =$ Área da seção transversal do tanque n [cm<sup>2</sup>]

- $\gamma_1$  = Porcentagem de fluxo para o tanque 1 em relação ao total da bomba 1
- $\gamma_2$  = Porcentagem de fluxo para o tanque 2 em relação ao total da bomba 2
- $k_1 = \text{Ganho da bomba 1 } [\text{cm}^3/\text{sV}]$

 $k_2 = \text{Ganho da bomba 2 [cm^3/sV]}$ 

- $V_1$  = Tensão aplicada na bomba 1 [V]
- $V_2$  = Tensão aplicada na bomba 2 [V]
- $g = \text{Aceleração da gravidade } [\text{cm/s}^2]$

Para todos os cálculos realizados no presente trabalho considerou-se o valor da gravidade de  $981 \text{ cm/s}^2$ .

A área da secção transversal dos tanques e dos tubos de alimentação dos tanques foi obtida teoricamente através da fórmula (3.5), sendo o raio dos tanque de 10 centímetros e o raio dos tubos de 0,9525 centímetros. Fornecendo os valores apresentados na Tabela 3.1.

$$A = \pi r^2 \tag{3.5}$$

Tabela 3.1: Valores das Áreas das Secções Transversais dos Tanques e Tubulações $\begin{array}{c|c} A_n & 314.16\ {\rm cm}^2\\ a_n & 2.85\ {\rm cm}^2 \end{array}$ 

Para o cálculo do ganho das bombas foi utilizada a vazão nominal das bombas que é de 1666,67  $\text{cm}^3/\text{s}$  e o sinal de tensão de entrada da bomba variando de 0 a 10 volts. Assim utilizando a fórmula (3.6) obteve-se o valor de 166.67  $\text{cm}^3/\text{Vs}$ .

$$K = \frac{Q}{V_n} \tag{3.6}$$

sendo:

Q=Vazão nominal da bomba

 $V_n$  = Sinal de tensão da bomba n

Como já mencionado, uma das características desse processo é a possibilidade dele se comportar como um sistema de fase mínima ou um sistema de fase não-mínima. Esse comportamento é definido por  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ , os quais são definidos em função da abertura da válvula do tanque superior e do tanque inferior, estabelecendo uma razão entre o fluxo nos tanques. Assumindo-se que as curvas características de vazão das válvulas seja linear, o  $\gamma_1$  é definido pela relação entre o tanque 1 (inferior) e o tanque 4 (superior), e o  $\gamma_2$  é definido pela relação entre o tanque 2 (inferior) e o tanque 3 (superior). Essas relações são definidas pelas Equações abaixo.

$$\gamma_1 = \frac{\gamma_{i1}}{\gamma_{i1} + \gamma_{i4}} \tag{3.7}$$

$$\gamma_2 = \frac{\gamma_{i2}}{\gamma_{i2} + \gamma_{i3}} \tag{3.8}$$

onde:

- $\gamma_{i1}$  = porcentagem de abertura da válvula de entrada do tanque 1
- $\gamma_{i2}$  = porcentagem de abertura da válvula de entrada do tanque 2
- $\gamma_{i3}$  = porcentagem de abertura da válvula de entrada do tanque 3
- $\gamma_{i4}$  = porcentagem de abertura da válvula de entrada do tanque 4

Utilizando o Matlab foi gerado o gráfico da Figura 3.1 que representa o comportamento do  $\gamma_i$ . No gráfico é representando o  $\gamma_i$  que é calculado em função da porcentagem de abertura das válvulas de entrada do tanque superior e do tanque inferior.



Figura 3.1: Comportamento do  $\gamma_i$  em Função das Válvulas

Definidos  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  pode-se definir o comportamento do sistema através do somatório entre eles, como mostrado na relação (3.9).

$$\begin{cases} \gamma_1 + \gamma_2 < 1, \text{ sistema de fase não-mínima.} \\ \gamma_1 + \gamma_2 > 1, \text{ sistema de fase mínima.} \end{cases}$$
(3.9)

Sabendo o comportamento do  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ , foi gerado no Matlab o gráfico da Figura 3.2 que representa a razão entre eles e mostra as regiões de operações da fase mínima e não-mínima. Essa relação foi mostrada por Johansson[8].



Figura 3.2: Razão entre  $\gamma_1 \in \gamma_2$ 

Quando o sistema se encontra na fase mínima significa que a vazão para os tanques 1 e 2 (tanques inferiores) é maior do que a vazão para os tanques 3 e 4 (tanques superiores), já quando o sistema se encontra na fase não-mínima significa que a vazão para os tanques 1 e 2 é menor que a vazão para os tanques 3 e 4.

Para realizar a modelagem do processo foram escolhidos os valores de  $\gamma$  apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Va	lores de $\gamma$
Parâmetro	Valor
$\gamma_1$	0.6
$\gamma_2$	0.6
$\gamma_{o1}$	0.9
$\gamma_{o2}$	0.9
$\gamma_{o3}$	0.5
$\gamma_{o4}$	0.5

onde:

 $\gamma_{o1}$  = porcentagem de abertura da válvula de saída do tanque 1

 $\gamma_{o2}$  = porcentagem de abertura da válvula de saída do tanque 2

 $\gamma_{o3}$  = porcentagem de abertura da válvula de saída do tanque 3

 $\gamma_{o4}$  = porcentagem de abertura da válvula de saída do tanque 4

Assim 60% do fluxo gerado pela bomba 1 será direcionado para o tanque 1 e 40% do fluxo será para o tanque 4, o mesmo ocorre para a bomba 2, logo 60% do fluxo irá para o tanque 2 e 40% do fluxo irá para o tanque 3. As válvulas manuais de saída dos tanques estarão com a porcentagem de abertura indicada na Tabela 3.2, então a abertura da válvula de saída será dada pela multiplicação da área da secção transversal por essa porcetagem de abertura.

Como o sistema tem quatro equações e seis incógnitas escolheu-se dois valores para ser possível resolver o sistema, foram então escolhidos os valores de tensões das bombas, os quais são mostrados

na Tabela 3.3.

Com essas considerações pode-se calcular o valor para os níveis de fluido nos tanques utilizando as equações (3.1), (3.2), (3.3) e (3.4), os quais são mostrados na Tabela 3.4.

Tabela 3.3: Valores Escolhidos de Tensões $\begin{array}{c|c} V_1 & 4 \ \mathrm{V} \\ V_2 & 3 \ \mathrm{V} \end{array}$ 

Tabela 3.4: Valores	dos Níveis
Nível no Tanque n	Valor
$h_1$	$27.88~{\rm cm}$
$h_2$	$24.87~\mathrm{cm}$
$h_3$	$10.04~{ m cm}$
$h_4$	$17.85~\mathrm{cm}$

Com o modelo matemático não-linear realizou-se sua implementação no Simulink.

#### 3.2 Linearização do Modelo

A partir do ponto de operação descrito na seção 3.1 foi realizada a linearização utilizando variáveis de desvios. As variáveis de desvio são afastamentos dos valores estacionários. O conceito de variáveis de desvio é de grande valia no controle de processos, pois normalmente deseja-se manter o valor da variável de processo em torno de um estado estacionário. Logo, para se realizar a linearização, esse ponto no estado estacionário é uma boa alternativa. Ainda se o controlador estiver corretamente projetado, a variável de processo não irá se afastar muito do estado estacionário pretendido. Dessa maneira, o modelo linearizado descreverá adequadamente o comportamento dinâmico do sistema. Quando utilizadas as variáveis de desvio, obtêm-se os seguintes benefícios:

- Termos que contenham apenas constantes nas equações diferenciais ordinárias são eliminados.
- Para as variáveis de desvio, as condições iniciais são iguais a zero quando o ponto de partida é a condição estacionária nominal de operação.

O procedimento para realizar a linearização é descrito por Seborg [12]. Como exemplo, seja o sistema não linear (3.10). Para linearizar esse sistema em torno do ponto de operação em regime permanente, então em estado estacionário por definição tem-se a condição (3.11).

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = f(x(t), y(t), z(t))$$
(3.10)

$$f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = 0 \tag{3.11}$$

Em que  $x, y \in z$  são variáveis do sistema não linear (3.10) e p é o ponto de operação em regime permanente no qual se deseja linearizar o sistema. Expandido o sistema (3.10) em série de Taylor e desprezando os termos de ordem maior ou igual dois, obtém-se (3.12).

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = f(x(t), y(t), z(t)) \simeq f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) + \frac{\partial f}{\partial x}|_p(x(t) - \bar{x}) + \frac{\partial f}{\partial y}|_p(y(t) - \bar{y}) + \frac{\partial f}{\partial z}|_p(z(t) - \bar{z})$$
(3.12)

Por definição as variáveis de desvio são.

$$\begin{cases} \tilde{x}(t) = x(t) - \bar{x} \\ \tilde{y}(t) = y(t) - \bar{y} \\ \tilde{z}(t) = z(t) - \bar{z} \end{cases}$$
(3.13)

Realizando a subtração de (3.12) por (3.11), obtém-se (3.14).

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{x}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial f}{\partial x}|_{p}\tilde{x}(t) + \frac{\partial f}{\partial y}|_{p}\tilde{y}(t) + \frac{\partial f}{\partial z}|_{p}\tilde{z}(t)$$
(3.14)

Por fim basta apenas aplicar a transformada de Laplace e relacionar as variáveis, para se obter a função de transferência.

Utilizando esse procedimento realizou-se a linearização por variáveis de desvio, obtendo as seguintes Equações linearizadas (3.15), (3.16), (3.17) e (3.18).

$$\tilde{H_{1}}(s) = -\tilde{a_{1}}(s) \frac{2\bar{h_{1}}\sqrt{g}}{sA_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}+\bar{a_{1}}\sqrt{g}}} + \tilde{H_{3}}(s) \frac{\bar{a_{3}}\sqrt{g\bar{h_{1}}}}{sA_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}\bar{h_{3}}+\bar{a_{1}}}\sqrt{\bar{h_{3}}g}} + \tilde{a_{3}}(s) \frac{2\sqrt{\bar{h_{1}}\bar{h_{3}}g}}{sA_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}+\bar{a_{2}}}\sqrt{g}} + \tilde{Y_{1}}(s) \frac{\bar{V_{1}}K_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}}}{sA_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}+\bar{a_{1}}}\sqrt{g}} + \tilde{V_{1}}(s) \frac{\bar{V_{1}}K_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}}}{sA_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}+\bar{a_{1}}}\sqrt{g}} + \tilde{V_{1}}(s) \frac{\bar{V_{1}}K_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}+\bar{a_{1}}}\sqrt{g}}{sA_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}+\bar{a_{1}}}\sqrt{g}} + \tilde{V_{1}}(s) \frac{\bar{V_{1}}K_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}}}{sA_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}+\bar{a_{1}}}\sqrt{g}} + \tilde{V_{1}}(s) \frac{\bar{V_{1}}K_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}+\bar{a_{1}}}\sqrt{g}}{sA_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}+\bar{a_{1}}}\sqrt{g}} + \tilde{V_{1}}(s) \frac{\bar{V_{1}}K_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}+\bar{a_{1}}}\sqrt{g}} + \tilde{V_{1}}(s) \frac{\bar{V_{1}}K_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}+\bar{a_{1}}}\sqrt{g}} + \tilde{V_{1}}(s) \frac{\bar{V_{1}}K_{1}\sqrt{2\bar{h_{1}}+\bar{a_{1}}}\sqrt{g}} + \tilde{V_{1}}(s) \frac{\bar{V_{1}}K_{1}\sqrt{g}} + \tilde{V_{1}}(s)$$

$$\tilde{H_{2}}(s) = -\tilde{a_{2}}(s) \frac{2\bar{h_{2}}\sqrt{g}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}} + \bar{a_{2}}\sqrt{g}} + \tilde{H_{4}}(s) \frac{\bar{a_{4}}\sqrt{gh_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}}\bar{h_{4}} + \bar{a_{2}}\sqrt{h_{4}}g} + \tilde{a_{4}}(s) \frac{2\sqrt{\bar{h_{2}}\bar{h_{4}}g}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}} + \bar{a_{2}}\sqrt{g}} + \tilde{Y_{2}}(s) \frac{\bar{V_{2}}K_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}} + \bar{a_{2}}\sqrt{g}} + \tilde{V_{2}}(s) \frac{\bar{V_{2}}K_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}} + \bar{v_{2}}\sqrt{g}} + \tilde{V_{2}}(s) \frac{\bar{V_{2}}K_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}} + \bar{v_{2}}\sqrt{g}} + \tilde{V_{2}}(s) \frac{\bar{V_{2}}K_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}} + \bar{v_{2}}\sqrt{g}} + \tilde{V_{2}}(s) \frac{\bar{V_{2}}K_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}}} + \tilde{V_{2}}(s) \frac{\bar{V_{2}}K_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}}} + \tilde{V_{2}}(s) \frac{\bar{V_{2}}K_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}}} + \tilde{V_{2}}(s) \frac{\bar{V_{2}}K_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}}}} + \tilde{V_{2}}(s) \frac{\bar{V_{2}}K_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}}}} + \tilde{V_{2}}(s) \frac{\bar{V_{2}}K_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}}}{sA_{2}\sqrt{2h_{2}}}} + \tilde{V_{2}}(s) \frac{\bar{V$$

$$\tilde{H}_{3}(s) = -\tilde{a_{3}}(s) \frac{2\bar{h_{3}}\sqrt{g}}{sA_{3}\sqrt{2\bar{h_{3}}} + \bar{a_{3}}\sqrt{g}} + \tilde{Y}_{3}(s) \frac{\bar{V}_{2}K_{1}\sqrt{2\bar{h_{3}}}}{sA_{3}\sqrt{2\bar{h_{3}}} + \bar{a_{3}}\sqrt{g}} + \tilde{V}_{2}(s) \frac{\bar{Y}_{3}K_{2}\sqrt{2\bar{h_{3}}}}{sA_{3}\sqrt{2\bar{h_{3}}} + \bar{a_{3}}\sqrt{g}}$$
(3.17)

$$\tilde{H}_{4}(s) = -\tilde{a}_{4}(s) \frac{2\bar{h}_{4}\sqrt{g}}{sA_{4}\sqrt{2\bar{h}_{4}} + \bar{a}_{4}\sqrt{g}} + \tilde{Y}_{4}(s) \frac{\bar{V}_{1}K_{1}\sqrt{2\bar{h}_{4}}}{sA_{4}\sqrt{2\bar{h}_{4}} + \bar{a}_{4}\sqrt{g}} + \tilde{V}_{1}(s) \frac{\bar{Y}_{4}K_{1}\sqrt{2\bar{h}_{4}}}{sA_{4}\sqrt{2\bar{h}_{4}} + \bar{a}_{4}\sqrt{g}}$$
(3.18)

Em que:

 $\tilde{H}_i(s) = \acute{e}$  uma variável de desvio que representa as alturas, com i = 1, 2, 3 e 4.

 $\tilde{Y}_i(s) = \acute{e}$  uma variável de desvio, com i = 1, 2, 3 e 4, que representa  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $(1-\gamma_2)$  e  $(1-\gamma_1)$ , respectivamente.

### 3.3 Ambiente Simulado

Após o desenvolvimento das equações, do modelo não-linear e do modelo linearizado foi feita a simulação no ambiente Simulink comparando as respostas das plantas do modelo não-linear e do modelo linearizado. As Figuras 3.3 e 3.4 representam o esquemático do modelo não-linear e do modelo linearizado, respectivamente.



Figura 3.3: Esquemático em Simulink da planta não linear.



Figura 3.4: Esquemático em Simulink da planta linearizada.

A Figura 3.5, realiza uma comparação perto do ponto de operação, variando a tensão da bomba 1 de 4V para 4.1V, a tensão da bomba 2 de 3V para 3.1V, o  $\gamma_1$  em 0.02 e o  $\gamma_2$  em 0.02.



Figura 3.5: Comparação entre modelo não linear e linear perto do ponto de operação

A Figura 3.6, realiza uma comparação variando a tensão da bomba 1 de 4V para 4.2V, a tensão da bomba 2 de 3V para 3.2V, o  $\gamma_1$  em 0.04 e o  $\gamma_2$  em 0.04.



Figura 3.6: Comparação entre modelo não linear e linear

A Figura 3.7 realiza uma comparação mais afastada do ponto de operação, variando a tensão da bomba 1 de 4V para 4.5V, a tensão da bomba 2 de 3V para 3.5V, o  $\gamma_1$  em 0.1 e o  $\gamma_2$  em 0.1.



Figura 3.7: Comparação entre modelo não linear e linear afastado do ponto de operação

Pode-se notar que devido a linearização entorno de um ponto de operação fornece uma boa aproximação do sistema não-linear apenas enquanto o sistema opera entorno desse ponto, e quando o sistema se afasta desse ponto de operação o modelo linearizado apresenta um distanciamento do modelo não-linear.

## Capítulo 4

# Controle dos Níveis dos Tanques

#### 4.1 Revisão Teórica

O controle descentralizado em um sistema MIMO (*Multiple Inputs, Multiple Outputs*), compreende a divisão desse sistema em vários outros sistemas SISO(*Single Input, Single Output*) acoplados, nos quais as suas interações entre si podem ser desconsideradas. A técnica de descentralização é empregada com o intuito de simplificar o sistema e tornar o projeto mais simples de se realizar, embora ela prejudique o desempenho do sistema. Porém caso as interações aumentem a resposta do controle descentralizado se torna insatisfatória, sendo necessário o uso de outras técnicas que cancelem essas interações.

#### 4.1.1 Controle de Realimentação

Uma das formas de se implementar um controle descentralizado é utilizando um controle de realimentação ou *feedback*. Essa técnica é amplamente utilizada na industria, devido a sua robustez e facilidade de implementação. O controle de realimentação funciona da seguinte maneira: o valor de entrada do sistema é substituído pelo valor de referência (valor em regime permanente). A variável controlada é subtraída dessa nova entrada e esse sinal resultante, chamado agora de erro, é conectado a um controlador cuja a saída é conectada a entrada da planta. O controlador realizará a função da entrada original, alterando o seu valor quando o erro for diferente de zero, ou seja, quando houver discrepâncias entre o sinal de referência e a saída. Dessa maneira caso a saída sofra o efeito de algum distúrbio e saia do valor desejado (*setpoint*), o controlador age sobre o sinal de entrada para que a saída retorne ao valor desejado, a fim de que o erro seja zero[13]. A Figura 4.1 representa um exemplo de sistema com controle de realimentação.



Figura 4.1: Exemplo de um sistema com um controlador de realimentação.

O controle de realimentação têm como desvantagem agir somente na medida que houver desvios da variável controlada em relação ao valor desejado, ou seja, somente depois que o erro aparecer é que se toma uma providência. Seria interessante agir antes que os erros ocorressem. Baseado nesse ideal existe uma técnica de controle que busca atuar antes que o erro ocorra, essa técnica é conhecida como controle de alimentação.

Em Skogestad[14] é demonstrada uma maneira de se projetar controladores do tipo Proporcional, Integral e Derivativo (PID). A Equação (4.1) é fundamentada nessa demonstração e representa a função de transferência do controlador.

$$G_c(s) = K_c \cdot \left(\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s}\right) \cdot \left(\tau_D s + 1\right) = \frac{K_c}{\tau_I s} \left(\tau_I \tau_D s^2 + (\tau_I + \tau_D)s + 1\right)$$
(4.1)

onde:

 $K_c =$  Ganho do controlador

 $\tau_I$  = Constante de tempo da parte integradora do controlador

 $\tau_D$  = Constante de tempo da parte derivativa do controlador

Os valores da função de transferência do controlador dependem do tipo de planta em que ele é implementado. Eles são encontrados de acordo com a Tabela 4.1.

ProcessoG(s) $K_c$  $\tau_I$  $\tau_D$ Primeira Ordem $k \frac{e^{-\theta s}}{\tau_1 s + 1}$  $\frac{1}{k} \frac{\tau_1}{\tau_c + \theta}$  $min\{\tau_1, 4(\tau_c + \theta)\}$ -Segunda Ordem $k \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$  $\frac{1}{k} \frac{\tau_1}{\tau_c + \theta}$  $min\{\tau_1, 4(\tau_c + \theta)\}$  $\tau_2$ 

Tabela 4.1: Definições de Parâmetros do Controlador de acordo com a planta.

Na Tabela 4.1 o parâmetro  $\tau_c$  é uma variável de ajuste. Recomenda-se o uso de  $\tau_c = \theta$ , sendo  $\theta$  o tempo de atraso.

Por esta técnica demandar que a planta seja representada por uma função de primeira ordem ou segunda ordem, utilizou-se do teste de entrada degrau para aproximar a planta. O método de teste de entrada degrau é utilizado para aproximar as funções de transferência de uma planta em um sistema de primeira ordem [12]. Para realizar essa aproximação utiliza-se a Equação (4.2).

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = k \frac{e^{-\theta s}}{\tau_1 s + 1}$$
(4.2)

onde:

Y(s) = Sinal de saída da planta

R(s) = Sinal de entrada da planta

Esse método consiste em aplicar uma entrada degrau na planta em malha aberta e aproximar a função de transferência da Equação (4.2), obtendo os parâmetros de acordo com as Equações (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) e (4.7).

$$k = G(\infty) - G(0) \tag{4.3}$$

$$t_1 = 0.353G(\infty) \tag{4.4}$$

$$t_2 = 0.853G(\infty) \tag{4.5}$$

$$\theta = 1.3t_1 - 0.29t_2 \tag{4.6}$$

$$\tau_1 = 0.67(t_2 - t_1) \tag{4.7}$$

Sendo  $G(\infty)$  a resposta estacionária ao degrau.

Visto que todo o sistema é aproximado em funções de transferências de primeira ordem, o controlador de realimentação não terá parte derivativa. Segundo a Tabela 4.1 para sistemas de primeira ordem, o termo derivativo ( $\tau_D$ ) é nulo. Portanto a Equação do controlador de realimentação deverá ser reescrita na forma da Equação (4.8).

$$G_c(s) = K_c \cdot \left(\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s}\right) \tag{4.8}$$

#### 4.1.2 Controle de Alimentação

O fundamento do controle de alimentação ou *feedforward* é que se o efeito de uma determinada pertubação no processo for conhecido, pode-se criar um sistema de controle que antecipe esse efeito e realize a correção. Dessa maneira é possível modificar uma variável manipulada para evitar ou minimizar erros na variável controlada quando houver uma forma de predizer variações de carga e de seus efeitos. Para isto é necessário definir um modelo matemático que descreva adequadamente o processo e que considere a interação entre as variáveis de carga e seus respectivos efeitos na variável controlada.

A desvantagem do controle de alimentação consiste no fato dele não monitorar a variável controlada, dependendo unicamente da exatidão entre os valores estabelecidos entre o valor desejado e a variável manipulada. Dessa maneira caso ocorra um erro na saída esse sistema não agirá.
Por essa razão, na prática, esse controle é raramente utilizado sozinho. Desse modo o controle de alimentação normalmente é associado ao controle de realimentação. Apesar dessa configuração aumentar o custo de implementação o controle melhora consideravelmente.

Este tipo de controlador é caracterizado pela Equação (4.9) [13].

$$FFC = -\frac{G_d}{H_d G_M} \tag{4.9}$$

onde:

FFC = Função de transferência do controlador de alimentação

 $G_d$  = Função de transferência que descreve o distúrbio

 $G_M =$  Função de transferência que descreve como a variável manipulada afeta a variável controlada

 $H_d$  = Ganho que descreve o sensor que mede o distúrbio

A Figura 4.2 representa um exemplo de sistema com controle de alimentação.



Figura 4.2: Exemplo de um sistema com um controlador de alimentação.

Para se ter uma resposta mais robusta, algumas malhas podem utilizar controladores de realimentação e alimentação em um único sistema, como pode ser visto na Figura 4.3. Esse tipo de associação de controles é utilizado quando há distúrbios que podem ser mensurados, ou seja, distúrbios cuja função de transferência pode ser encontrada com relação a variável controlada.



Figura 4.3: Exemplo de um sistema com um controlador de alimentação.

## 4.1.3 Matriz de Ganhos Relativos

Uma das dificuldades de um processo multivariável é definir qual variável manipulada deve ser responsável por controlar qual variável controlada.

Para se analisar essa situação utiliza-se a análise de ganhos relativos (RGA)[12]. Essa análise é definida como uma matriz das razões entre os ganhos em malha aberta e malha fechada de um sistema. Para se calcular os ganhos em malha aberta, varia-se cada variável manipulada(R)independentemente deixando todas as outras variáveis constantes. A malha fechada é calculada de forma semelhante variando-se cada variável controlada(Y) independentemente mantendo as demais variáveis constantes.

$$\lambda_{ij} \triangleq \frac{(\delta Y_i / \delta R_j)R}{(\delta Y_i / \delta R_j)Y} = \frac{\text{ganho em malha aberta}}{\text{ganho em malha fechada}}$$
(4.10)

A Equação (4.10) representa cada ganho individual realizando a razão entre a variação da variável manipulada e a variação da variável controlada. Calculado cada ganho individual obtêmse a matriz RGA ( $\Lambda$ ) em si, representada na Equação (4.11).

Essa análise tem algumas propriedades importantes:

• É Normalizada pois a soma dos elementos de cada coluna e cada linha é igual a um.

- Os ganhos relativos são adimensionais e portanto não são afetados por escalas ou escolhas de unidades
- O RGA é uma medida de sensibilidade para incertezas de elementos na matriz de ganhos do sistema. Se o seu valor RGA for grande isso indica que menores mudanças no ganho indicam grandes mudanças no sistema.

Devido ao terceiro item, escolhe-se o maior ganho relativo à uma entrada e saída como sendo as variáveis manipuladas para a respectiva variável controlada.

Outra forma de se calcular o RGA é utilizando o vetor de ganhos K do sistema. Um exemplo dessa abordagem com um sistema com duas entradas e duas saídas:

$$Y_1 = k_{11}R_1 + k_{12}R_2 Y_2 = k_{21}R_1 + k_{22}R_2$$
(4.12)

Utilizando a notação:

$$Y = KR \tag{4.13}$$

Pode-se encontrar a matriz RGA através da Equação (4.14).

$$\Lambda = K \otimes (K^{-1})^T \tag{4.14}$$

Onde  $\otimes$  = multiplicação elemento a elemento da matriz.

#### 4.1.4 Metódos para Análise Comparativa

Para a realização de uma análise comparativa foram utilizados os dois métodos descritos abaixo. O método integral do erro absoluto (IAE) integra o módulo do erro ao longo do tempo, de acordo com a Equação (4.15)

$$IAE = \int |\varepsilon| dt \tag{4.15}$$

O método integral ponderada pelo tempo do erro absoluto (ITAE) integra o módulo do erro multiplicado pelo tempo ao longo do tempo, de acordo com a Equação (4.16).

$$ITAE = \int t|\varepsilon|dt \tag{4.16}$$

# 4.2 Controle dos Tanques Inferiores

# 4.2.1 Objetivo

O objetivo desta seção é implantar um controlador para que os níveis dos tanques inferiores (tanques 1 e 2), permaneçam no regime permanente. Serão utilizadas como variáveis manipuladas

a tensão da Bomba 1 para o controle do nível do tanque 1 e a tensão da Bomba 2 para o controle do nível do tanque 2. Além de controlar os tanques inferiores, também serão tratadas as variáveis de distúrbio, representadas pelas válvulas de entrada dos quatro tanques, para amenizar seus efeitos sobre a resposta esperada do sistema.

### 4.2.2 Identificação do Processo

Estando o modelo não linear no estado estacionário, foi realizado a aproximação do sistema por um modelo de primeira ordem mais atraso no tempo através do teste da resposta degrau descrito na seção 4.1.

Aplicando-se degraus nas variáveis manipuladas pode-se aproximar o sistema para funções de transferência de primeira ordem e através das mesmas realizar o controle por realimentação nos níveis dos tanques 1 e 2 através do método de Skogestad[14].

A Tabela 4.2 mostra os valores encontrados para um degrau na tensão da bomba 1 ( $V_1$ ) a partir do estado estacionário (4V) para 5V no instante igual à 50 segundos. O Gráfico 4.4 demonstra o comportamento dos níveis dos quatro tanques ( $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3 \in h_4$ ) no período em que o degrau é aplicado.

Sinais	Ponto de Operação	Resposta ao Degra
$(V_1, V_2)[V]$	$(4,\!3)$	(5,3)
$h_1[\mathrm{cm}]$	27.88	37.95
$h_2[\mathrm{cm}]$	24.87	31.06
$h_3[{ m cm}]$	10.03	10.03
$h_4[\mathrm{cm}]$	24.87	27.88

Tabela 4.2: Valores em regime permanente dos níveis para variação de  $V_1$  de 4V para 5V

As Equações (4.17), (4.18), (4.19) e (4.20) representam as funções de transferências encontradas para  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  e  $h_4$ , respectivamente, em função de  $V_1$ . Para realizar as aproximações foram utilizadas as Equações (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) e (4.7).

$$\frac{h_1(s)}{V_1(s)} = 10.06 \frac{e^{-8.02s}}{12.71s + 1} \tag{4.17}$$

$$\frac{h_2(s)}{V_1(s)} = 6.19 \frac{e^{-6.57s}}{10.40s + 1} \tag{4.18}$$

$$\frac{h_3(s)}{V_1(s)} = 0 \tag{4.19}$$

$$\frac{h_4(s)}{V_1(s)} = 10.03 \frac{e^{-5.89s}}{9.34s+1} \tag{4.20}$$



Figura 4.4: Respostas dos níveis para aplicação de um degrau de 4V para 5V em  $V_1$  no instante t= 50s

A Tabela 4.3 mostra os valores encontrados para um degrau na tensão da bomba 2  $(V_2)$  a partir estado estacionário (3V) para 4V no instante igual à 50 segundos. O Gráfico 4.5 demonstra o comportamento dos níveis dos quatro tanques no período em que o degrau é aplicado.

Sinais	Ponto de Operação	Resposta ao Degrau
$(V_1, V_2)[V]$	$(4,\!3)$	(4,4)
$h_1[\mathrm{cm}]$	27.88	34.42
$h_2[\mathrm{cm}]$	24.87	34.42
$h_3[{ m cm}]$	10.03	17.84
$h_4[ m cm]$	24.87	17.84

Tabela 4.3: Respostas dos níveis para variação de  $V_2$  de 3V para 4V Sinais — Ponto de Operação — Resposta no Degrau



Figura 4.5: Respostas dos níveis para aplicação de um degrau de 3V para 4V em  $V_2$  no instante t= 50s

Após o sistema entrar em estado estacionário com a aplicação do degrau, pode-se aproximar a dinâmica do sistema em funções de transferência de primeira ordem.

As Equações (4.21), (4.22), (4.23) e (4.24) representam as funções de transferências encontradas para  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  e  $h_4$ , respectivamente, em função de  $V_2$ . Para realizar as aproximações foram utilizadas as Equações (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) e (4.7).

$$\frac{h_1(s)}{V_2(s)} = 6.54 \frac{e^{-7.28s}}{11.53s + 1} \tag{4.21}$$

$$\frac{h_2(s)}{V_2(s)} = 9.55 \frac{e^{-7.28s}}{11.53s + 1} \tag{4.22}$$

$$\frac{h_3(s)}{V_2(s)} = 7.80 \frac{e^{-3.77s}}{5.97s + 1} \tag{4.23}$$

$$\frac{h_4(s)}{V_2(s)} = 0 \tag{4.24}$$

Além das variáveis controladas, as válvulas de entrada dos tanques comportam-se como variáveis de distúrbio. Para descobrir como os níveis dos tanques se comportam quando sofrem esses distúrbios, foram aplicados degraus nas válvulas. Por ser de difícil visualização, as entradas das válvulas serão substituídas pela análise das taxas de fluxo entre as válvulas. Essas taxas são representadas por  $\gamma_1$  para as válvulas de entrada do tanque 1 e 4 e por  $\gamma_2$  para as válvulas de entrada dos tanques 2 e 3. Essa relação está descrita na seção 3 e pode ser vista na Figura 3.1.

A Tabela 4.4 mostra os valores encontrados para um degrau no  $\gamma_1$  a partir do estado estacionário (0.6) para 1 no instante igual à 50 segundos. O Gráfico 4.6 demonstra o comportamento dos níveis dos quatro tanques no período em que o degrau é aplicado.

Tabela 4.4: Respostas dos níveis para variação de  $\gamma_1$  de 0.6 para 1

Sinais	Ponto de Operação	Resposta ao Degrau
$\gamma_1$	0.6	1
$h_1[cm]$	27.88	58.17
$h_2[cm]$	24.87	6.97
$h_3[cm]$	10.03	10.03
$h_4[cm]$	24.87	0

Comparação entre níveis dos tanques 35 h, h2 h<sub>3</sub> 30 h\_ 25 Altura(cm) 20 15 10 0 1000 100 200 300 400 500 600 700 800 900 Tempo(s)

Figura 4.6: Respostas dos níveis para aplicação de um degrau de 0.6 para 1 em  $\gamma_1$ 

Após o sistema entrar em estado estacionário com a aplicação do degrau, a dinâmica do sistema pode ser aproximada em funções de transferência de primeira ordem. Para realizar as aproximações foram utilizadas as Equações (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) e (4.7).

$$\frac{h_1(s)}{\gamma_1(s)} = 30.29 \frac{e^{-12.30s}}{19.48s+1} \tag{4.25}$$

$$\frac{h_2(s)}{\gamma_1(s)} = -17.90 \frac{e^{-1.47s}}{2.33s+1} \tag{4.26}$$

$$\frac{h_3(s)}{\gamma_1(s)} = 0 \tag{4.27}$$

$$\frac{h_4(s)}{\gamma_1(s)} = -17.84\tag{4.28}$$

A Tabela 4.5 mostra os valores encontrados para um degrau em  $\gamma_2$  a partir do estado estacionário (0.6) para 1 no instante igual à 50 segundos. O Gráfico 4.7 demonstra o comportamento dos níveis dos quatro tanques no período em que o degrau é aplicado.

$\operatorname{Sinais}$	Ponto de Operação	Resposta ao Degrau	
$\gamma_2$	0.6	1	
$h_1[cm]$	27.88	12.39	
$h_2[cm]$	24.87	45.52	
$h_3[cm]$	10.03	0	
$h_4[cm]$	24.87	17.84	

Tabela 4.5: Respostas dos níveis para variação de  $\gamma_2$  de 0.6 para 1 Sinais | Ponto de Operação | Resposta ao Degrau



Figura 4.7: Respostas dos níveis para aplicação de um degrau de 0.6 para 1 em  $\gamma_2$ 

Após o sistema entrar em estado estacionário com a aplicação do degrau, a dinâmica do sistema

pode ser aproximada em funções de transferência de primeira ordem. Para realizar as aproximações foram utilizadas as Equações (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) e (4.7).

$$\frac{h_1(s)}{\gamma_2(s)} = -15.49 \frac{e^{-2.62s}}{4.15s+1} \tag{4.29}$$

$$\frac{h_2(s)}{\gamma_2(s)} = 9.55 \frac{e^{-7.28s}}{11.53s + 1} \tag{4.30}$$

$$\frac{h_3(s)}{\gamma_2(s)} = -10.03\tag{4.31}$$

$$G_{h_4\gamma_2}(s) = 0 (4.32)$$

Devido à estratégia de controle adotada, os tanques 1 e 2 também sofrerão influência dos tanques superiores. A saída do tanque 3 impactará no aumento do nível do tanque 1 e o tanque 4 aumentará o nível do tanque 2 com seu fluxo de saída. Aplicando um degrau de 10.03 para 11.03 em  $h_3$ , é visto na Tabela 4.6 em qual altura o nível  $h_1$  estabiliza. O Gráfico 4.8 representa o comportamento de  $h_1$  para este degrau.

Tabela 4.6:	$\operatorname{Resposta}$	do nível h	$_1$ para	aplicação	de um	degrau de	$10.03 \mathrm{cm}$	$\operatorname{para}$	$11.03 \mathrm{cm}$	em /	$h_3$

Sinais	Ponto de Operação	Resposta ao Degrau
$h_3[cm]$	10.03	11.03
$h_1[cm]$	27.88	28.79



Figura 4.8: Resposta do nível  $h_1$  para aplicação de um degrau de 10.03cm para 11.03cm em  $h_3$ 

Analisando a resposta de  $h_2$  para um degrau de 24.87cm para 25.87cm em  $h_4$ , encontra-se os valores descritos na Tabela 4.7. O Gráfico 4.9 exibe esta variação ao longo do tempo até o regime estacionário.

Tabela 4.7: Resposta do nível  $h_2$  para aplicação de um degrau de 24.87cm para 25.87cm em  $h_4$ Sinais | Ponto de Operação Resposta ao Degrau

Sinais	I onto de Operação	Resposta ao Deg
$h_4[cm]$	24.87	25.87
$h_2[cm]$	24.87	25.52



Figura 4.9: Resposta do nível  $h_2$  para aplicação de um degrau de 24.87cm para 25.87cm em  $h_4$ 

Com os valores encontrados, o nível  $h_1$  é aproximado em função de  $h_3$  e o nível  $h_2$  em função de  $h_4$ . As funções de transferência são descritas nas Equações (4.33) e (4.34), respectivamente. Para realizar as aproximações foram utilizadas as Equações (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) e (4.7).

$$\frac{h_1(s)}{h_3(s)} = 0.91 \frac{e^{-6.09s}}{9.64s + 1} \tag{4.33}$$

$$\frac{h_2(s)}{h_4(s)} = -0.65 \frac{e^{-5.39s}}{8.55s+1} \tag{4.34}$$

Uma vez realizada a aproximação da planta para equações de primeira ordem, pode-se elaborar o controle de realimentação dos tanques inferiores.

#### 4.2.3 Controle de Realimentação

Com os valores encontrados na seção 4.2.2, pode-se calcular a matriz RGA para se descobrir qual variável manipulada deve controlar qual tanque. Em regime permanente,  $h_1 = 27.88cm$  e

 $h_2 = 24.87 cm.$ 

Aplicando os valores da Tabela 4.8 na Equação (4.35) e utilizando-se a Equação (4.14), obtevese o resultado da análise RGA.

Tabela 4.8: Aplicação de degrau em  $V_1$  e  $V_2$  partindo do ponto de operação.

Ponto de operação	Degrau	$h_1$	$h_2$
$(V, V_{2}) = (4V, 2V)$	(5V, 3V)	$31.06\mathrm{cm}$	$37.95\mathrm{cm}$
$(v_1, v_2) = (4v, 3v)$	(4V, 4V)	$34.42 \mathrm{cm}$	$34.42\mathrm{cm}$

$$K = \begin{vmatrix} \frac{\Delta h_1}{\Delta V_1} & \frac{\Delta h_1}{\Delta V_2} \\ \frac{\Delta h_2}{\Delta V_1} & \frac{\Delta h_2}{\Delta V_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10.06 & 6.54 \\ 6.19 & 9.55 \end{vmatrix}$$
(4.35)

$$\lambda = \begin{vmatrix} \mathbf{1.72} & -0.72 \\ -0.72 & \mathbf{1.72} \end{vmatrix}$$
(4.36)

O resultado do RGA é visto na Equação (4.36). Portanto, o tanque 1 será controlado pelo sinal de  $V_1$  e o tanque 2 será controlado pelo sinal de  $V_2$ .

Aplicando o método para se achar o controlador de realimentação em Skogestad[14], obteve-se os controladores para  $h_1 \in h_2$ .

$$T_c L C_{V_1} = \theta_1 V_1 * 0.5 = 6.35 \tag{4.37}$$

$$K_c L C_{V_1} = \frac{\tau_1 V_1}{k_1 V_1 * (T_c L C_{V_1} + \theta_1 V_1)} = 0.14$$
(4.38)

$$\tau_I L C_{V_1} = \min(\tau_1 V_1, (4 * (T_c L C_{V_1} + \theta_1 V_1))) = 12.71$$
(4.39)

Onde  $T_c LC_{V_1}$  é uma variável de ajuste, definida como metade do atraso da função de transferência representada na Equação (4.17),  $K_c LC_{V_1}$  é o ganho do controlador e  $\tau_I LC_{V_1}$  é a constante de tempo do controlador.

$$LC1_{V_1} = \frac{K_c LC_{V_1} * (\tau_I LC_{V_1} * s + 1))}{(\tau_I LC_{V_1} * s)} = \frac{0.14(12.71s + 1)}{12.71s}$$
(4.40)

A Equação (4.40) representa a função de transferência do controlador PI encontrado para se controlar o nível do tanque 1. Nomeado  $LC1_{V_1}$  (Level Controler em função de  $V_1$ ).

$$T_c L C_{V_2} = \theta_2 V_2 * 0.5 = 5.76 \tag{4.41}$$

$$K_c L C_{V_2} = \frac{\tau_2 V_2}{k_2 V_2 * (T_c L C_{V_2} + \theta_2 V_2)} = 0.13$$
(4.42)

$$\tau_I L C_{V_2} = \min(\tau_2 V_2, (4 * (T_c L C_{V_2} + \theta_2 V_2))) = 11.53$$
(4.43)

Onde  $T_cLC_{V_2}$  é uma variável de ajuste, definida como metade do atraso da função de transferência representada na Equação (4.22),  $K_cLC_{V_2}$  é o ganho do controlador e  $\tau_ILC_{V_2}$  é a constante de tempo do controlador.

$$LC2_{V_2} = \frac{K_c LC_{V_2} * (\tau_I LC_{V_2} * s + 1))}{(\tau_I LC_{V_2} * s)} = \frac{0.13(11.53s + 1)}{11.53s}$$
(4.44)

A Equação (4.44) representa a função de transferência do controlador PI encontrado para se controlar o nível do tanque 2. Nomeado  $LC2_{V_2}$  (Level Controler em função de  $V_2$ ).

Após o desenvolvimento dos controladores, os mesmos foram adicionados ao modelo não linear. O sistema com a adição dos controladores pode ser visto na Figura 4.10, em que LC representa o controlado de realimentação, e a implementação no Simulink pode ser vista na Figura 4.11.



Figura 4.10: Esquemático da planta com o controle por realimentação nos níveis inferiores



Figura 4.11: Esquemático em Simulink da planta com o controle por realimentação nos níveis inferiores



Figura 4.12: Resposta dos níveis e sinais de controle da planta para variação em h1 de 27.88cm para 37.88cm.

A Figura 4.12 demonstra a resposta dos níveis e sinais de controle à um degrau de 27.88cm para 37.88cm o nível do tanque 1 no instante igual a 50 segundos. O sistema atinge 63.2% da resposta em aproximadamente 16s. Essa diferença para  $T_CLCV1 = 6.35$  deve-se as interferências dos outros tanques que afetam o desempenho do controlador e ao fato da amplitude do degrau ser muito grande e demorar mais para atingir este estado. Os distúrbios provocados pelo degrau em  $h_1$  causam perturbações visíveis no  $h_2$ . O controlador trabalha em uma faixa satisfatória visto que o sinal de tensão das bombas foi teorizado entre 0-10V e sua faixa de operação está entre 5 e 2.5V, longe de sofrer saturação. O sobressinal do sistema é de aproximadamente 3%, uma resposta satisfatória. Todos os sinais de controle estão em escala relativa, adicionando-se o valor de  $V_1$  e  $V_2$ no estado estacionário para o funcionamento das bombas.



Figura 4.13: Resposta dos níveis e controles da planta para variação de h2 de 24.87cm para 25.87cm.

A Figura 4.13 expõe a resposta dos níveis e sinais de controles à um degrau de 24.87cm para 25.87cm no nível do tanque 2 no instante igual a 50 segundos. O sistema atinge 63.2% da resposta também em aproximadamente 16s. Essa diferença para  $T_{C}LCV2 = 5.76s$  deve-se as interferências dos outros tanques que afetam o desempenho do controlador e ao fato da amplitude do degrau ser muito grande e demorar mais para atingir este estado. Os distúrbios provocados pelo degrau em  $h_2$  também causam perturbações visíveis no  $h_1$ . O controlador trabalha em uma faixa satisfatória visto que o sinal de tensão das bombas foi teorizado entre 0-10V e sua faixa de operação está entre 6 e 1.5V, longe de sofrer saturação. O sobressinal do sistema é de aproximadamente 3%, uma resposta satisfatória.



Figura 4.14: Resposta dos níveis e controles da planta para variação em  $\gamma_1$  de 0.6 para 0.7.

A Figura 4.14 mostra a resposta dos níveis e controladores à um degrau de 0.6 para 0.7 no  $\gamma_1$ no instante igual a 50 segundos. As perturbações geradas pelo degrau de  $\gamma_1$  causam uma grande variação em  $h_1$  e  $h_2$ , causando um erro de até +1.45cm em  $h_1$  e -1.23cm em  $h_2$  perdurando por volta de 130 segundos. O controle exibe um comportamento satisfatório, visto que não ultrapassa a faixa de saturação.



Figura 4.15: Resposta dos níveis e controles da planta para variação em  $\gamma_2$  de 0.6 para 0.7.

A Figura 4.15 exibe a resposta dos níveis e controladores à um degrau de 0.6 para 0.7 no  $\gamma_2$ no instante igual a 50 segundos. As perturbações geradas pelo degrau de  $\gamma_2$  causam uma grande variação em  $h_1$  e  $h_2$ , causando um erro de até -1.1cm em  $h_1$  e +1.21cm em  $h_2$  perdurando por volta de 130 segundos. O controle exibe um comportamento satisfatório, visto que não ultrapassa a faixa de saturação.

#### 4.2.4 Controle de Alimentação

Para melhorar a resposta do sistema, serão implementados controles antecipatórios nas variáveis de distúrbio, visto que conhecemos todas as funções de transferências dos distúrbios é viável o projeto de controladores para cada variável de distúrbio. Foram implementados, controles de alimentação para identificar variações nas válvulas de entrada dos tanques e para as saídas dos tanques superiores.

As Equações (4.45), (4.46), (4.47) e (4.48) mostram as funções de transferências encontradas para os controladores de alimentação. Foram implementados dois controladores de alimentação para as válvulas de entrada dos tanques e dois controladores de alimentação para as saídas dos tanques superiores,  $FFC_{\gamma_1}$  para as amenizar o distúrbio das válvulas de entrada dos tanques 1 e 4,  $FFC_{\gamma_2}$  para suavizar o distúrbio das válvulas de entrada dos tanques 2 e 3,  $FFC_{h_3}$  para atenuar o distúrbio da saída do tanque 3 e  $FFC_{h_4}$  para amenizar o distúrbio da saída do tanque 4. Para o cálculo foram utilizadas  $H_d = 1$  para todos os distúrbios, visto que na simulação não há uma dinâmica de sensores envolvida.

Utilizando a Equação (4.9) e as aproximações em funções de transferência de primeira ordem

para o sistema, para cada variável encontramos:

$$FFC_{\gamma_1} = \frac{G_d(\gamma_1)}{H_d(\gamma_1) * G_M} = \frac{K_1 \gamma_1 / (\tau_1 \gamma_1 s + 1)}{1 * K_1 V_1 / (\tau_1 V_1 s + 1)} = -\frac{385.17s + 30.29}{98.12s + 10.06}$$
(4.45)

$$FFC_{\gamma_2} = \frac{G_d(\gamma_2)}{H_d(\gamma_2) * G_M} = \frac{K_2 \gamma_2 / (\tau_2 \gamma_2 s + 1)}{1 * K_2 V_2 / (\tau_2 V_2 s + 1)} = -\frac{238.20s + 20.65}{72.84s + 9.55}$$
(4.46)

$$FFC_{h_3} = \frac{G_d(h_3)}{H_d(h_3) * G_M} = \frac{K_1 h_3 / (\tau_1 h_3 s + 1)}{1 * K_1 V_1 / (\tau_1 V_1 s + 1)} = -\frac{11.58s + 0.91}{97.13s + 10.06}$$
(4.47)

$$FFC_{h_4} = \frac{G_d(h_4)}{H_d(h_4) * G_M} = \frac{K_2 h_4 / (\tau_2 h_4 s + 1)}{1 * K_2 V_2 / (\tau_2 V_2 s + 1)} = -\frac{7.50s + 0.65}{81.68s + 9.55}$$
(4.48)



Figura 4.16: Esquemático da planta com o controle de realimentação <br/>e alimentação dos níveis inferiores  $% \left( {{{\rm{c}}} {{\rm{c}}} {{\rm{$ 



Figura 4.17: Esquemático em Simulink da planta com o controle de realimentação e alimentação dos níveis inferiores

A Figura 4.16 representa o sistema com adição dos controladores, em que LC representa o controle de realimentação e FC o controle de alimentação, e a Figura 4.17 representa o esquemático, feito em Simulink, da planta com os níveis inferiores controlados pelo controle de realimentação adicionando-se o controle de alimentação.



(c) Sinais de Controles de Alimentação das Válvulas

(d) Sinais de Controles de Alimentação dos Níveis

Figura 4.18: Resposta dos níveis e sinais de controle da planta para variação em h1 de 27.88cm para 37.88cm.

A Figura 4.18 demonstra a resposta dos níveis e sinais de controle à um degrau de 27.88cm para 37.88cm o nível do tanque 1 no instante igual a 50 segundos.



(c) Sinais de Controles de Alimentação das Válvulas (d) Sinais de Controles de Alimentação dos Níveis

Figura 4.19: Resposta dos níveis e sinais de controle da planta para variação em h2 de 24.87cm para 34.87cm.

A Figura 4.19 demonstra a resposta dos níveis e sinais de controle à um degrau de 24.87cm para 34.87cm o nível do tanque 2 no instante igual a 50 segundos.



(c) Sinais de Controles de Alimentação das Válvulas

(d) Sinais de Controles de Alimentação dos Níveis

Figura 4.20: Resposta dos níveis e sinais de controle da planta para variação em  $\gamma_1$  de 0.6 para 0.7.

A Figura 4.20 exibe a resposta dos níveis e controladores à um degrau de 0.6 para 0.7 no  $\gamma_1$  no instante igual a 50 segundos.



(c) Sinais de Controles de Alimentação das Válvulas (d) Sinais de Controles de Alimentação dos Níveis

Figura 4.21: Resposta dos níveis e sinais de controle da planta para variação em  $\gamma_2$  0.6 para 0.7.

A Figura 4.21 exibe a resposta dos níveis e controladores à um degrau de 0.6 para 0.7 no  $\gamma_2$  no instante igual a 50 segundos.

# 4.2.5 Análise dos Resultados

A seguir, foram demonstradas algumas situações em que se variam as referências e distúrbios para o sistema sem o controle de alimentação. As Figuras 4.22 e 4.23 representam os níveis dos tanques e os sinais dos controladores para as variações dos sinais de referência dos níveis  $h_1 e h_2$ e dos distúrbios  $\gamma_1 e \gamma_2$  em tempos diferentes e no mesmo tempo, respectivamente. A variação em tempos diferentes é realizada em quatro instantes de tempo com intervalos de 200 segundos, partindo do instante igual à 50 segundos. As variações no mesmo tempo são realizadas no instante igual a 50 segundos. As referências variadas são  $h_1$  de 27.88 cm para 37.88 cm e  $h_2$  de 24.87 cm para 34.87 cm e os distúrbios variados são  $\gamma_1$  de 0.6 para 0.7 e  $\gamma_2$  de 0.6 para 0.7, respectivamente.



(a) Níveis

(b) Sinais dos Controles de Realimentação

Figura 4.22: Resposta dos níveis e controles da planta para variação dos sinais de controle e distúrbios em tempos diferentes.



Figura 4.23: Resposta dos níveis e controles da planta para variação dos sinais de controle e distúrbios ao mesmo tempo.

Analisando os gráficos acima, vemos que os níveis da Figura 4.22(a) não estabilizam completamente antes da ocorrência da próxima perturbação. Ainda que isso ocorra o sistema não se torna instável e consegue manter o controle dos níveis inferiores. Nota-se que as perturbações nas variáveis de distúrbio influenciam muito os níveis controlados. A resposta para perturbações ao mesmo tempo mostrada na Figura 4.23(a) é satisfatória e o sistema estabiliza em aproximadamente 70 segundos após a aplicação dos degraus.

As mesmas variações são feitas para o sistema com o controle de alimentação nas Figuras 4.25 e 4.24.



(c) Sinais de Controles de Alimentação das Válvulas

(d) Sinais de Controles de Alimentação dos Níveis

Figura 4.24: Resposta dos níveis e controles da planta para variação dos sinais de controle e distúrbios em tempos diferentes.



(c) Sinais de Controles de Alimentação das Válvulas

(d) Sinais de Controles de Alimentação dos Níveis

Figura 4.25: Resposta dos níveis e controles da planta para variação dos sinais de controle e distúrbios ao mesmo tempo.

Analisando os gráficos acima, vemos que os níveis da Figura 4.24(a) estabilizam completamente antes da ocorrência da próxima perturbação. Nota-se que as perturbações nas variáveis de distúrbio foram amenizadas e o tempo de assentamento foi reduzido. A resposta para perturbações ao mesmo tempo mostrada na Figura 4.23(a) é satisfatória e o sistema reduziu a oscilação, mantendo a estabilização em aproximadamente 70 segundos.

Em seguida foi realizada uma análise comparativa entre a planta sem o controle de alimentação e com o controle de alimentação.



(a) Variando  $h_1$  de 27.8842 cm para 37.8842 cm



(b) Variando  $h_2$  de 24.8720cm para 34.8720cm



(c) Variando  $\gamma_1$  de 0.6 para 0.7

(d) Variando  $\gamma_2$  de 0.6 para 0.7

Figura 4.26: Comparação entre níveis com contrôle de alimentação e sem controle de alimentação.



(a) Variando os sinais de controle e distúrbios ao mesmo tempo



(b) Variando os sinais de controle e distúrbios em tempos diferentes

Figura 4.27: Comparação entre níveis com controle de alimentação e sem controle de alimentação.

A Figura 4.26 mostra a comparação entre a resposta dos níveis da planta para as variações descritas acima nas entradas  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $\gamma_1 \in \gamma_2$ . A linha tracejada representa a resposta somente com o controle de realimentação e a linha contínua representa a resposta dos níveis com o controle de realimentação e o controle de alimentação. Compara-se a variação de cada referência independente  $h_1 \text{ em (a)}, h_2 \text{ em (b)}, \gamma_1 \text{ em (c)} \in \gamma_2 \text{ em (d)}$ . A Figura 4.27 mostra a mesma comparação para a variação destes sinais ao mesmo tempo (a) e variação destes sinais em tempos diferentes (b).

Analisando os gráficos, temos que no Gráfico 4.26(a) com a adição do controle de alimentação a perturbação de  $h_1$  em  $h_2$  foi reduzida a quase zero, enquanto o sistema exibe um comportamento semelhante e com uma oscilação menor. No Gráfico 4.26(b) também notamos uma melhora na perturbação da variação de  $h_2$  em  $h_1$  e uma menor oscilação do sistema com a adição desse controle. Os Gráficos 4.26(c) e 4.26(d) apresentam uma variação muito menor para os distúrbios com o controle de alimentação. Para a variação dos sinais ao mesmo tempo 4.26(e) o sistema com controle de alimentação apresentou menor oscilação que o sistema sem o controle de alimentação. No último Gráfico 4.26(e) tem-se uma melhor visualização do impacto do uso do controle de alimentação, pois o sistema sem o controle de alimentação mal se estabiliza antes da próxima variação, enquanto o sistema com o controle de alimentação estabiliza no intervalo estipulado de 200 segundos para cada variação.

Fazendo-se uma análise comparativa utilizando os métodos IAE e ITAE para um intervalo de 1000 segundos aplicando primeiramente um degrau no sinal de referência manipulado e após aplicando-se distúrbios, obteve-se as tabelas 4.9 e 4.10 para  $h_1$  e  $h_2$  respectivamente.

		P		
b.	I	AE	IT	AE
	Degrau	Distúrbio	Degrau	Distúrbio
Sem Alimentação	$5604,\!65$	$3147,\!10$	$5,60.10^{6}$	$3, 14.10^{6}$
Com Alimentação	$1135,\!51$	$170,\!51$	$1, 13.10^{6}$	$1,70.10^5$

Tabela 4.9: Análise quantitativa para o nível do Tanque 1

Tabela 4.10: Análise quantitativa para o nível do Tanque 2

ha	I.	AE	IT	AE
$n_2$	Degrau	Distúrbio	Degrau	Distúrbio
Sem Alimentação	$4306,\!57$	$2601,\!73$	$4,30.10^{6}$	$2,60.10^{6}$
Com Alimentação	$916,\!58$	114,90	$9,16.10^5$	$1, 15.10^5$

Conclui-se que a adição do controle de alimentação foi importante para a redução da perda de estabilidade causada pela realização do controle descentralizado, uma vez que trata-se o sistema como múltiplas saídas monovariáveis ao invés de se tratar todas as saídas em conjunto.

# 4.3 Controle dos Quatro Tanques

#### 4.3.1 Objetivos

O objetivo desta seção é implantar um controlador para que todos os níveis dos tanques do sistema permaneçam no regime permanente, de acordo com o ponto de operação escolhido. Serão utilizadas como variáveis manipuladas a tensão da Bomba  $1(V_1)$ , a tensão da Bomba  $2(V_2)$  e as válvulas de entrada de cada tanque $(\gamma_1 \in \gamma_2)$ . A análise de ganhos relativos determinará qual variável manipulada irá ser responsável pelo controle de qual nível.

## 4.3.2 Descrição

Partindo do ponto de operação da planta não linear mostrado em (4.49).

$$\begin{cases}
V_1 = 4V \\
V_2 = 3V \\
\gamma_1 = 0.6 \\
\gamma_2 = 0.6 \\
h_1 = 27.88cm \\
h_2 = 24.87cm \\
h_3 = 10.03cm \\
h_4 = 17.84cm
\end{cases}$$
(4.49)

Foram aplicados degraus nas variáveis de controle. Os resultados estão descritos na Tabela 4.11.

Ponto de operação	$\operatorname{Degrau}$	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$
	(5V, 3V, 0.6, 0.6)	$31.06\mathrm{cm}$	$37.95\mathrm{cm}$	$22.58\mathrm{cm}$	$62.73\mathrm{cm}$
$(\mathbf{V}, \mathbf{V}, \mathbf{v}, \mathbf{v}) = (\mathbf{A}\mathbf{V}, 2\mathbf{V}, 0, 6, 0, 6)$	(4V, 4V, 0.6, 0.6)	$34.42 \mathrm{cm}$	$34.42 \mathrm{cm}$	$40.15 \mathrm{cm}$	$40.15 \mathrm{cm}$
$(v_1, v_2, \gamma_1, \gamma_2) = (4v, 3v, 0.0, 0.0)$	(4V, 3V, 0.7, 0.6)	$53.78\mathrm{cm}$	$8.60\mathrm{cm}$	$22.58\mathrm{cm}$	4.46cm
	(4V, 3V, 0.6, 0.7)	$10.41 \mathrm{cm}$	$49.57\mathrm{cm}$	$2.50\mathrm{cm}$	$40.15 \mathrm{cm}$

Tabela 4.11: Valores no estado estacionário após aplicação de degrau.

A análise de ganhos relativos desses resultados retornou os valores descritos na Equação (4.50). A partir desse resultado, conclui-se qual nível será controlado por qual variável manipulada. O nível do tanque 1 será controlado pela variação da tensão da bomba 1, o nível do tanque 2 será controlado pela variação da tensão da bomba 2, o nível do tanque 3 será controlado pela variação do  $\gamma_1$  e o nível do tanque 3 será controlado pela variação do  $\gamma_2$ .

		$V_1$	$\gamma_1$	$V_2$	$\gamma_2$
	$h_1$	0.54	0.45	0.01	-0.02
$\Lambda =$	$h_2$	0.02	-0.02	0.54	0.46
	$h_3$	0	0	0.44	0.55
	$h_4$	0.42	0.57	0	0

Como o  $h_1$  e  $h_2$  continuam sendo controlados pelas mesmas variáveis  $V_1$  e  $V_2$  e a dinâmica do sistema não muda, os controladores desses níveis serão os mesmos que foram utilizados para se controlar somente os tanques inferiores. As Equações (4.40) e (4.44) serão as funções de transferência dos controladores do nível do tanque 1 ( $LC1_{V1}$ ) e do nível do tanque 2 ( $LC2_{V2}$ ).

Para se calcular a função de transferência dos controladores dos tanques superiores, utilizamos a mesma técnica utilizada para se controlar os tanques inferiores, sendo assim,  $LC3_{\gamma_1}$  será a função de transferência do controlador do nível do tanque 3 e  $LC4_{\gamma_2}$  será a função de transferência do controlador do nível do tanque 4:

$$T_c L C_{\gamma_1} = \theta_3 \gamma_1 * 0.5 = 1.68 \tag{4.51}$$

$$K_c L C_{\gamma_1} = \frac{\tau_3 \gamma_1}{k_3 \gamma_1 * (T_c L C_{\gamma_1} + \theta_3 \gamma_1)} = -0.13$$
(4.52)

$$\tau_I L C_{\gamma_1} = \min(\tau_3 \gamma_1, (4 * (T_c L C_{\gamma_1} + \theta_3 \gamma_1))) = 3.36$$
(4.53)

Onde  $T_c LC_{\gamma_1}$  é uma variável de ajuste, definida como metade do atraso da função de transferência representada na Equação (4.27),  $K_c LC_{\gamma_1}$  é o ganho do controlador e  $\tau_I LC_{\gamma_1}$  é a constante de tempo do controlador.

$$LC3_{\gamma_1} = \frac{K_c LC_{\gamma_1} * (\tau_I LC_{\gamma_1} * s + 1))}{(\tau_I LC_{\gamma_1} * s)} = \frac{-0.13(3.36s + 1)}{3.36s}$$
(4.54)

A Equação (4.54) representa a função de transferência do controlador PI encontrado para se controlar o nível do tanque 1. Nomeado  $LC3_{\gamma_1}$  (Level Controler em função de  $\gamma_1$ ).

$$T_c L C_{\gamma_2} = \theta_4 \gamma_2 * 0.5 = 0.94 \tag{4.55}$$

$$K_c L C_{\gamma_2} = \frac{\tau_4 \gamma_2}{k_4 \gamma_2 * (T_c L C_{\gamma_2} + \theta_4 \gamma_2)} = -0.24$$
(4.56)

$$\tau_I L C_{\gamma_2} = min(\tau_4 \gamma_2, (4 * (T_c L C_{\gamma_2} + \theta_4 \gamma_2))) = 1.89$$
(4.57)

Onde  $T_c LC_{\gamma_2}$  é uma variável de ajuste, definida como metade do atraso da função de transferência representada na Equação (4.32),  $K_c LC_{\gamma_2}$  é o ganho do controlador e  $\tau_I LC_{\gamma_2}$  é a constante de tempo do controlador.

$$LC4_{\gamma_2} = \frac{K_c LC_{\gamma_2} * (\tau_I LC_{\gamma_2} * s + 1))}{(\tau_I LC_{\gamma_2} * s)} = \frac{-0.24(1.89s + 1)}{1.89s}$$
(4.58)

A Equação (4.58) representa a função de transferência do controlador PI encontrado para se controlar o nível do tanque 2. Nomeado  $LC2_{\gamma_2}$  (*Level Controler* em função de  $\gamma_2$ ). O sinal de saída dos controladores da válvula se comportam de acordo com o gráfico 3.1.

Para este arranjo com quatro controladores de realimentação, foi feito o esquemático do controle dos quatro níveis representado na Figura 4.28, em que LC representa o controle de realimentação, e o esquemático do sistema no Simulink é representado na Figura 4.29.



Figura 4.28: Esquemático da planta com o controle dos quatro níveis



Figura 4.29: Esquemático em Simulink da planta com o controle dos quatro níveis



(b) Sinais de Controles de Realimentação das Bombas

Figura 4.30: Resposta dos níveis e controles da planta para variação da referência de  $h_1$  de 27.88cm para 37.88cm.

A Figura 4.30 expõe a resposta dos níveis e controladores à um degrau de 27.88cm para 37.88cm no nível do tanque 1 no instante igual a 50 segundos.





Figura 4.31: Resposta dos níveis e controles da planta para variação da referência de  $h_2$  de 24.87cm para 34.87cm.

A Figura 4.31 demonstra a resposta dos níveis e controladores à um degrau de 24.87cm para 34.87cm no nível do tanque 2 no instante igual a 50 segundos.



(b) Sinais de Controles de Realimentação das Bombas (c) Si

Figura 4.32: Resposta dos níveis e controles da planta para variação da referência de  $h_3$  de 10.03cm para 20.03cm.

A Figura 4.32 mostra a resposta dos níveis e controladores à um degrau de 10.03cm para 20.03cm no nível do tanque 3 no instante igual a 50 segundos.



(b) Sinais de Controles de Realimentação das Bombas (c) Sinais de Controles de Realimentação das Válvulas

Figura 4.33: Resposta dos níveis e controles da planta para variação da referência de  $h_4$  17.84cm para 27.84cm.

A Figura 4.33 exibe a resposta dos níveis e controladores à um degrau de 17.84cm para 27.84cm no nível do tanque 4 no instante igual a 50 segundos.

## 4.3.3 Análise dos Resultados

A seguir, foram demonstradas situações em que os sinais de controle são variados simultaneamente e em tempos diferentes. As Figuras 4.34 e 4.35 representam as saídas do tanque e dos controladores para a variação de todos os sinais de referência em tempos diferentes e ao mesmo tempo, respectivamente. A variação em tempos diferentes é feita em 4 instantes de tempo, com intervalos de 200 segundos entre eles iniciando no instante igual à 50 segundos. A variação feita no mesmo tempo é feita no instante igual a 50 segundos. As referências variadas são  $h_1$  de 27.88cm para 37.88cm,  $h_2$  de 24.87cm para 34.87cm,  $h_3$  de 10.03cm para 20.03cm e  $h_4$  de 17.84cm para 27.84cm.



(b) Sinais de Controles de Realimentação das Bombas

(c) Sinais de Controles de Realimentação das Válvulas

Figura 4.34: Resposta dos níveis e controles da planta para variação de todos os sinais de controle em tempos diferentes.



(b) Sinais de Controles de Realimentação das Bombas

Figura 4.35: Resposta dos níveis e controles da planta para variação de todos os sinais de controle ao mesmo tempo.

Analisando os Gráficos 4.35 e 4.34 tem-se que o sistema responde melhor para o controle dos níveis inferiores do que para os níveis superiores. Por ser um sistema de fase mínima, a variação nos tanques superiores causa um impacto grande nos tanques inferiores. Apesar dos tanques inferiores sofrerem distúrbios muito grandes o sinal consegue ser mantido.
## Capítulo 5

## Conclusão

Neste trabalho foi descrito o processo de automação de uma planta piloto industrial através da descrição de sua estrutura básica, modelagem e a realização do controle de seus níveis, primeiramente dos tanques inferiores e logo após o controle dos níveis dos quatro tanques.

Descreveu-se a planta piloto utilizada como base deste trabalho e todos os seus componentes. A planta didática foi baseada no artigo de Johansson[8]. A partir do estudo desta planta foi realizada a sua modelagem.

A modelagem foi realizada a partir das equações descritas no artigo de Johansson[8]. A partir das equações não lineares criou-se um modelo no Simulink da planta não linear. Optou-se por um ponto de operação em que o sistema ficasse em fase mínima. Foi linearizado o sistema em torno deste ponto e feito um modelo com variáveis de desvio. Comparou-se a resposta simulada em Simulink do modelo não linear com o modelo linearizado em variável de desvio.

Partindo do modelo não linear e utilizando técnicas de controle de realimentação vistas no artigo de Skogestad [14] e de controle de alimentação no livro de Smith[13], foi realizado o controle dos níveis inferiores utilizando as tensões das bombas de alimentação dos tanques como variáveis manipuladas para a realização do controle de realimentação. As válvulas de entrada dos tanques inferiores e o fluxo vindo dos tanques superiores foram tomadas como variáveis de distúrbio e foi realizado um controle de alimentação nelas para se alcançar melhores resultados de controle.

Assumindo as válvulas de entrada dos tanques como variáveis de controle, foi possível realizar o controle dos quatro tanques utilizando a mesma técnica do artigo de Skogestad[14]. Para se descobrir qual variável manipulada deveria controlar qual nível, utilizou-se a análise de ganhos relativos (RGA), descrita no livro de Seborg [12]. Com o resultado desta análise foi viabilizada a implantação do controle dos quatro níveis.

Os passos seguintes seriam a implementação deste controle na bancada didática, a adequação do mesmo para a planta real e a obtenção dos resultados para os controles implantados neste trabalho. Não foi possível realizar esses últimos passos pelo atraso na entrega e instalação da planta, o que inviabilizou a sua utilização para tais fins. Dessa forma, todas as etapas foram implementadas em ambiente de simulação. Este trabalho, por fim, obteve resultados teóricos e simulados da automação de uma bancada didática de quatro tanques comunicantes. Realizou-se o controle dos níveis dos tanques inferiores e também do nível de todos os tanques. Os objetivos do trabalho foram cumpridos parcialmente, apesar de não ter sido possível a implantação real do sistema simulado, pode-se realizar o estudo e simulação de técnicas de controle amplamente encontradas em sistemas de controle de processos.

Para os trabalhos futuros, recomenda-se:

- Obtenção da dinâmica real das válvulas;
- A partir da dinâmica das válvulas, a substituição da utilização do  $\gamma$  pela dinâmica do motor de passo;
- Substituição das tensões das bombas como variáveis manipuladas para inversores de frequência;
- Realizar a sintonia do controlador para os testes realizados empiricamente na planta didática;
- Propor nova lei de controle para a operação do sistema também em fase não mínima;
- Avaliar opções de controladores que apresentem desempenho superior ao realizado neste trabalho.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. Sistemas de Controle Moderno. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2001. (8. ed.).
- [2] MORAES, C. C.; CASTRUCCI, P. B. L. Engenharia de Automação Industrial. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2007. (2. ed.).
- [3] ASTRÖM, K. J.; HäGGLUND, T. The future of pid control. Control Engineering Practice, Elsevier, v. 9, n. 11, p. 1163–1175, November 2001.
- [4] DESBOROUGH, L.; NORDH, P.; MILLER, R. Control system process out of control. Industrial Computing, p. 52–55, August 2001.
- [5] BARBOSA, N. A. Implementação e Controle de Uma Planta Didática Multivariável com Tanques Acoplados. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2004.
- [6] ALAVI, S. M. M.; HAYES, M. J. Quantitative feedback design for a benchmark quadruple-tank process. IEEE Computer Society, 2006.
- [7] FONSECA, D. G. V. Modelagem e Controle Adaptativo de uma Planta Didática de Nível com Instrumentação Industrial. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012.
- [8] JOHANSSON, K. H. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 8, n. 3, p. 456–465, May 2000.
- [9] ROSINOVA, D.; KOZáKOVá, A. Decentralized robust control of mimo systems: Quadruple tank case study. In: Advances in Control Education. [S.l.: s.n.], 2012. v. 9, n. 1, p. 72–77.
- [10] ROINILA, T.; JAATINEM, A.; K.VILKKO, M. Corrected mathematical model of quadruple tank process. In: PROCEEDINGS OF THE 17TH IFAC WORLD CONGRESS. COEX, Korea, South: International Federation of Automatic Control, 2008. p. 11678–11683.
- [11] RUSLI, E.; ANG, S.; BRAATZ, R. D. A quadruple-tank process control experiment. Chemical Engineering Education, v. 38, n. 3, p. 174–187, 2004.

- [12] SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. A. Process Dynamics and Control. [S.1.]: John Wiley & Sons, Inc., 2004. (Second Edition).
- [13] SMITH, C. A.; CORRIPIO, A. B. Principles and Practice of Automatic Process Control. [S.1.]: John Wiley & Sons, Inc., 1997. (Second Edition).
- [14] SKOGESTAD, S. Simple analytic rules for model reduction and pid controller tuning. Journal of Process Control, v. 13, p. 291–309, 2003.