



TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**PROJETO E CONTROLE DE PROCESSO DE
MISTURA**

Paulo Eduardo Freitas de Souza

Brasília, Dezembro de 2015

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E
AUTOMAÇÃO**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**PROJETO E CONTROLE DE PROCESSO DE
MISTURA**

Paulo Eduardo Freitas de Souza

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro de Controle e Automação.

Banca Examinadora

Prof. Eduardo Stockler Tognetti, UnB/ ENE
(Orientador)

Prof. Henrique Cezar Ferreira, UnB/ ENE

Prof. Lélío Ribeiro Soares Júnior, UnB/ENE

Brasília, Dezembro de 2015

FICHA CATALOGRÁFICA

SOUZA, PAULO EDUARDO FREITAS DE

Projeto e Controle de Processo de Mistura ,

[Distrito Federal] 2015.

xvii, 57p., 297 mm (FT/UnB, Engenheiro, Controle e Automação, 2015). Trabalho de Graduação – Universidade de Brasília.Faculdade de Tecnologia.

1.Controle de processos

2.Processos de mistura

3.Controle avançado multi-malhas

4.Indicadores de desempenho

I. Mecatrônica/FT/UnB

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SOUZA, P. E. F. DE, (2015). Projeto e Controle de Processo de Mistura. Trabalho de Graduação em Engenharia de Controle e Automação, Publicação FT.TG-nº 019/2015 , Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 57p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Paulo Eduardo Freitas de Souza.

TÍTULO DO TRABALHO DE GRADUAÇÃO: Projeto e Controle de Processo de Mistura.

GRAU: Engenheiro

ANO: 2015

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias deste Trabalho de Graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desse Trabalho de Graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Paulo Eduardo Freitas de Souza
Faculdade de Tecnologia - FT
Universidade de Brasília (UnB)
Campus Darcy Ribeiro
CEP 70919-970 – Brasília – DF - Brasil

AGRADECIMENTOS

Primeiramente e acima de tudo, agradeço a Deus pela força e pela luz a mim dadas em todos os momentos ao longo de minha vida e da minha jornada acadêmica.

Agradeço a minha família, em especial a minha mãe Celimar e a meu pai Paulo, por sempre estarem do meu lado, mostrando-me o caminho para ser o homem que sou hoje. Agradeço aos meus irmãos Isabela e Tiago, por sempre me darem alegria e conforto, mesmo morando assim longe.

Agradeço em especial também a meu tio Bosco, que me acolheu em sua casa quando vim para Brasília e me tratou como seu próprio filho. Agradeço a minha prima Stéfanyie (é assim que se escreve prima?) por ter me tomado como irmão mais novo e atentado. Agradeço aqui também a meu padrinho Zezão por todo o apoio dado quando fui para Goiânia para terminar meu Ensino Médio.

Agradeço a meu orientador, professor Eduardo, pelo excelente acompanhamento, atenção e cordialidade ao longo do desenvolvimento desse projeto.

Agradeço aos meus colegas de curso da Mecatrônica, por todos aqueles sempre presentes no CA, sempre arrancando boas risadas de mim e também aos meu queridos colegas da turma 25.

Pro fim, agradeço a meus amigos Alex(o Show Man), Helton (o Rei do Maranhão) e Gabrizão por todos esses anos ao meu lado, tanto aqui no Brasil como na Holanda. Irmãos que a faculdade colocou em minha vida.

Paulo Eduardo Freitas de Souza.

*Auch auf den wellen wird gefochten
Wo fisch und fleisch zur see geflochten
Der eine sticht die lanz' l'm heer
Der andere wirft sie in das meer*

Till Lindemann

RESUMO

Este trabalho lida com o problema de controle de processos envolvendo mistura de soluções. É apresentada a modelagem matemática de um processo didático de mistura de água com temperaturas diferentes em que se deseja controlar o nível e a temperatura em um tanque. O processo pode ser construído para fins didáticos, devido a sua baixa complexidade, mas permite o estudo de estratégias de controle tipicamente utilizadas em plantas industriais. São apresentadas quatro estratégias de controle para o problema, sendo uma monovariável e três multi-malhas. Os modelos utilizados foram implementados em ambiente computacional para avaliação das estratégias de controle.

Palavras Chave: controle de processos, processos de mistura, controle avançado multi-malhas, indicadores de desempenho.

ABSTRACT

This paper deals with the problem of process control involving mixing solutions. The mathematical modeling of a didactic process water mixture is presented with different temperatures in which it is required to control the level and temperature in a tank. The process can be constructed for teaching purposes because of their low complexity but allows the study of control strategies typically used in industrial plants. Four control strategies for the problem are displayed, to be one univariate and three multi-meshes. The models used were implemented in computational environment for evaluation of control strategies.

Keywords: process control, mixing processes, multiloop advanced control, performance indicators.

SUMÁRIO

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	iii
CESSÃO DE DIREITOS	III
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	2
1.2 ESTRUTURA DO TEXTO	2
CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	3
2.1 PRINCÍPIO DE BERNOULLI	4
2.2 TEOREMA DE TORRICELLI.....	5
2.3 PRINCÍPIO DO BALANÇO DE MASSA E ENERGIA	5
2.4 CONTROLADORES PID	5
2.5 FÓRMULA HALF-RULE DE SKOGESTAD	6
2.5.1 APROXIMAÇÃO DE SKOGESTAD	7
2.6 CONTROLE EM CASCATA.....	7
2.7 CONTROLE MIMO	9
2.7.1 RGA – MATRIZ DE GANHOS RELATIVOS	10
2.8 INDICADORES DE DESEMPENHO.....	12
2.8.1 INTEGRAL DO QUADRADO DO ERRO (ISE)	12
2.8.2 INTEGRAL DO ERRO ABSOLUTO (IAE).....	13
2.8.3 INTEGRAL PONDERADA PELO TEMPO DO ERRO ABSOLUTO (ITAE)	13
CAPÍTULO 3 - CARACTERIZAÇÃO DO PROCESSO DE MISTURA	14
3.1 DESCRIÇÃO DO PROCESSO	14
3.2 DIMENSIONAMENTO DO PROCESSO	15
3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	16
3.4 ANÁLISE EM REGIME ESTACIONÁRIO.....	18
3.4.1 UNIDADE DE AQUECIMENTO	18
3.4.2 TANQUE 1.....	19
3.4.3 TANQUE 2.....	19
3.5 LINEARIZAÇÃO	20
CAPÍTULO 4 - ESTRATÉGIAS DE CONTROLE	23
4.1 CONTROLE SIMPLES	25
4.1.1 PROJETO E SINTONIA DA ESTRUTURA DE CONTROLE	25
4.1.2 SIMULAÇÕES E GRÁFICOS	27
4.2 CONTROLE EM CASCATA.....	29
4.2.1 PROJETO E SINTONIA DA ESTRUTURA DE CONTROLE	29
4.2.2 SIMULAÇÕES E GRÁFICOS	31
4.3 CONTROLE CRUZADO.....	33
4.3.1 PROJETO E SINTONIA DA ESTRUTURA DE CONTROLE	33
4.3.2 SIMULAÇÕES E GRÁFICOS	35
4.4 CONTROLE VIA ANÁLISE RGA	37
4.4.1 PROJETO E SINTONIA DA ESTRUTURA DE CONTROLE	37
4.4.2 SIMULAÇÕES E GRÁFICOS	39
CAPÍTULO 5 – ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS	42
5.1 ANÁLISE GRÁFICA.....	42
5.2 ANÁLISE QUANTITATIVA	45
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÃO.....	47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	48
ANEXOS.....	50

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: LINHA DE CORRENTE DE UM LÍQUIDO.....	4
FIGURA 2 : MODELO DE APROXIMAÇÃO DE SISTEMAS PROPOSTO POR SKOGESTAD.....	7
FIGURA 3: PLANTA DE AQUECIMENTO E MISTURA COM FORNAÇA.....	8
FIGURA 4 : PLANTA DE AQUECIMENTO COM CONTROLE EM CASCATA IMPLEMENTADO.....	9
FIGURA 5: REPRESENTAÇÃO DE SISTEMA DE MISTURA DE GASOLINA.....	10
FIGURA 6: SISTEMA DE MISTURA E AQUECIMENTO PROPOSTO.....	14
FIGURA 7: REPRESENTAÇÃO DA UNIDADE DE AQUECIMENTO.....	21
FIGURA 8: REPRESENTAÇÃO DO TANQUE 1.....	21
FIGURA 9: REPRESENTAÇÃO DO TANQUE 2.....	21
FIGURA 10: IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLE SIMPLES.....	26
FIGURA 11: DIAGRAMA DE INSTRUMENTAÇÃO DO SISTEMA SOB CONTROLE SIMPLES.....	26
FIGURA 12: RESPOSTA DE T ₂ A ROTINA DE SIMULAÇÃO. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA DE T ₂ EM T =500s. DEGRAU DE +6CM NA REFERÊNCIA DE H ₂ EM T = 1500s.....	27
FIGURA 13: RESPOSTA DE H ₂ A ROTINA DE SIMULAÇÃO. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA DE T ₂ EM T =500s. DEGRAU DE +6CM NA REFERÊNCIA DE H ₂ EM T = 1500s.....	28
FIGURA 14: SINAIS DE CONTROLE DO SISTEMA SOB CONTROLE SIMPLES. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA DE T ₂ EM.....	28
FIGURA 15: IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLE EM CASCATA.....	30
FIGURA 16: DIAGRAMA DE INSTRUMENTAÇÃO DO SISTEMA SOB CONTROLE EM CASCATA.....	31
FIGURA 17: RESPOSTA DE T ₂ A ROTINA DE SIMULAÇÃO. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA DE T ₂ EM T =500s. DEGRAU DE +6CM NA REFERÊNCIA DE H ₂ EM T = 1500s.....	31
FIGURA 18: RESPOSTA DE H ₂ A ROTINA DE SIMULAÇÃO. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA DE T ₂ EM T =500s. DEGRAU DE +6CM NA REFERÊNCIA DE H ₂ EM T = 1500s.....	32
FIGURA 19: SINAIS DE CONTROLE DO SISTEMA SOB CONTROLE EM CASCATA. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA DE T ₂ EM T =500s. DEGRAU DE +6CM NA REFERÊNCIA DE H ₂ EM T = 1500s.....	32
FIGURA 20: IMPLAMENTAÇÃO DO CONTROLE CRUZADO.....	34
FIGURA 21: DIAGRAMA DE INSTRUMENTAÇÃO DO SISTEMA SOB CONTROLE CRUZADO.....	34
FIGURA 22: : RESPOSTA DE T ₂ A ROTINA DE SIMULAÇÃO. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA DE T ₂ EM T =500s. DEGRAU DE +6CM NA REFERÊNCIA DE H ₂ EM T = 1500s.....	35
FIGURA 23: RESPOSTA DE H ₂ A ROTINA DE SIMULAÇÃO. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA DE T ₂ EM T =500s. DEGRAU DE +6CM NA REFERÊNCIA DE H ₂ EM T = 1500s.....	36
FIGURA 24: SINAIS DE CONTROLE DO SISTEMA SOB CONTROLE CRUZADO. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA DE T ₂ EM.....	36
FIGURA 25: IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLE VIA ANÁLISE RGA.....	39
FIGURA 26: DIAGRAMA DE INSTRUMENTAÇÃO DO SISTEMA VIA ANÁLISE RGA.....	39
FIGURA 27: RESPOSTA DE T ₂ A ROTINA DE SIMULAÇÃO. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA DE T ₂ EM T =500s. DEGRAU DE +6CM NA REFERÊNCIA DE H ₂ EM T = 1500s.....	40
FIGURA 28: RESPOSTA DE H ₂ A ROTINA DE SIMULAÇÃO. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA DE T ₂ EM T =500s. DEGRAU DE +6CM NA REFERÊNCIA DE H ₂ EM T = 1500s.....	40
FIGURA 29: SINAIS DE CONTROLE DO SISTEMA SOB CONTROLE VIA ANÁLISE RGA. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA DE T ₂ EM T =500s. DEGRAU DE +6CM NA REFERÊNCIA DE H ₂ EM T = 1500s.....	41
FIGURA 30: REPRESENTAÇÃO CONJUNTA DA RESPOSTA DE T ₂ A ROTINA DE SIMULAÇÃO. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA.....	42
FIGURA 31: REPRESENTAÇÃO CONJUNTA DA RESPOSTA DE H ₂ A ROTINA DE SIMULAÇÃO. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA.....	43
FIGURA 32: REPRESENTAÇÃO CONJUNTA DA RESPOSTA DE T ₁ A ROTINA DE SIMULAÇÃO. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA.....	44
FIGURA 33: REPRESENTAÇÃO CONJUNTA DA RESPOSTA DE H ₁ A ROTINA DE SIMULAÇÃO. DEGRAU DE +0.5°C NA REFERÊNCIA.....	44
FIGURA 34: VISÃO EXPANDIDA DOS DIAGRAMAS DE BLOCOS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES DO SIMULINK.....	51

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: NOMENCLATURA E DEFINIÇÃO DE VARIÁVEIS UTILIZADAS.	16
TABELA 2: VALORES DE DIMENSIONAMENTO DO SISTEMA.	18
TABELA 3: PARÂMETROS DAS FUNÇÕES DE TRANFERÊNCIA.	22
TABELA 4: GANHOS EM MALHA ABERTA, NÃO-LINEARIZADOS, COM CONSTANTE DE TEMPO DOMINANTE.	24
TABELA 5: RESULTADOS DOS INDICADORES DE DESEMPENHO ISE, IAE E ITAE PARA T_2	45
TABELA 6: RESULTADOS DOS INDICADORES DE DESEMPENHO ISE, IAE E ITAE PARA H_2	45

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

A	Área	[m ²]
c_p	Calor específico a pressão constante	[J/kg.K]
E	Energia	[J]
F	Fluxo de água	[m ³ /s]
F_1	Fluxo de entrada to tanque 1/Fluxo de saída da unidade de aquecimento	[m ³ /s]
F_{12}	Fluxo de comunicação dos tanques	[m ³ /s]
F_2	Fluxo de entrada do tanque 2	[m ³ /s]
g	Aceleração gravitacional	[m/s ²]
h	Nível de um líquido a partir de uma referência	[m]
H	Nível do tanque	[m]
h_{ar}	Difusividade térmica do ar	[m ² /s]
h_c	Distância da superfície do líquido ao centro do orifício	[m]
$K_{aço}$	Condutividade térmica do aço	[W/m°C]
o	Operador de multiplicação matricial termo-a-termo	
P	Pressão ao longo da linha de corrente	[N/m ²]
P_{ar}	Pressão atmosférica	[N/m ²]
Pot	Potência fornecida pela unidade de aquecimento	[W]
r	Raio do tanque	[m]
T	Temperatura	[°C]
V_f	Velocidade do fluido em seção transversal	[m/s]
V	Volume	[m ³]
V_t	Velocidade teórica do líquido a saída do orifício	[m/s]
V_0	Velocidade de aproximação	[m/s]

Símbolos Gregos

ε	Erro do sistema	
λ	Relação entre o tempo de resposta do sistema controlado e em malha aberta	
ρ	Densidade	[m ³ /kg]
τ	Tempo de resposta do sistema em malha aberta	[s]
τ_0	Pólo do sistema simplificado	
τ_1	Constante de tempo dominante	[s]
τ_2	Constante de tempo de segunda ordem	[s]

τ_{10}	Constante de tempo do sistema simplificado	[s]
τ_c	Tempo de resposta do sistema controlado	[s]
θ	Atraso de tempo efetivo	[s]
θ_0	Atraso de tempo efetivo do sistema simplificado	[s]
k	Ganho da planta em regime estacionário	
K	Ganho do controlador	
K_d	Ganho derivativo	
K_i	Ganho integral	
K_p	Ganho proporcional	
T_0	Constante de tempo positiva no numerador do sistema simplificado	[s]

Subscritos

1	Tanque 1
2	Tanque 2
ext	externo
in	entrada
r	Unidade de Aquecimento
out	saída
$xref$	referência
$tanque$	referência aos tanques de aquecimento e mistura

Sobrescritos

$-$	Valor estacionário
T	Matriz transposta
H	Matriz hermetiana
\dagger	Transformação matricial

Siglas

CN	Comando Numérico
CV	Variável Controlada (do inglês <i>Controlled Variable</i>)
FT	Função de Transferência
IAE	Integral do Erro Absoluto (do inglês <i>Integral Absolute Error</i>)

ITAE	Integral Ponderada pelo Tempo do Erro Absoluto (do inglês <i>Integral Time-Weighted Absolute Error</i>)
ISE	Integral do Quadrado do Erro (do inglês <i>Integral Squared Error</i>)
MIMO	Sistema de controle de múltiplas entradas e múltiplas saídas (do inglês <i>multiple input and multiple output</i>)
MV	Variável Manipulada (do inglês <i>Manipulated Variable</i>)
PID	Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (do inglês <i>Proportional-Integral-Derivative Controller</i>)
PLC	Controlador Lógico Programável (do inglês <i>Programmable Logic Controller</i>)
RGA	Matriz de Ganhos Relativos (do inglês <i>Relative Gain Matrix</i>)
SISO	Sistema de controle de entradas e saídas únicas (do inglês <i>single input and single output</i>)
TC101	Controlador de temperatura 101
TC102	Controlador de temperatura 102
TT101	Transmissor de temperatura 101
TT102	Transmissor de temperatura 102

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Verifica-se que as últimas décadas tem se mostrado como ímpares no que se refere ao desenvolvimento tecnológico e ao avanço científico. Tal fenômeno não foi observado em nenhum outro período da sociedade, tal é a força e rapidez com que tem ocorrido.

O advento de meios de transporte e comunicação rápidos e confiáveis derrubou impedimentos que antes limitavam todo o potencial de desenvolvimento econômico, causando assim a queda de diversas barreiras alfandegárias e territoriais, como visto no surgimento da União Européia, por exemplo.

A popularização da Internet e dos computadores gerou uma revolução cultural e tecnológica, cujo impacto em nosso modo de viver ainda procuramos compreender completamente, dada sua abrangência. Tudo hoje é conectado e todos os eventos exercem influência no mundo a sua volta.

Nesse novo contexto socio-econômico, é determinante que as empresas aliem a qualidade de seus produtos com preços competitivos. Dessa forma, a automação industrial surge como uma resposta natural, fornecendo os meios de se controlar completamente qualquer processo de produção desejado.

O controle automático permite que se tenha uma visão global de cada um dos aspectos ocorrendo em tempo real no sistema. A busca por processos mais eficientes, que consumam menos matéria-prima, menos poluentes e que ainda apresentem funcionamento desejado, eliminando qualquer tipo de perturbação, tem levado a automação industrial a níveis cada vez mais elevados.

O estudo de processos envolvendo mistura de soluções é de grande importância para diversos processos industriais (Dressman et al., 1986; Huang et al., 2004). Dessa forma, vários trabalhos na literatura de controle de processos têm apresentado estratégias de controle para esse problema (Braun et al., 2010; Loh et al., 2007; Lee et al., 2000; Ricardez Sandoval et al., 2008). Processos com controle de nível e trocas de calor são também muito frequentes em indústria químicas e envolvem grandes gastos energéticos.

Vê-se que o desenvolvimento de processos de mistura atingiu o elevado nível de complexidade requerido pelo mercado atual. Nesse nível, o uso de sistemas multivariáveis se faz corriqueiro, dado o elevado grau de acoplamento observado entre as variáveis e sub-sistemas.

Contudo, o desenvolvimento tecnológico nessa área ainda tem-se feito de maneira lenta e o uso de técnicas avançadas de controle industrial ainda não atingiu todo seu potencial. Em vista desse fato, desenvolveu-se o estudo a que se refere o presente documento.

1.1 OBJETIVOS

Este trabalho objetiva apresentar e comparar diferentes estratégias para o controle de nível de tanques e aquecimento de um processo didático de mistura, possível de ser implementado em ambientes educacionais. Para isso é desenvolvido um modelo matemático empregando princípios de conservação de massa e energia, assim como os demais princípios físicos relacionados a modelagem de tanques de aquecimento. Este modelo é implementado em ambiente de simulação utilizando os softwares Matlab e Simulink, permitindo a comparação qualitativa e quantitativa, por meio de indicadores de desempenho, tal como IAE, ITAE e ISE. Analisa-se graficamente a rejeição de distúrbios e acompanhamento de referência em malha fechada das diversas estratégias estudadas.

1.2 ESTRUTURA DO TEXTO

O presente trabalho foi organizado em seis capítulos. Nesse primeiro capítulo, o tema e motivação são introduzidos, assim como os objetivos almejados.

No segundo capítulo, é apresentada uma breve revisão teórica acerca dos assuntos tratados. Faz-se notar a apresentação de tópicos acerca de como o controle multivariável é lidado atualmente.

No terceiro capítulo, caracteriza-se o processo de mistura a ser estudado junto a sua modelagem matemática, definindo-se também o caminho a ser seguido para a implementação das estratégias de controle.

No quarto capítulo, apresentam-se as estratégias de controle implementadas, assim como o processo de sintonia dos controladores e os diagramas do sistema.

No quinto capítulo, tem-se os resultados das simulações do sistema, assim como uma análise gráfica e quantitativa com os indicadores de desempenho.

No sexto capítulo, são discutidas as principais conclusões obtidas com o trabalho desenvolvido e indicam-se sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Pode-se verificar o uso de processos com certo nível de automação entre gregos e árabes da antiguidade com o uso de relógios controlados pelo fluxo de água. Na mesma época, há também registros de máquinas que se movimentavam sozinhas, as “automatas”. Contudo, a forma de controle considerada “clássica” começou a ser definida a partir do século XVII com a invenção do primeiro termostato. Um dos primeiros sistemas com realimentação foi patenteado em 1745 por Edmund Lee, o qual controlava a distância entre as pedras de moagem em moinhos de vento.

Tal invento levou por fim ao desenvolvimento do governador do motor a vapor concebido por James Watt em 1788, o qual levou à Primeira Revolução Industrial e introduziu o conceito de realimentação negativa. Diversas tentativas de melhoramento sobre esse trabalho surgiram até que em 1868 James Clerk Maxwell publicou seu trabalho “On Governors”, no qual descrevia com matemática rigorosa como obter-se equações diferenciais para diferentes tipos de sistemas e governadores. Tal trabalho demonstrou a importância de modelos e métodos matemáticos para a Teoria de Controle.

Com isso, trabalhos tratando o conceito de estabilidade começaram a aparecer, como os apresentados por Hurwitz (1875), Lyapunov (1893) e Routh (1905). Ao mesmo tempo, o crescimento dos processos de manufatura, transporte e comunicação e a ocorrência das Duas Grandes Guerras Mundiais, levaram ao desenvolvimento do que é hoje chamado o “Período Clássico” da Teoria de Controle. Em tal momento, foi-se entendido o conceito de realimentação negativa, diagramas de blocos, servomotores e rudimentos de CLP’s.

Nesse mesmo período, os primeiros controladores foram introduzidos comercialmente. Contudo, o conceito de PID ainda não estava claramente definido e o uso dos mesmos se dava a casos retritos. Somente com o trabalho de Nyquist (1932) sobre como determinar a estabilidade de um sistema no domínio da frequência, foi possível que Ziegler e Nichols (1942) desenvolvessem um método simples de sintonia de controladores PID. Vê-se também o trabalho de Bode (1945) com grande importância na mesma época.

A era “moderna” da Teoria de Controle começou a partir dos anos 50, com o desenvolvimento das primeiras máquinas de Comando Numérico, sistemas de Controle Digital (Kuo ,1982), trabalhos no Espaço de Estados, os primeiros CLP’s comerciais e extensa disseminação dos controladores PID. Conceitos de modelagem de sistemas por Balanço de Massa e Energia começaram a aparecer nessa época, assim como os primeiros trabalhos em controle MIMO e indicadores de desempenho.

2.1 PRINCÍPIO DE BERNOULLI

Tal princípio foi exposto por Daniel Bernoulli em sua obra Hidrodinâmica de 1738 e descreve fluidos sem viscosidade nem atrito movendo-se ao longo de linhas de corrente. É o equivalente para fluidos do Princípio de Conservação de Energia.

Dado isso, tem-se que a conhecida “Equação de Bernoulli”, tal como visto em White (2002), se dá por:

$$\frac{v_f^2 \rho}{2} + P + \rho * g * h = cte \quad (1)$$

Onde V_f é a velocidade do fluido em seção transversal. ρ é a densidade do fluido, no caso do presente texto, da água. P é a pressão ao longo da linha de corrente. g é a aceleração da gravidade. h é o nível do líquido a partir de uma dada referência.

Dado que para a aplicação no presente trabalho, tal como visto em White (2002), considerou-se também a seguinte fórmula relacionada:

$$A_1 * v_{f1} = A_2 * v_{f2} \quad (2)$$

Onde A_1 e A_2 são as áreas de duas seções transversais distintas de um tubo e v_{f1} e v_{f2} são as velocidades do fluido em cada uma dessas seções.

Pode-se estabelecer um paralelo entre a Equação (2) e o conceito de Conservação de Quantidade de Movimento, dado que o raio da tubulação determina a velocidade do fluido ao longo de uma mesma linha.

A equação (2) pode ser graficamente observada na Figura 1 abaixo:

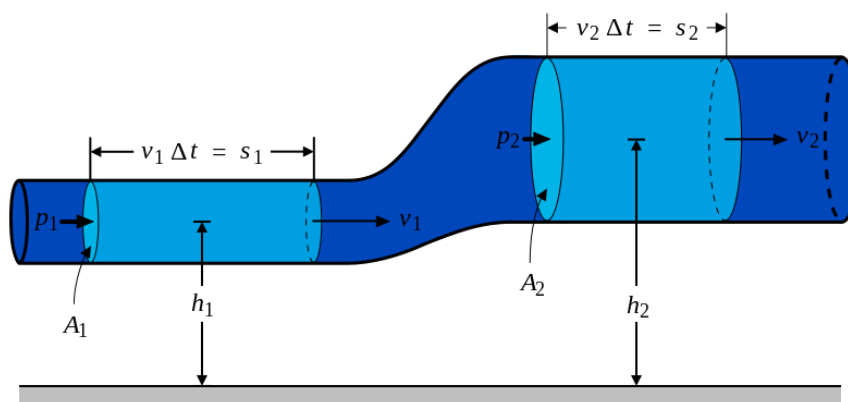


Figura 1: Linha de corrente de um líquido.¹

¹ FONTE: pt.wikipedia.org/wiki/Princ%C3%ADpio_de_Bernoulli

2.2 TEOREMA DE TORRICELLI

O referido teorema foi concebido por Evangelista Torricelli, sendo uma aplicação do Princípio de Bernoulli anteriormente mencionado, e estuda o fluxo de um líquido contido em um recipiente com seção constante, através de um pequeno orifício, sob a ação da gravidade. O mesmo é definido matematicamente, tal como visto em Bastos (1980), pela equação:

$$V_t = \sqrt{2g \left(h_c + \frac{v_o^2}{2g} \right)} \quad (3)$$

Onde V_t é a velocidade teórica do fluido na saída do orifício, g é a aceleração da gravidade, h_c é a distância da superfície do líquido ao centro do orifício, V_o é a velocidade de aproximação da superfície do fluido em direção ao orifício.

2.3 PRINCÍPIO DO BALANÇO DE MASSA E ENERGIA

Partindo-se da Primeira Lei da Termodinâmica, desenvolvida por Rudolph Clausius e Lorde Kelvin em 1850, do Princípio de Conservação de Massa (Lei de Lavoisier) e do Princípio de Conservação de Energia, demonstrado por James Prescott Joule em 1843, pode-se chegar ao conceito de Balanço de Massa e Energia.

Tal conceito hoje se faz amplamente presente na indústria e é descrito matematicamente como:

$$\frac{dE}{dt} = \sum (\rho_{ent} * F_{ent} * cp * (T_{ent} - T_{xref})) - \sum (\rho_o * F_o * cp * (T_o - T_{xref})) - \text{Perdas} \quad (4)$$

Onde dE/dt é a variação temporal da energia do sistema. ρ é a densidade do fluido, F é o fluxo do fluido, Cp é o calor específico do fluido a pressão constante, T é a temperatura do fluido, T_{xref} é a temperatura de referência, no presente caso, 25°C. As perdas referidas se dão por meio de difusão de energia para o meio externo. O subscrito *ent* indica “entrada” e o subscrito *o* indica “saída”.

Pela equação (4) pode-se ver que para o cálculo da energia passando em um sistema ao longo do tempo, tanto a quantidade de massa quanto a temperatura exercem influência.

2.4 CONTROLADORES PID

A primeira análise teórica publicada sobre controladores PID veio com Minorsky (1922), o qual desenvolveu e aprimorou tal teoria enquanto desenvolvia um método de controle de navios para a Marinha Americana. O mesmo formalizou os conceitos de ganho proporcional, integral e derivativo, visando sempre a estabilidade do sistema.

Por definição, um controlador PID é um mecanismo de controle em malha fechada, o qual busca corrigir o erro $e(t)$ entre a saída de um sistema e uma entrada de referência. Matematicamente, o mesmo é definido por:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (5)$$

Onde K_p , K_i e K_d são os ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente.

Há vasta bibliografia quanto a sintonia de controladores PID, desde métodos por tentativa e erro (Ziegler-Nichols, 1942) a métodos baseados em indicadores de desempenho ou metodologias baseadas em modelo.

2.5 FÓRMULA HALF-RULE DE SKOGESTAD

Visando tornar o projeto de sintonia de controladores PID mais simples, Skogestad (2003) desenvolveu um método que simplifica sistemas de ordens maiores para sistemas de ordens menores, sem perder-se informação ou acurácia e tornando o projeto de controladores muito mais simples.

De forma simplificada, tal método se dá matematicamente tal que, dado um sistema de segunda ordem:

$$g(s) = \frac{k}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s} = \frac{k'}{\left(s + \frac{1}{\tau_1}\right)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s} \quad (6)$$

Onde τ_1 e τ_2 são constantes de tempo do sistema. θ é o atraso de tempo efetivo do sistema e K é o ganho do sistema em regime estacionário.

Aplicando-se o método de Skogestad, tem-se que :

$$\tau_{10} = \tau_1 + \frac{\tau_2}{2}; \quad \theta_0 = \theta + \frac{\tau_2}{2} \quad (7)$$

$$g(s) = \frac{k'}{\tau_{10} s + 1} e^{-\theta_0 s} \quad (8)$$

Onde τ_{10} é a constante de tempo do sistema simplificado e θ_0 é o atraso de tempo efetivo do sistema simplificado e k' é o novo ganho do sistema em regime estacionário..

Ou seja, a maior constante de tempo negligenciada é igualmente dividida entre o tempo morto e a menor constante de tempo mantida. No presente caso, o termo do denominador que contém τ_2 seria apagado e o valor de τ_2 seria igualmente dividido entre τ_1 e θ , resultando em um sistema de primeira ordem.

2.5.1 APROXIMAÇÃO DE SKOGESTAD

Ainda em sua publicação de 2003, Skogestad apresenta um outro método de simplificação de sistemas, complementar ao discutido acima. Visando-se obter um modelo do sistema similar ao apresentado acima e caso tenha-se constantes de tempo positivas T_o no numerador, propõe-se cancelar o termo $(T_o s + 1)$ com um pólo vizinho $(\tau_o s + 1)$ dada a seguinte relação apresentada na Figura 2 abaixo:

$$\frac{T_o s + 1}{\tau_o s + 1} \approx \begin{cases} T_o/\tau_o & \text{for } T_o \geq \tau_o \geq \theta & \text{(Rule T1)} \\ T_o/\theta & \text{for } T_o \geq \theta \geq \tau_o & \text{(Rule T1a)} \\ 1 & \text{for } \theta \geq T_o \geq \tau_o & \text{(Rule T1b)} \\ T_o/\tau_o & \text{for } \tau_o \geq T_o \geq 5\theta & \text{(Rule T2)} \\ \frac{(\tilde{\tau}_o/\tau_o)}{(\tilde{\tau}_o - \tau_o)s + 1} & \text{for } \tilde{\tau}_o \stackrel{\text{def}}{=} \min(\tau_o, 5\theta) \geq T_o & \text{(Rule T3)} \end{cases}$$

Figura 2 : Modelo de aproximação de sistemas proposto por Skogestad.²

Onde θ mais uma vez é o atraso de tempo efetivo do sistema.

Sugere-se também que se escolha um τ_o o mais próximo possível de T_o de forma que $\tau_o > T_o$.

2.6 CONTROLE EM CASCATA

O foco dessa estratégia de sintonia de controladores PID se dá em sistemas com dinâmicas lentas e com diversos distúrbios, tais como sistemas com controle de temperatura, como é o caso do projeto aqui discutido.

Para notação usada na presente seção, TT significa “Transmissor de Temperatura”, ou um sensor de temperatura e TC significa “Controlador de Temperatura” e os indicadores numéricos indicam a malha a que pertence o elemento e o número que o identifica. Por exemplo: TC101 indica um controlador de temperatura da malha 1 e número 01.

Como visto em Smith et al., (1997), tomando-se um modelo básico, usamos um controlador em um sistema com uma caldeira e um reator. A caldeira aquece o elemento utilizado no

² FONTE: Skogestad, S. (2003). Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning in Journal of Process Control.

reator. A temperatura no reator é suavizada por um fluido refrigerante externo, tal como visto a seguir na Figura 3:

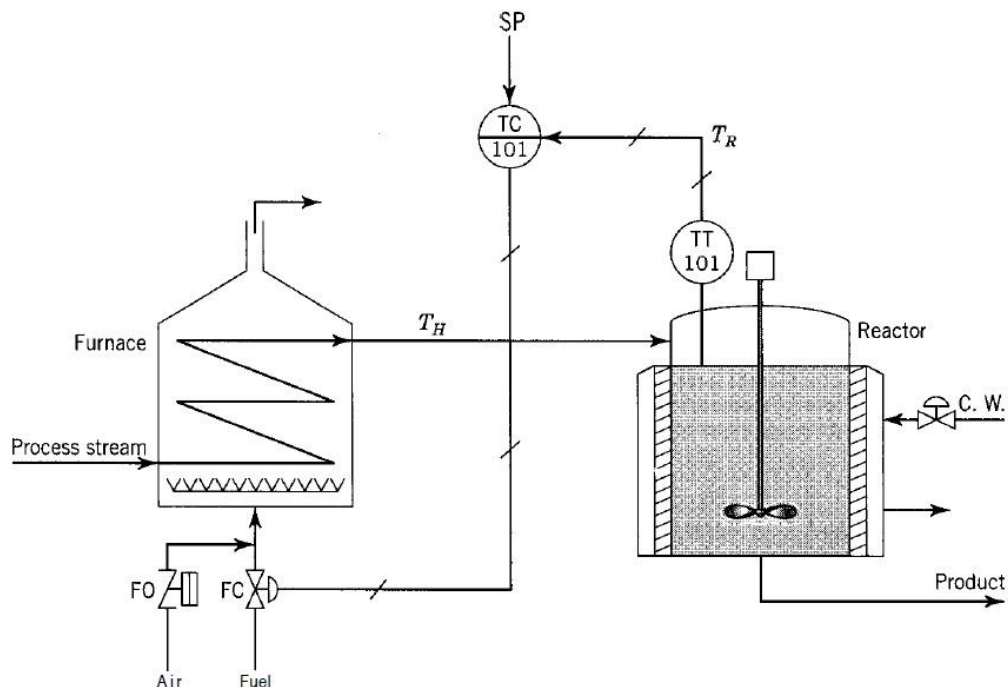


Figura 3: Planta de aquecimento e mistura com fornaça.³

Para se evitar variações bruscas na temperatura do reator, a estratégia em cascata se baseia em:

1º passo: Implementar um controlador TC101 que recebe uma referência e a temperatura do reator e fornece uma referência ajustada.

2º passo: Implementar um controlador TC102 que recebe o setpoint de TC101 e a temperatura do elemento do aquecedor e como saída controla a válvula de combustível do aquecedor.

Dessa forma, caso a temperatura no aquecedor se altere, TC102 já altera a entrada de combustível antes que a temperatura no reator seja significativamente alterada. Qualquer alteração na temperatura do reator gera uma nova referência para TC102, o que corrige por completo o sistema. Tal sistema com essa nova implementação ficaria como visto na Figura 4 a seguir:

³ FONTE: Smith e Corripio, 2008

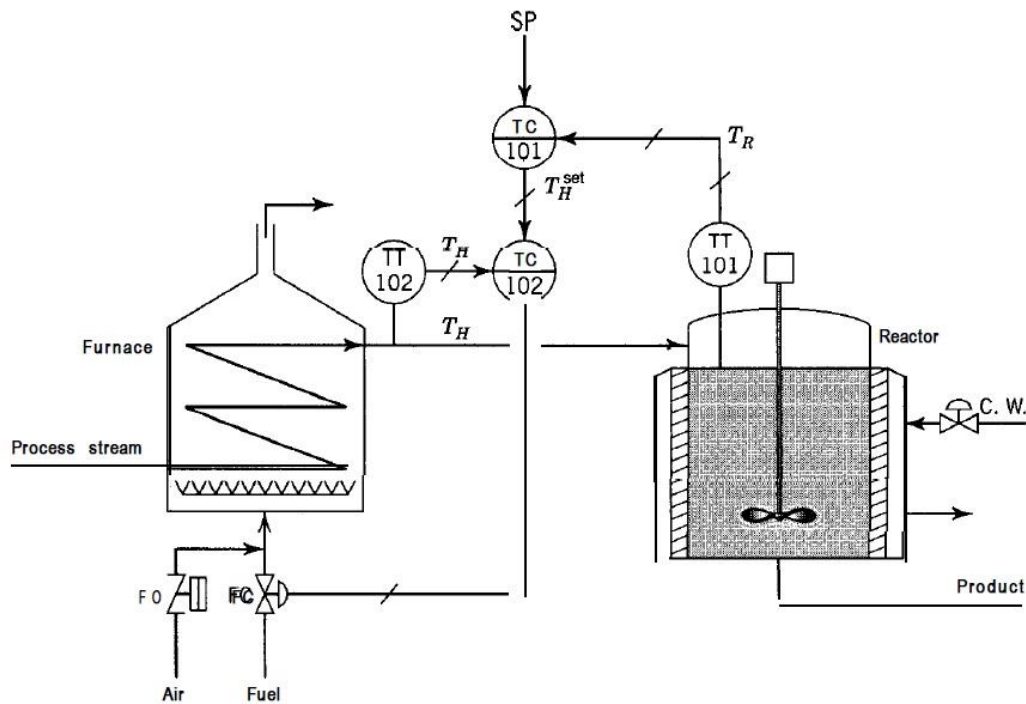


Figura 4 : Planta de aquecimento com controle em cascata implementado.⁴

No projeto de estratégias de controle em cascata, vemos dois laços de controle, um interior ao outro. A consideração mais importante a ser feita é que o laço interior seja mais rápido que o laço exterior e quanto mais rápido melhor, não importando que oscilações apareçam no laço interior devido a isso.

2.7 CONTROLE MIMO

Na década de 50 evidenciou-se o surgimento das idéias que posteriormente levaram ao que hoje conhece-se como Teoria Moderna de Controle. Um dos fatores que levaram a tal desenvolvimento foi o surgimento de sistemas cada vez mais complexos, com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO).

Uma ferramenta matemática importante que surgiu nessa época foi a análise de sistemas multi-variáveis pelo espaço de estados. Como mostrado por Hutchinson (1984) tal análise foi desenvolvida em conjunto com o programa Apollo da NASA e apresentou uma forma elegantemente acessível de trabalho.

⁴ FONTE: Smith e Corripio, 2008.

No mesmo sentido, quando se trata de sistemas multivariáveis, há diversas formas de projeto e sintonia de controladores PID sendo que cada abordagem depende do grau de acoplamento do sistema estudado.

Uma abordagem muito comum de projeto de sistemas MIMO é a multi-SISO, onde procura-se aproximar o sistema MIMO por várias malhas SISO, sendo que o mesmo foi utilizado no presente trabalho.

2.7.1 RGA – MATRIZ DE GANHOS RELATIVOS

Uma importante ferramenta quando se trata de sistemas MIMO é a Matriz de Ganhos Relativos (RGA). Tal ferramenta foi apresentada por Bristol (1966) como a medida do grau de interação entre todos os possíveis pares de sistema SISO, em estado estacionário, em uma determinada configuração de controle. Logo, a utilidade da RGA se faz evidente no fato da mesma indicar quais pares de variáveis manipuladas e controladas em um projeto multi-SISO são mais acoplados, fornecendo-se assim as indicações de como controlar cada variável desejada.

Primeiramente, deve-se obter a matriz de ganhos em malha aberta $G(0)$. Para tal, considera-se, por exemplo o sistema mostrado na Figura 5 a seguir:

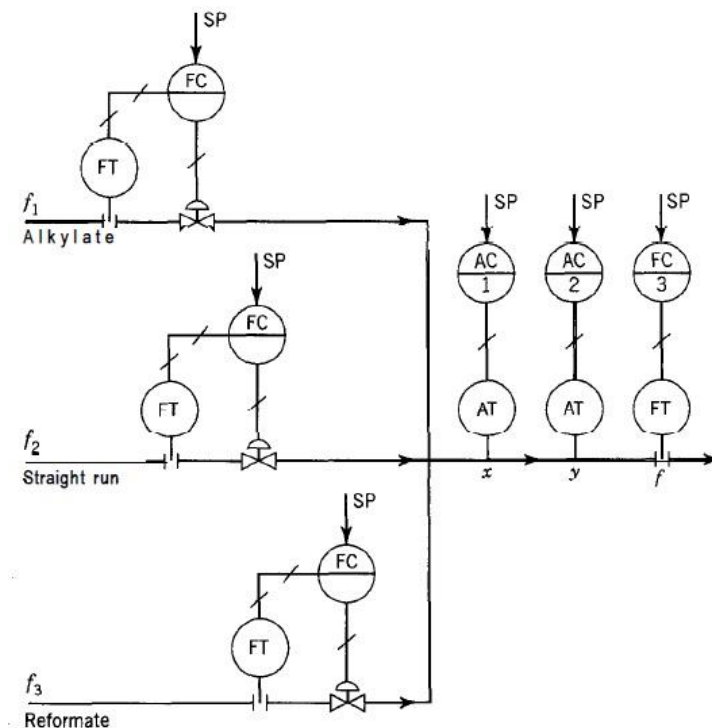


Figura 5: Representação de sistema de mistura de gasolina.

Tal sistema de mistura de casolina, pode ser definido por três variáveis manipuladas (f_1 , f_2 e f_3) e três variáveis controladas (x , y e f), definido pelo conjunto de equações (8) mostrado abaixo:

$$\begin{aligned}x &= \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3}{f_1 + f_2 + f_3} \\y &= \frac{f_1y_1 + f_2y_2 + f_3y_3}{f_1 + f_2 + f_3} \\f &= f_1 + f_2 + f_3\end{aligned}\tag{9}$$

Tem-se que os ganhos relativos de cada variável controlada em relação a cada variável manipulada se dá pelo conjunto de equações (9) mostrado abaixo:

$$\begin{aligned}K_{1j} &= \frac{\partial x}{\partial f_j}; \\K_{2j} &= \frac{\partial y}{\partial f_j}; \\K_{3j} &= \frac{\partial f}{\partial f_j}.\end{aligned}\tag{10}$$

Onde $j = 1,2,3$.

A partir disso, contrói-se a matriz de ganhos relativos em estado estacionário $G(0)$ tal que:

$$G(0) = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}\tag{11}$$

Matematicamente, dada a matriz quadrada de ganhos do sistema em regime estacionário $G(0)$, a RGA se dá por:

$$\Lambda(G) = G(s)o(G(s)^{-1})^T\tag{12}$$

Onde $G(s)$ é a matriz de ganhos do sistema para uma dada frequência, sendo que, no presente caso, $s=0$. O operador o representa a multiplicação termo-a-termo entre as matrizes.

Para sistemas que apresentem uma matriz $G(0)$ de dimensões $n \times m$, tem-se qua a RGA é dada por:

$$\Lambda(G) = G o(G^\dagger)^T, \quad G^\dagger = G^H(GG^H)^{-1}\tag{13}$$

Como visto em Smith et al., (2008): “Para minimizar o efeito da interação em um sistema de controle multivariável o emparelhamento da variável controlada e manipulada deve ser tal que o ganho relativo de cada par seja próximo da unidade.”

Logo, ao analisar o emparelhamento entre variável manipulada e variável controlada da RGA, tem-se que se um elemento apresenta valor zero, não há interação entre as variáveis referidas. Quanto mais próximo o valor desse elemento for de 1, mais forte será a dependência entre as variáveis. Valores negativos indicam um sistema condicionalmente estável e configurações contendo esses pares de variáveis devem ser evitadas.

2.8 INDICADORES DE DESEMPENHO

Com a disseminação da Teoria de Controle e o advento de diversas técnicas de projeto de controladores, tornou-se necessário o uso de indicadores de desempenho visando-se quantificar a qualidade da resposta de um sistema (Dorf, 1980). Como visto em Shinnars (1998), o erro e o momento em que esse erro ocorre são fatores de desempenho importantes e que devem ser considerados simultaneamente. Dessa forma, um indicador de desempenho é uma medida da performance do sistema que enfatiza determinadas características da resposta tidas como determinantes.

Dentre os métodos mais utilizados encontram-se o da Integral do Erro Absoluto (IAE), Integral do Quadrado do Erro (ISE) e da Integral Ponderada pelo Tempo do Erro Absoluto (ITAE). Contudo, tais métodos são de uso acadêmico, dado que devem ser aplicados em sistemas muito bem controlados, onde apenas um parâmetro é alterado por vez.

Para situações reais, onde não se conhece em extremo detalhe cada parte do sistema e onde há também mais de um parâmetro sendo alterado, recomenda-se o uso de indicadores como o Sobresinal ou a Taxa de $\frac{1}{4}$ de Decaimento.

2.8.1 INTEGRAL DO QUADRADO DO ERRO (ISE)

O método ISE integra o quadrado do erro ao longo do tempo, tendendo a penalizar mais erros grandes a erros pequenos. Sistemas projetados com base nesse método tendem a eliminar erros grandes rapidamente, contudo permitem que erros menores persistam no sistema por longos períodos de tempo. Tal configuração leva a respostas rápidas, mas com oscilações de baixa amplitude.

Matematicamente, o mesmo se dá por:

$$ISE = \int \varepsilon^2 dt \quad (14)$$

Onde ε é o erro do sistema.

2.8.2 INTEGRAL DO ERRO ABSOLUTO (IAE)

O método IAE integra o módulo do erro ao longo do tempo e tende a produzir sistemas com resposta mais lenta que o método ISE, contudo, sem a oscilação característica do mesmo.

Matematicamente, o método se dá por:

$$IAE = \int |\varepsilon| dt \quad (15)$$

2.8.3 INTEGRAL PONDERADA PELO TEMPO DO ERRO ABSOLUTO (ITAE)

O método ITAE integra o módulo do erro, vezes o tempo, ao longo do tempo, penalizando mais erros que permanecem ao longo do tempo. Projetos baseados no método ITAE produzem respostas muito mais rápidas que projetos baseados nos dois métodos anteriormente apresentados. Contudo, o mesmo tende a produzir sistemas com resposta inicial lenta o que pode levar posteriormente a oscilações indesejadas.

Matematicamente, o método se dá por:

$$ITAE = \int t|\varepsilon| dt \quad (16)$$

Onde ε é o erro do sistema.

CAPÍTULO 3 - CARACTERIZAÇÃO DO PROCESSO DE MISTURA

Nos últimos anos, dada a já tratada difusão da Teoria de Controle, tem-se desenvolvido diversas formas de se sistematizar o projeto de controladores. Tal área vem sendo chamada de *plantwide control*, como visto em Lyuben et al., (1998), e pode ser resumida nos cinco passos a seguir:

1. Caracterização do problema de controle
2. Modelagem matemática do processo
3. Análise das respostas dinâmicas do sistema através do modelo matemático
4. Projeto da estrutura de controle
5. Sintonia do controlador.

No presente capítulo, serão tratados os três primeiros passos do processo, sendo que os dois últimos serão tratados no próximo capítulo.

3.1 DESCRIÇÃO DO PROCESSO

Seja o processo de mistura com dois tanques cilíndricos de alumínio ligados entre si pela base, e alimentados por duas bombas acionadas por inversores de frequência. Considere também um sensor de nível instalado em cada tanque, e três sensores de temperatura: um na unidade de aquecimento resistiva de água e os outros dois distribuídos em cada um dos tanques. O líquido considerado no processo foi água. Assume-se que está perfeitamente agitada nos tanques (temperatura no tanque igual à temperatura na saída).

Segue na Figura 6 a representação do processo em malha aberta.

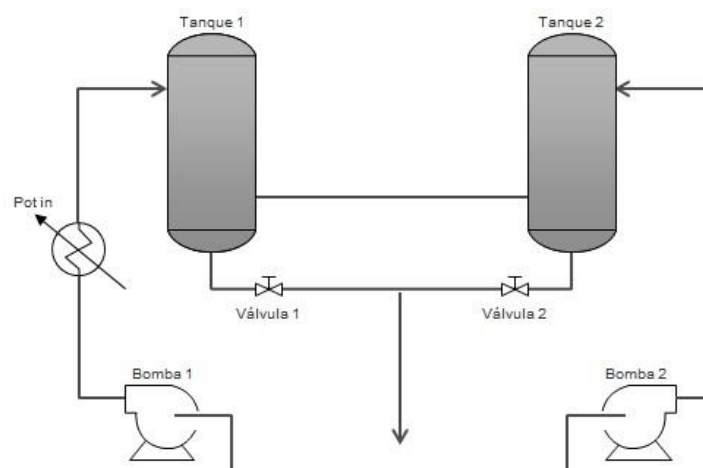


Figura 6: Sistema de mistura e aquecimento proposto.

A descrição do processo é a seguinte: a água da saída da bomba 1 passa por uma unidade de aquecimento antes de chegar no tanque 1. O tanque 2 recebe a água aquecida do tanque 1 por meio de uma ligação interativa, e água do reservatório à temperatura ambiente por meio da bomba 2. O fluxo do tanque 1 para o tanque 2 é devido somente à diferença de nível entre os tanques, e pode ser controlado ajustando-se o nível do tanque 1. A válvula 1 permanece fechada e a válvula 2 é mantida em posição constante. O fluxo de saída do tanque 2 é descartado para a rede de esgoto.

Justifica-se o uso do tanque 1, como visto em Faanes et al. (2003), pelo fato de servir como amortecedor das oscilações de fluxo e temperatura da bomba 1 e do aquecedor.

As variáveis manipuladas do sistema são as velocidades de rotação das bombas, conseqüentemente seus fluxos, e a potência da unidade de aquecimento. A perda térmica para o ambiente foi desprezada. As variáveis medidas são os níveis, as temperaturas da água em cada um dos tanques, e a temperatura de saída da unidade de aquecimento. Como variáveis controladas temos o nível e a temperatura da água no tanque 2.

3.2 DIMENSIONAMENTO DO PROCESSO

Visando-se trabalhar matematicamente sobre o processo proposto, definiram-se as dimensões e requisitos do sistema, tal como apresentado a seguir:

- Volume de cada tanque: aproximadamente 100 litros;
- Tempo de enchimento/esvaziamento de cada tanque: menor que 1 minuto;
- Variação do nível: aproximadamente 0.5 cm/s;
- Temperatura máxima de trabalho: 70°C;

Tais requisitos geraram a seguinte Tabela 1, sobre a qual o sistema foi modelado e linearizado, ajudando também no processo de sintonização dos controladores, tal que:

Tabela 1: Nomenclatura e definição de variáveis utilizadas.

Pot (W): Potência fornecida para a unidade de aquecimento (variável manipulada)
H ₁ (m): nível de água do tanque 1 (variável medida)
H ₂ (m): nível de água do tanque 2 (variável medida/controlada)
H _{xref} (m): nível de referência
T ₁ (°C): temperatura da água no tanque 1 (variável medida / de processo)
T ₂ (°C): temperatura da água nos tanque 2 (variável medida/controlada)
T _r (°C): temperatura de saída da unidade de aquecimento
F ₁ (m ³ /s): fluxo de entrada do tanques 1 (variável manipulada)
F ₂ (m ³ /s): fluxo de entrada dos tanque 2 (variável manipulada)
F ₁₂ (m ³ /s): fluxo de saída do tanque 1 para o 2
F _o (m ³ /s): fluxo de saída do tanque 2

3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

A partir da base teórica apresentada no início da sessão 2, temos que o desenvolvimento natural das equações é descrito a seguir. Assimundo um tanque cilíndrico, de raio r_{tanque} e altura h e tomando a vazão inicial ($dh_o/dt = v_1$) como nula, temos que:

$$v_1 = 0 \rightarrow gh + \frac{P_{ar}}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{P_{ar}}{\rho} \rightarrow v_2 = \sqrt{2gh} \quad (17)$$

Onde v_1 é a vazão de entrada, g é a aceleração da gravidade, h é o nível da água em relação a referência do tanque, P_{ar} é a pressão atmosférica, ρ é a densidade, nesse caso, da água e v_2 é a vazão de saída do sistema.

Dessa forma, temos que o fluxo de saída to tanque se dá por:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-\pi r_{tanque}^2 \sqrt{2gh}}{A} \rightarrow A \frac{dh}{dt} = F_{ent} - F_o \quad (18)$$

Onde dh/dt é a variação do nível de água do tanque ao longo do tempo. F_{ent} e F_o são os fluxos de entrada e saída de água, respectivamente.

Aplicando-se tal conceito ao nosso sistema, com dois tanques cilíndricos, que se comunicam e cujo fluxo de entrada vem por cima, temos que:

$$\frac{dH_1}{dt} = \frac{F_1 - F_{12}}{A} \quad (19)$$

$$\frac{dH_2}{dt} = \frac{F_2 + F_{12} - F_{out}}{A} \quad (20)$$

$$F_{12} = \pi r_{tanque}^2 \sqrt{2g(H_1 - H_2)} \quad (21)$$

$$F_o = \pi r_{tanque}^2 \sqrt{2gH_2} \quad (22)$$

Onde dH_1/dt é a variação de nível do tanque 1 e dH_2/dt variação de nível do tanque 2, ambos ao longo do tempo. F_{12} é o fluxo de comunicação entre os dois tanques. H_1 e H_2 são os níveis de água nos Tanques 1 e 2 respectivamente.

Analisando-se a temperatura do sistema e aplicando-se a idéia de balanço de energia, deve se considerar que o sistema possui dois tanques que se comunicam e um resistor para aquecimento na entrada do primeiro tanque.

Valendo-se das equações de balanço de energia derivadas anteriormente tal como visto na Equação (4), tem-se que:

$$T_{xref} = 0 \rightarrow \frac{d(A \cdot H \cdot \rho \cdot cp \cdot T)}{dt} = \sum (\rho_{ent} F_{ent} cp T_{ent}) - \sum (\rho_o F_o cp T_o) - Perdas \quad (23)$$

Aplicando-se tal derivação ao sistema, e isolando-se $\frac{dT}{dt}$, tem-se que:

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{F_1(T_{ent} - T_r)}{V_{resistor}} + \frac{Pot}{V_{resistor} \rho \cdot cp} \quad (24)$$

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{F_1 T_r - T_1 \left(F_{12} + A \frac{dH_1}{dt} \right) - \frac{Perda_1}{\rho \cdot cp}}{A \cdot H_1} \quad (25)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{F_2 T_{ent} + F_{12} T_1 - T_2 \left(F_o + A \frac{dH_2}{dt} \right) - \frac{Perda_2}{\rho \cdot cp}}{A \cdot H_2} \quad (26)$$

$$Perda = \frac{(T_i - T_{ext})(2A + 2\pi r_{tanque} H_i)}{\frac{1}{h_{ar}} + \frac{\rho}{K_{aco}}} \quad (27)$$

Onde dT_r/dt , dT_1/dt e dT_2/dt são a variação da temperatura do resistor, no tanque 1 e no tanque 2, respectivamente, ao longo do tempo, T_{ent} é a temperatura de entrada da água nos tanques, aqui tomado como 25°C, $V_{resistor}$ é o volume da unidade de aquecimento, F_1 e F_2 são os fluxos de água bombeados nos Tanques 1 e 2 respectivamente, As perdas de energia se dão por meio de difusão para o meio externo e T_r , T_1 e T_2 são as temperaturas da unidade de aquecimento e dos Tanques 1 e 2, respectivamente.

De posse das especificações apresentadas na página 15 e das Equações (17) a (27), pôde-se chegar a seguinte Tabela 2 contendo os dados de dimensionamento do sistema:

Tabela 2: Valores de dimensionamento do sistema.

g (m/s ²): gravidade = 9.8
r (m): raio dos tubos de saída = $9.525 \cdot 10^{-3}$
A (m ²): área dos tanques = 0.125
ρ (kg/m ³): densidade da água = 980
c_p (J/kg·K): calor específico da água = 4180
T_{ent} (°C): temperatura de entrada da água = 25
$V_{resistor}$ (m ³): volume da unidade de aquecimento = 0.015
r_{tanque} (m) : raio da seção transversal dos tanques = 0.2

Convém mencionar aqui também que tais valores calculados foram posteriormente aproximados para adequarem-se aos valores presentes no mercado.

3.4 ANÁLISE EM REGIME ESTACIONÁRIO

De posse da teoria física acima apresentada, foram obtidos modelos não lineares de cada elemento do sistema, visando o uso dos mesmos nas simulações por vir (Ogunnaike, et al., 1994). A seguir são apresentadas as equações matemáticas divididas entre elementos e situação do sistema.

3.4.1 UNIDADE DE AQUECIMENTO

As equações usadas para modelar a referida unidade são abaixo apresentadas, respeitando-se os critérios considerados na fase de dimensionamento do sistema, tal que:

$$\frac{dT_r}{dt} = F_1 \frac{25 - T_r}{5 \cdot 10^{-5}} + \frac{Pot}{5 \cdot 10^{-5} \cdot 980 \cdot 4180} \quad (28)$$

3.4.2 TANQUE 1

As equações usadas para modelar a referida unidade são abaixo apresentadas, respeitando-se os critérios considerados na fase de dimensionamento do sistema, tal que:

Para $H_1 \geq H_2$

$$\frac{dH_1}{dt} = \frac{F_1 * 10^6 - 126.185 * (\sqrt{H_1 - H_2})}{12500} \quad (29)$$

$$\frac{dT_1}{dt} = \left(\frac{(0.125 * H_1)}{969.76} \right) \left(F_1 T_r - T_1 \left(126.185 * \frac{\sqrt{H_1 - H_2}}{100000} + 0.125 * dH_1 \right) - ((T_1 - 25) * 0.25 + 0.3192 * \pi) \right) \quad (30)$$

Para $H_1 < H_2$

$$\frac{dH_1}{dt} = \frac{F_1 * 10^5 - 126.185 * (\sqrt{H_2 - H_1})}{12500} \quad (31)$$

$$\frac{dT_1}{dt} = \left(\frac{(0.125 * H_1)}{969.76} \right) \left(F_1 T_r - T_1 \left(126.185 * \frac{\sqrt{H_2 - H_1}}{100000} + 0.125 * dH_1 \right) - ((T_1 - 25) * 0.25 + 0.3192 * \pi) \right) \quad (32)$$

3.4.3 TANQUE 2

As equações usadas para modelar a referida unidade são abaixo apresentadas, respeitando-se os critérios considerados na fase de dimensionamento do sistema, tal que:

Para $H_1 \geq H_2$

$$\frac{dH_2}{dt} = \frac{F_2 * 10^5 - 125.185 * (\sqrt{H_2} - \sqrt{H_1 - H_2})}{12500} \quad (33)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{0.125 * H_2}{969.76} \left(F_2 * 25 - T_2 \left(126.185 * \frac{\sqrt{H_2}}{100000} + 0.125 * dH_2 \right) + T_1 * 126.185 * \frac{\sqrt{H_1 - H_2}}{100000} - (T_2 - 25)(0.25 + 0.3192 * \pi) \right) \quad (34)$$

Para $H_1 < H_2$

$$\frac{dH_2}{dt} = \frac{F_2 * 10^5 - 125.185 * (\sqrt{H_2} - \sqrt{H_2 - H_1})}{12500} \quad (35)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{0.125 * H_2}{969.76} \left(F_2 * 25 - T_2 \left(126.185 * \frac{\sqrt{H_2}}{100000} + 0.125 * dH_2 \right) + T_1 * 126.185 * \frac{\sqrt{H_2 - H_1}}{100000} - (T_2 - 25)(0.25 + 0.3192 * \pi) \right) \quad (36)$$

3.5 LINEARIZAÇÃO

Para a linearização em um ponto de operação em estado estacionário, utilizaram-se variáveis de desvio definidas como:

$$h = H - \bar{H} \quad (37)$$

Onde h é a variável de desvio, \bar{H} é o valor estacionário dessa variável e H é a variável em questão. Para a determinação das funções de transferência, o sistema foi linearizado em torno do ponto de operação (Pot=6kW, $H_1=0.4\text{m}$ e $H_2=0.3\text{m}$).

Assume-se que a bomba possui rendimento constante em toda faixa de operação, e resposta rápida comparada com as dinâmicas do processo. Portanto, apenas um ganho estático é considerado entre o comando do acionamento da bomba e o fluxo produzido. Ou seja, as bombas geram um fluxo exatamente igual ao solicitado, com atraso desprezível.

A partir disso, foram obtidas as funções de transferência de cada elemento do sistema, sendo todas de 1ª ordem, e dadas por $G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$ (Ogata, 1982). Os termos em letras minúsculas apresentadas nos diagramas de blocos do sistema referem-se aos mesmos termos mostrados na Tabela 1.

Apresenta-se a representação por diagramas de blocos da unidade de aquecimento, do tanque 1, e do tanque 2 mostradas nas Figuras 7,8 e 9, respectivamente. Os ganhos e constantes de tempo das funções de transferência são apresentados na Tabela 3.

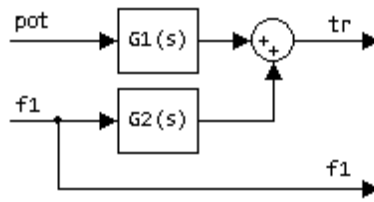


Figura 7: Representação da unidade de aquecimento.

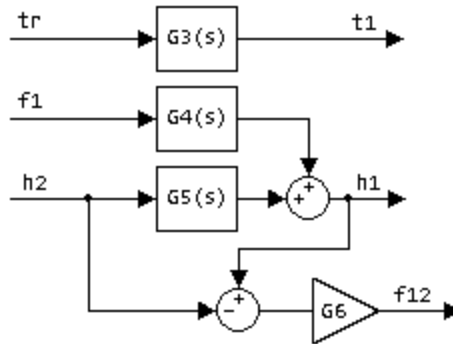


Figura 8: Representação do Tanque 1.

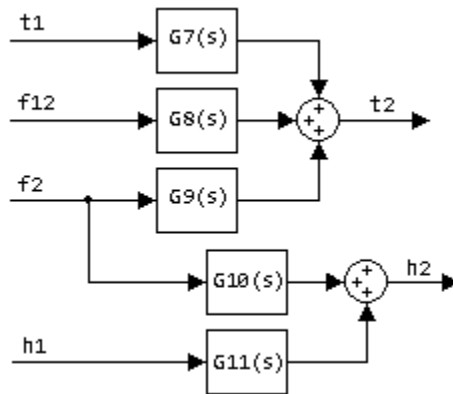


Figura 9: Representação do Tanque 2.

Tabela 3: Parâmetros das funções de transferência.

	K	τ [s]	Var. Entrada	Var. Saída
G1	$6.1 \cdot 10^{-4}$ [°C/W]	0.1	Pot [W]	T_r [°C]
G2	$-9.2 \cdot 10^3$ [°Cs/m ³]	0.1	F_1 [m ³ /s]	T_r [°C]
G3	1	125	T_r [°C]	T_1 [°C]
G4	500 [s/m ²]	62.5	F_1 [m ³ /s]	H_1 [m]
G5	1	62.5	H_2 [m]	H_1 [m]
G6	$2 \cdot 10^{-3}$ [m ² /s]	0	$(H_1 - H_2)$ [m]	F_{12} [m ³ /s]
G7	0.58	54.2	T_1 [°C]	T_2 [°C]
G8	$2.2 \cdot 10^3$ [°Cs/m ³]	54.2	F_{12} [m ³ /s]	T_2 [°C]
G9	$-3 \cdot 10^3$ [°Cs/m ³]	54.2	F_2 [m ³ /s]	T_2 [°C]
G10	318 [s/m ²]	40	F_2 [m ³ /s]	H_2 [m]
G11	0.63	40	H_1 [m]	H_2 [m]

Na Tabela 2 acima, vemos os valores que compõem as funções de transferência do sistema, assim como as variáveis relacionadas por cada uma dessas FT's, na forma $(Var. Saída)/(Var. Entrada)$, como pode ser visto no caso de G1 que representa T_r/Pot , por exemplo.

CAPÍTULO 4 - ESTRATÉGIAS DE CONTROLE

Como tratado anteriormente, no capítulo atual será discutido o processo do projeto das estruturas de controle assim como a sintonia dos controladores.

Baseado nos modelos matemáticos do processo, e nas relações de ganho e constante de tempo dominante (63.2%) das respostas mostradas na Tabela 4, foram propostas estratégias de controle e realizada a sintonia de cada controlador a partir do método de Skogestad (Skogestad, 2003). Utilizou-se controladores PI e PID, dados pelas equações (38) e (39), respectivamente. Os controladores foram projetados com base nas funções de transferência, e as simulações foram feitas com o sistema não linear. Como critério de projeto foi adotado $\alpha = 0.08$ para todos os controladores PID.

$$G(s) = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{K_i \cdot s}\right) \quad (38)$$

$$G(s) = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{K_i \cdot s}\right) \cdot \left(\frac{K_d \cdot s + 1}{\alpha \cdot K_d \cdot s + 1}\right) \quad (39)$$

Onde, lembrando a Equação (5), K_p é o ganho proporcional, K_i é a constante do canal integral e K_d é a constante do canal derivativo.

A sintonia de controladores foi feita a partir das funções de transferência com o método IMC (Skogestad, 2003). Para funções de ordem superior a 2, foi realizada a redução de ordem (Skogestad, 2003). A variável λ é a relação entre o tempo de resposta do sistema controlado e o tempo de resposta do sistema em malha aberta, $\lambda = \frac{\tau_c}{\tau}$, onde τ_c é a constante de tempo do sistema desejado e τ é a constante de tempo do sistema não-controlado. É um compromisso entre:

- velocidade de resposta, boa rejeição de distúrbio (menor λ);
- estabilidade, robustês e baixa variação de entrada (maior λ).

Foi escolhido λ dentro do intervalo $0.2 < \lambda < 1$.

Pelo referido Método IMC, e valendo-se das Equações (6), (7) e (8) e da Figura 2 apresentados na seção 2.5, calcula-se os ganhos utilizados nos projetos dos PID's tal que:

$$K_p = \frac{\tau_1}{k(\lambda * \tau_1 + \theta)} \quad (40)$$

$$K_i = \min(\tau_1, 4(\lambda * \tau_1) + \theta) \quad (41)$$

$$K_d = \tau_2 \quad (42)$$

Dado que para a implementação do projeto foi usado o ambiente do Simulink, obteve-se as equações de cada controlador, tal qual utilizadas no software, valendo-se das Equações (40), (41) e (42) acima apresentadas, de modo que:

$$\text{Controlador} = P \left(1 + I \frac{1}{s} + D \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}} \right) \quad (43)$$

$$N = \frac{1}{\alpha * K_d} \quad (44)$$

$$P = K_p \frac{N * K_d + N * K_i - 1}{N * K_i} \quad (45)$$

$$I = \frac{K_p}{K_i * P} \quad (46)$$

$$D = \frac{10 * K_p - P}{P * N} \quad (47)$$

As estratégias de controle utilizadas foram: controle simples, controle em cascata, controle cruzado e controle via análise RGA. A Tabela 4 mostra as amplitudes e as constantes de tempo dominantes das respostas das variáveis H_1 , T_1 , H_2 e T_2 em resposta aos degraus das variáveis manipuladas Pot, F_1 e F_2 (Stephanopoulos, 1984). Os valores obtidos auxiliaram na determinação das estratégias de controle.

Tabela 4: Ganhos em malha aberta, não-linearizados, com constante de tempo dominante.

	H_1	T_1	H_2	T_2
Pot 300 W	0	0.19 °C 129 s	0	0.11 °C 191 s
F_1 0.05 l/s	7.1 cm 251 s	-0.4 °C 116 s	4.5 cm 296 s	-0.14 °C 175 s
F_2 0.05 l/s	4.5 cm 291 s	0	4.5 cm 221 s	-0.14 °C 42 s

Ao final de cada seção, é apresentado o comportamento do sistema após simulações realizadas no ambiente Simulink do MatLab. Para fins de comparação de desempenho entre as diferentes estratégias implementadas, submeteu-se cada uma delas ao mesmo processo de simulação. Tal processo constitui-se de:

- Tempo de simulação de 2500 segundos;
- Aplicação de degrau de +0.5 °C na referência de T_2 , 500 segundos após o início da simulação, seguido da aplicação de degrau de +6cm na referência de H_2 , 1500 segundos após o início da simulação.

4.1 CONTROLE SIMPLES

Para essa primeira estratégia de controle, valeu-se de uma abordagem mais empírica no tocante a determinação de qual variável manipulada ou de processo utilizar para o controle de T_2 e H_2 .

Convém notar que, mesmo com o uso dessa determinação empírica, o sistema sob esse regime de controle apresentou resposta robusta e confiável.

4.1.1 PROJETO E SINTONIA DA ESTRUTURA DE CONTROLE

Verifica-se na Tabela 4 que a potência da resistência térmica não influencia os níveis dos tanques, como é de se esperar. Esta estratégia consiste em considerar o controle de temperatura independente do controle de nível.

Usando a Tabela 3, o controlador de temperatura C1 é sintonizado pela função de transferência $\frac{T_2}{P_{ot}} = G1 \cdot G3 \cdot G7$. Para síntese de C1 reduziu-se a função de transferência (FT) $\frac{T_2}{P_{ot}}$ para uma FT de 1ª ordem através dos métodos de Skogestad, como apresentado na Figura 2 da seção 2.5.1. Escolheu-se $\lambda=0.2$ para C1. A representação matemática do mesmo pode ser vista a seguir:

$$C1 = \frac{1.41 \cdot 10^5 \cdot s^2 + 5012 \cdot s + 32.48}{s^2 + 0.2304 \cdot s} \quad (48)$$

O controlador de nível C2 é sintonizado por $\frac{H_1}{F_1} = G4$, com $\lambda = 0.7$. A representação matemática do mesmo pode ser vista a seguir:

$$C2 = \frac{2.857 \cdot 10^{-3} \cdot s + 4.571 \cdot 10^{-5}}{s} \quad (49)$$

O controlador de nível C3 é sintonizado por $\frac{H_2}{F_2} = G10$, com $\lambda=0.7$. A representação matemática do mesmo pode ser vista a seguir:

$$C3 = \frac{4.492 \cdot 10^{-3} \cdot s + 1.123 \cdot 10^{-4}}{s} \quad (50)$$

Uma representação visual da estratégia simples é mostrada na Figura 10.

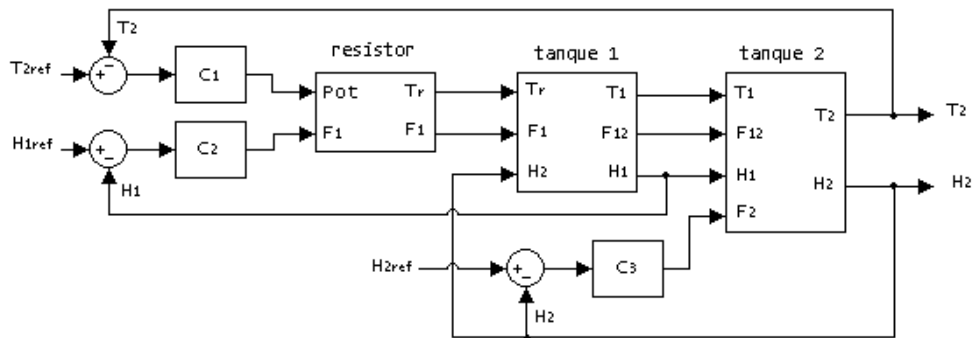


Figura 10: Implementação do controle simples.

Complementarmente, pode-se observar também a estrutura do sistema em um nível de abstração mais elevado no diagrama de instrumentação (Castrucci et al., 2011) apresentado abaixo na Figura 11:

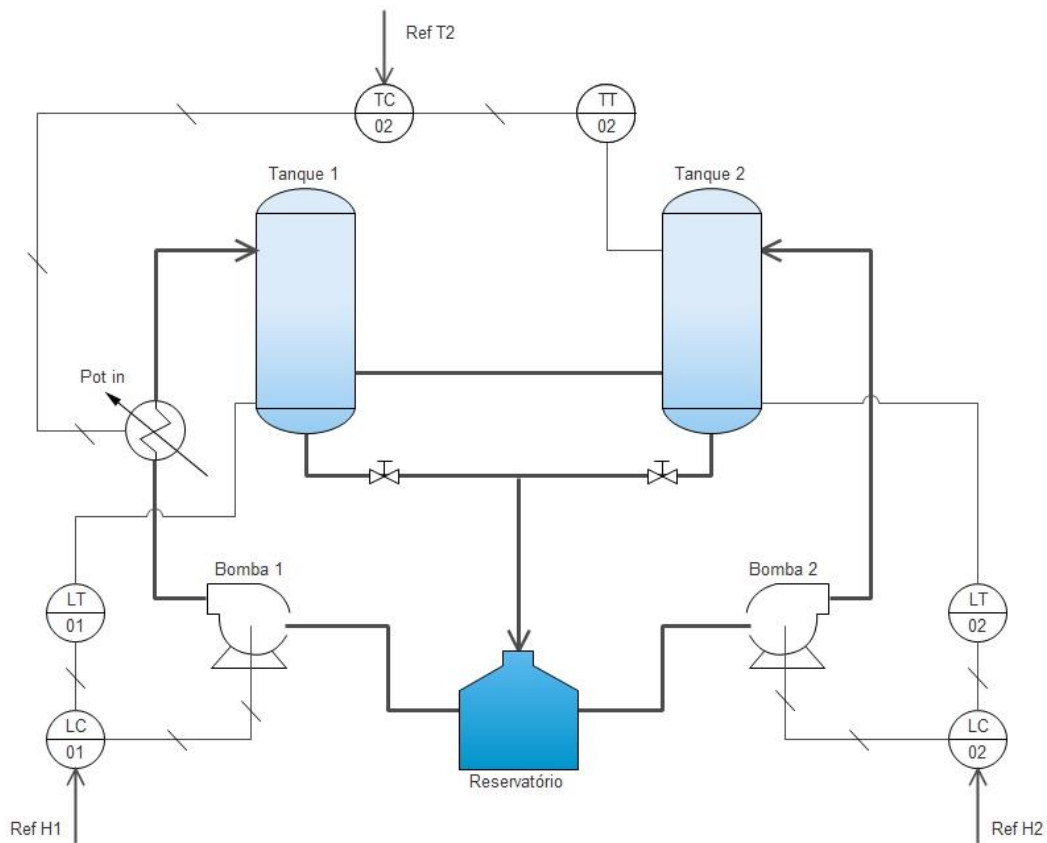


Figura 11: Diagrama de instrumentação do sistema sob controle simples.

4.1.2 SIMULAÇÕES E GRÁFICOS

A seguir são apresentados os resultados das simulações propostas no início do capítulo. Na Figura 12 é apresentada a resposta aos degraus na referência de T_2 . Na Figura 13 é apresentada a resposta aos degraus na referência de H_2 . Na Figura 14 são apresentados os sinais dos controladores da planta, a título de um melhor entendimento das dinâmicas do sistema ao longo do processo.

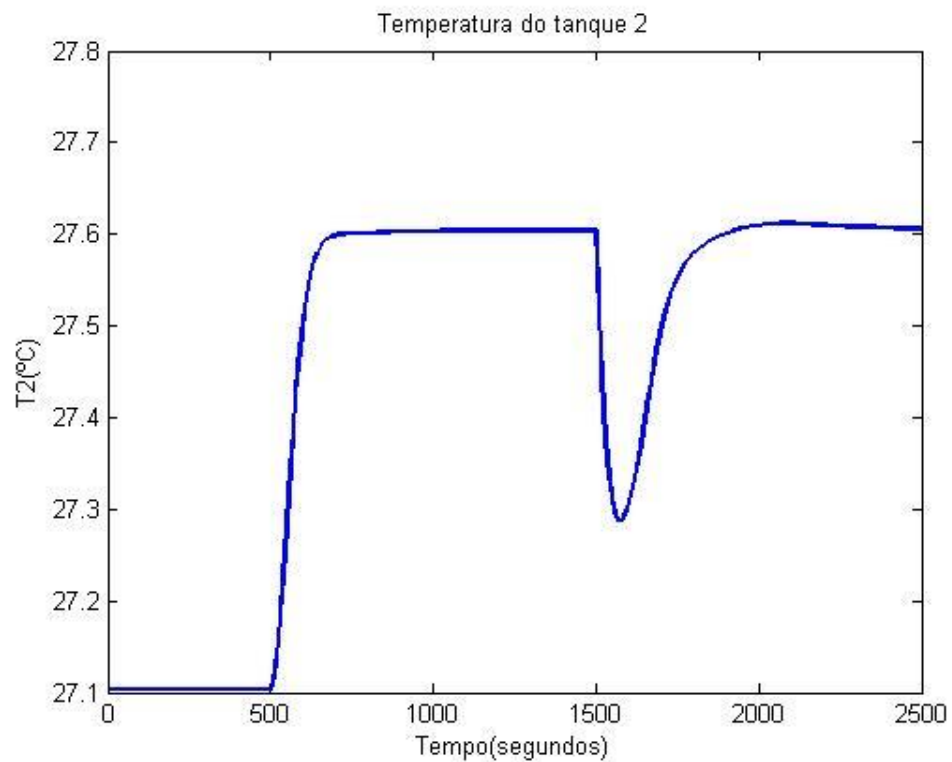


Figura 12: Resposta de T_2 a rotina de simulação. Degrau de +0.5°C na referência de T_2 em $t=500s$. Degrau de +6cm na referência de H_2 em $t=1500s$.

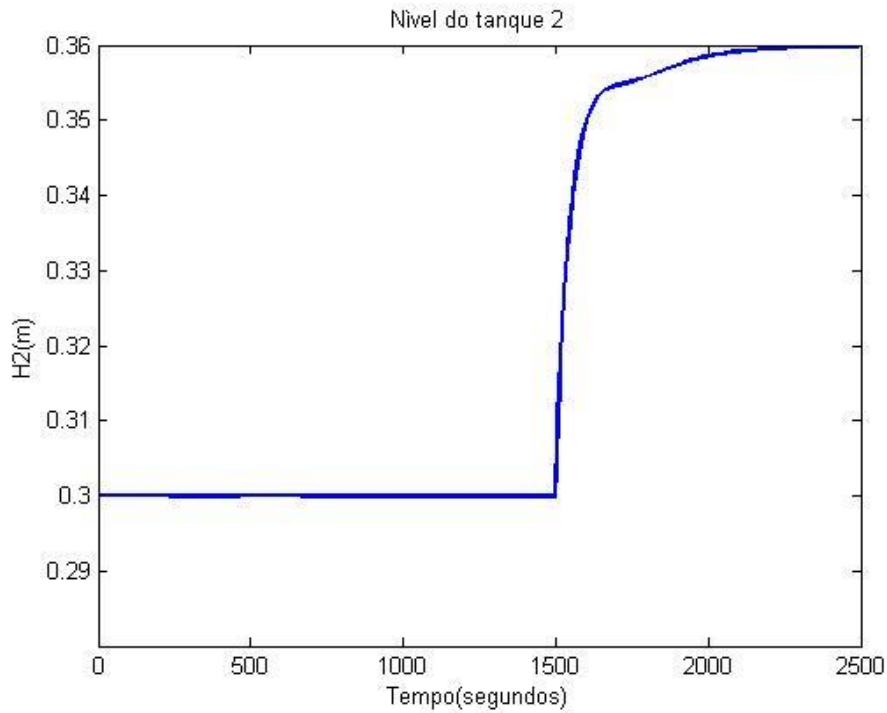


Figura 13: Resposta de H₂ a rotina de simulação. Degrau de +0.5°C na referência de T₂ em t =500s. Degrau de +6cm na referência de H₂ em t = 1500s.

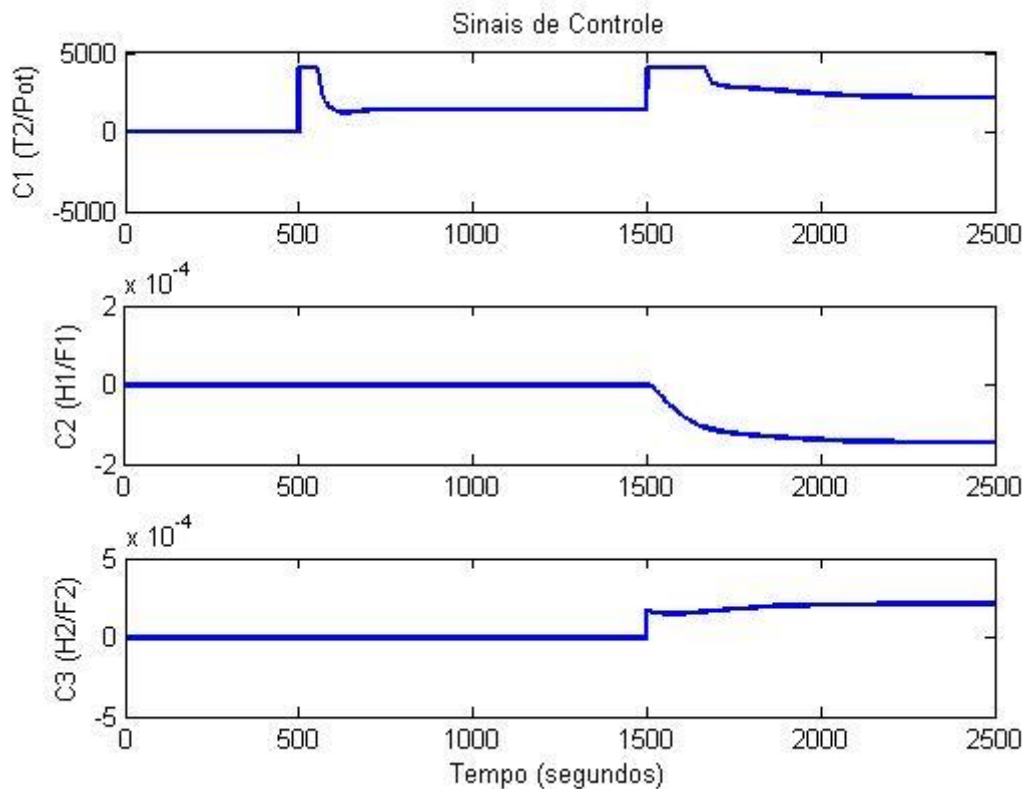


Figura 14: Sinais de controle do sistema sob controle simples. Degrau de +0.5°C na referência de T₂ em t =500s. Degrau de +6cm na referência de H₂ em t = 1500s.

Dado o dimensionamento do sistema, vê-se que o mesmo apresenta tempo de resposta satisfatório e uma dinâmica bastante próxima a de um sistema de primeira ordem, como projetado.

Sob esse tipo de controle proposto, o nível do sistema não é perturbado por um degrau na temperatura, dado que tais variáveis são aqui desacopladas. Contudo observa-se uma grande perturbação na temperatura quando um degrau é aplicado na referência do nível.

Analisando-se os sinais de controle, vê-se que poderia haver na prática uma saturação na unidade de aquecimento, dado que o teto do sinal de controle $C1$ ($\frac{T_2}{Por}$) é atingido nos dois momentos em que a temperatura teve que ser alterada em resposta as entradas do sistema.

4.2 CONTROLE EM CASCATA

Como visto em Smith e Corripio (2008), valeu-se do controle em cascata como técnica alternativa de controle. Tal implementação foi motivada pelo fato da mesma ser de uso conhecido na indústria, dada sua robustez e flexibilidade de projeto.

Com a mesma, visava-se também maximizar o uso da característica amortecedora do tanque 1, procurando controlar quaisquer distúrbios no mesmo antes de que alguma influência fosse observada no tanque 2.

4.2.1 PROJETO E SINTONIA DA ESTRUTURA DE CONTROLE

O objetivo é melhorar o controle de T_2 com uma malha fechada em T_1 , de modo que um distúrbio em T_1 possa ser controlado antes de afetar T_2 . A malha do controlador mestre de T_2 define a referência de T_1 . Vale-se da Tabela 3 como referência às funções de transferência utilizadas no processo de sintonia dos controladores.

Vale aqui lembrar do processo de projeto de controladores em cascata apresentado na Seção 2.6.

O controlador $C4$ é sintonizado por $\frac{T_1}{Pot} = G1 \cdot G3$, com $\lambda = 0.2$. A representação matemática do mesmo pode ser vista a seguir:

$$C4 = \frac{3276 \cdot s + 26.2}{s} \quad (51)$$

O controlador $C5$ é sintonizado por:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{K_7}{((\tau_{10} + \tau_5)s + 1) \left(\frac{\tau_3}{2}s + 1\right) (\tau_1 s + 1)} \quad (52)$$

O mesmo apresenta $\lambda = 0.5$. Tal configuração de $\frac{T_2}{T_1}$ deu-se pois verificou-se a necessidade da inclusão dos efeitos causados pela comunicação física entre os dois tanques. Para síntese de C5 reduziu-se a FT $\frac{T_2}{T_1}$ para uma FT de 1ª ordem através dos métodos de Skogestad, como apresentado na Figura 2 da seção 2.5.1. Uma representação matemática do mesmo pode ser vista a seguir:

$$C5 = \frac{34.43*s^2+1.482*s+1.269*10^{-2}}{s^2+0.2304*s} \quad (53)$$

Os controladores de nível C2 e C3 são os mesmos da configuração anterior, conforme apresentado nas Equações (49) e (50) respectivamente.

Uma representação visual do controle em cascata é mostrada na Figura 15.

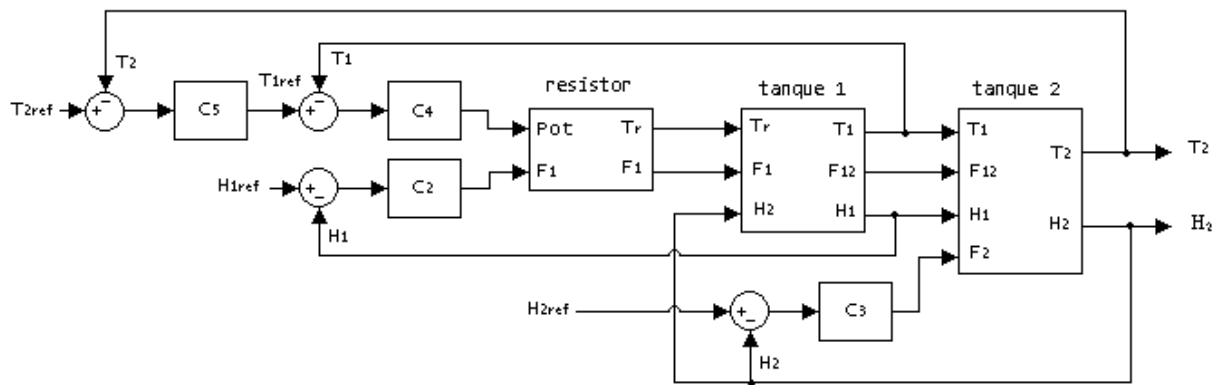


Figura 15: Implementação do controle em cascata.

Complementarmente, pode-se observar também a estrutura do sistema em um nível de abstração mais elevado no diagrama de instrumentação (Castrucci et al., 2011) apresentado a seguir na Figura 16:

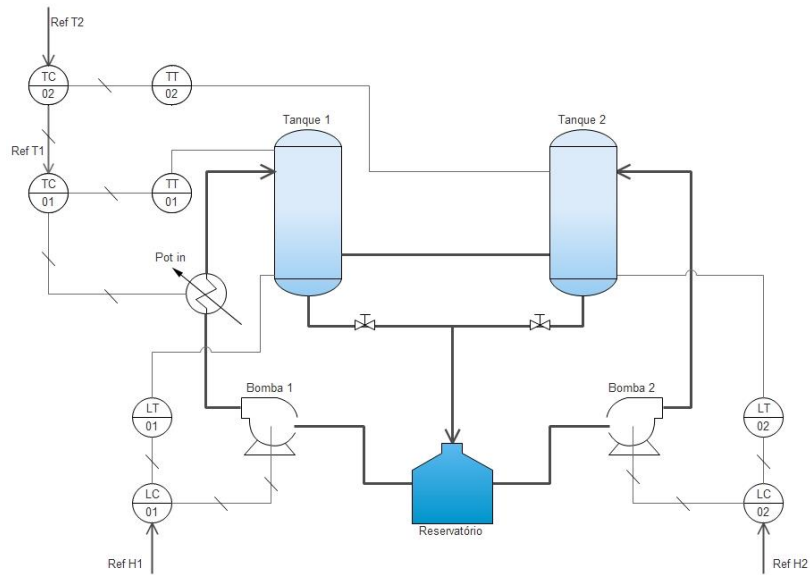


Figura 16: Diagrama de instrumentação do sistema sob controle em cascata.

4.2.2 SIMULAÇÕES E GRÁFICOS

A seguir são apresentados os resultados das simulações propostas no início do capítulo. Na Figura 17 é apresentada a resposta aos degraus na referência de T_2 . Na Figura 18 é apresentada a resposta aos degraus na referência de H_2 . Na Figura 19 são apresentados os sinais dos controladores da planta, a título de um melhor entendimento das dinâmicas de sistema ao longo do processo.

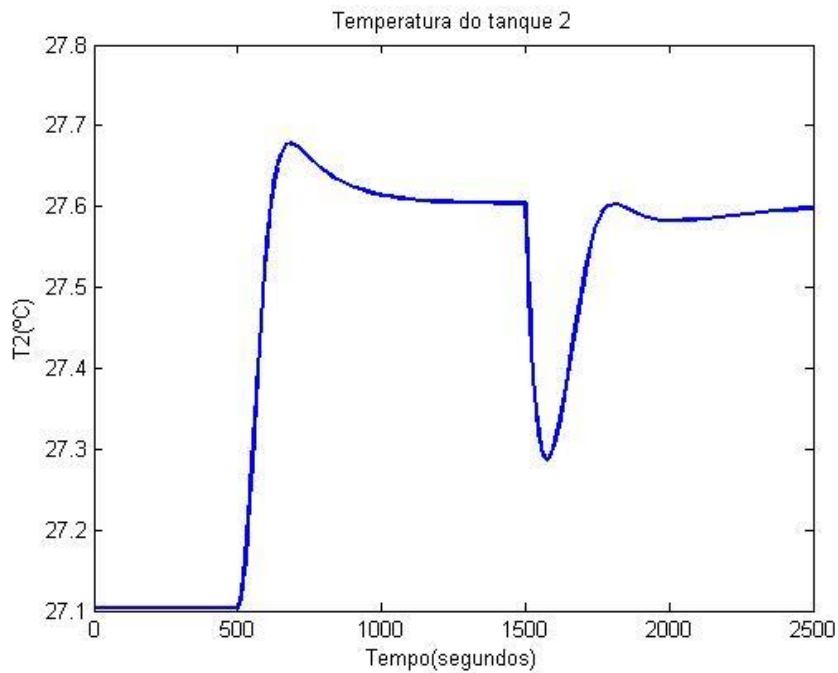


Figura 17: Resposta de T_2 a rotina de simulação. Degrau de $+0.5^\circ\text{C}$ na referência de T_2 em $t=500\text{s}$. Degrau de $+6\text{cm}$ na referência de H_2 em $t=1500\text{s}$.

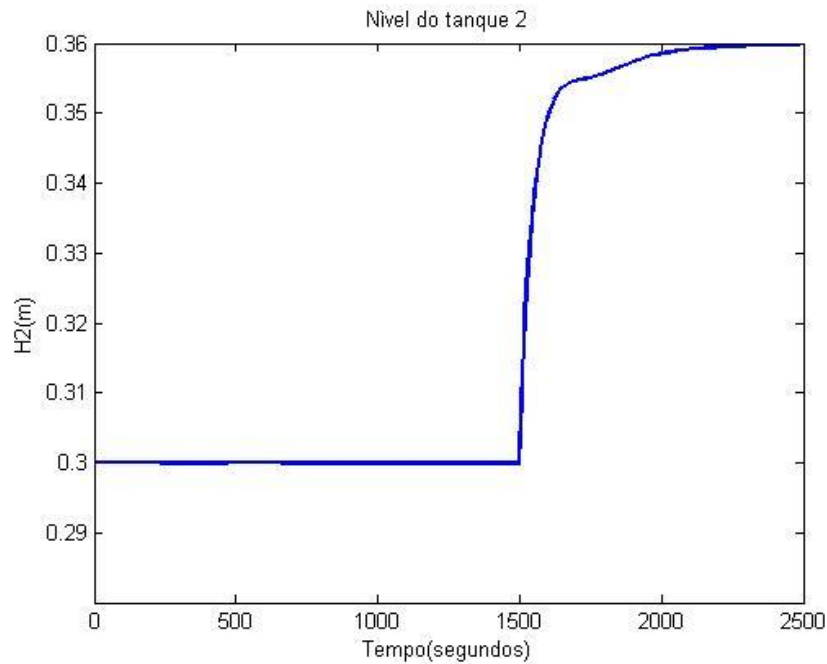


Figura 18: Resposta de H_2 a rotina de simulação. Degrau de $+0.5^\circ\text{C}$ na referência de T_2 em $t=500\text{s}$. Degrau de $+6\text{cm}$ na referência de H_2 em $t=1500\text{s}$.

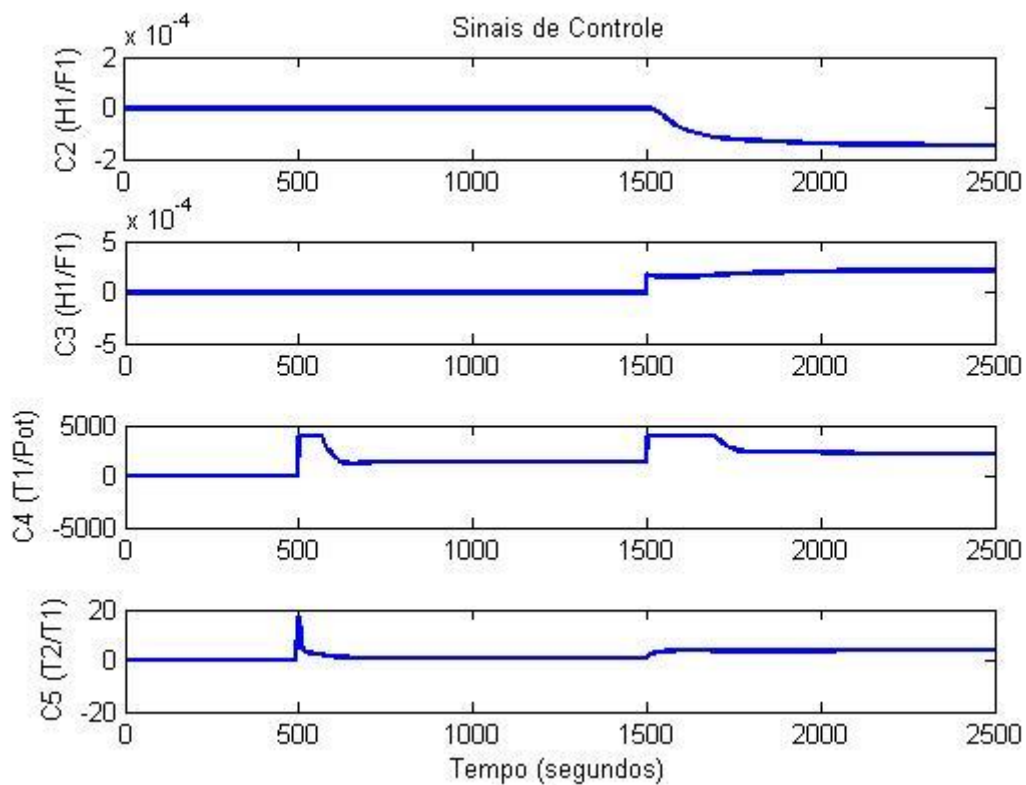


Figura 19: Sinais de controle do sistema sob controle em cascata. Degrau de $+0.5^\circ\text{C}$ na referência de T_2 em $t=500\text{s}$. Degrau de $+6\text{cm}$ na referência de H_2 em $t=1500\text{s}$.

No presente caso, vê-se que o sistema apresentou uma dinâmica mais próxima a de um sistema de segunda ordem, muito provavelmente causada pelo uso de dois controladores em cascata. Percebe-se isso no sobrepasso evidente nos gráficos.

Como na proposta de controle anterior, o nível do sistema não é perturbado por um degrau na temperatura, dado que tais variáveis são aqui desacopladas. Contudo observa-se uma grande perturbação na temperatura quando um degrau é aplicado na referência do nível.

Analisando-se os sinais de controle, vê-se que poderia haver na prática uma saturação na unidade de aquecimento, dado que o teto do sinal de controle de C4 ($\frac{T_1}{P_{or}}$) é atingido nos dois momentos em que a temperatura teve que ser alterada em resposta as entradas do sistema.

4.3 CONTROLE CRUZADO

Ainda analisando a Tabela 4, viu-se que mais experimentações empíricas sobre a planta eram possíveis, visando-se também ter uma maior base de comparação entre estratégias de controle. Verifica-se na Tabela 4 que T_2 responde mais rapidamente à F_2 . Valendo-se disso, foi desenvolvida a terceira estratégia de controle, nomeada de “Controle Cruzado” dado a natureza de “cruzar” o controle de uma variável do Tanque 2 (H_2) com a manipulação de uma variável do Tanque 1 (F_1).

4.3.1 PROJETO E SINTONIA DA ESTRUTURA DE CONTROLE

Esta estratégia consiste em controlar T_2 em função de F_2 (C7), e controlar H_2 em função de F_1 (C6). O controlador de temperatura T_1 (C4) é o mesmo da estratégia em cascata.

O controlador C6 é sintonizado por: $\frac{H_2}{F_1} = G4 \cdot G11$, com $\lambda = 0.5$. Para síntese de C6 reduziu-se a FT $\frac{H_2}{F_1}$ para uma FT de 1ª ordem através dos métodos de Skogestad, como apresentado na Figura 2 da seção 2.5.1. Uma representação matemática do mesmo pode ser vista a seguir:

$$C6 = \frac{6.394 \cdot 10^{-2} \cdot s^2 + 3.254 \cdot 10^{-3} \cdot s + 3.175 \cdot 10^{-5}}{s^2 + 0.3125 \cdot s} \quad (54)$$

O controlador C7 é sintonizado para :

$$\frac{T_2}{F_2} = \frac{G9}{(\tau_{10} \cdot s + 1) \cdot ((\tau_5 + \tau_{10})s + 1)} \quad (55)$$

O mesmo apresenta $\lambda = 1$. Mais uma vez, o controlador C7 apresenta tal forma diferente da comumente vista ao longo do trabalho dado que é necessário levar-se em conta as influências da comunicação física entre os dois tanques. Para síntese de C7 reduziu-se a FT $\frac{T_2}{F_2}$ para uma FT de 1ª ordem através dos métodos de Skogestad, como apresentado na Figura 2 da seção 2.5.1. Uma representação matemática do mesmo pode ser vista a seguir:

$$C7 = - \frac{2.789 \cdot 10^{-3} \cdot s^2 + 8.1 \cdot 10^{-5} \cdot s + 4.584 \cdot 10^{-7}}{s^2 + 0.1685 \cdot s} \quad (56)$$

O controlador de temperatura C4 ($\frac{T_1}{Pot}$) é o mesmo da estratégia em cascata, conforme visto na Equação (51).

Uma representação visual do controle em cascata é mostrada na Figura 20.

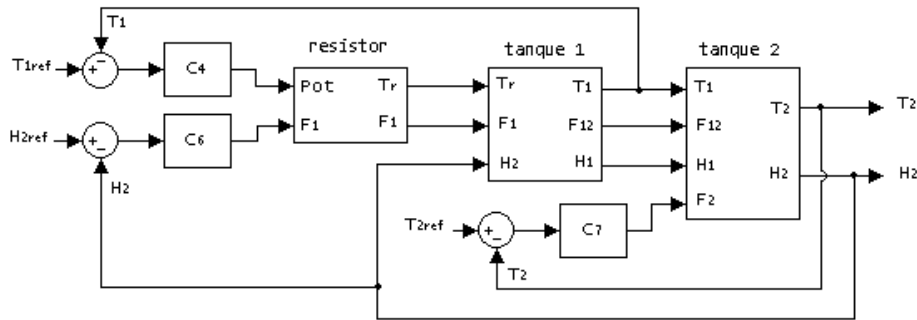


Figura 20: Implementação do controle cruzado.

Complementarmente, pode-se observar também a estrutura do sistema em um nível de abstração mais elevado no diagrama de instrumentação (Castrucci et al., 2011) apresentado na Figura 21 abaixo:

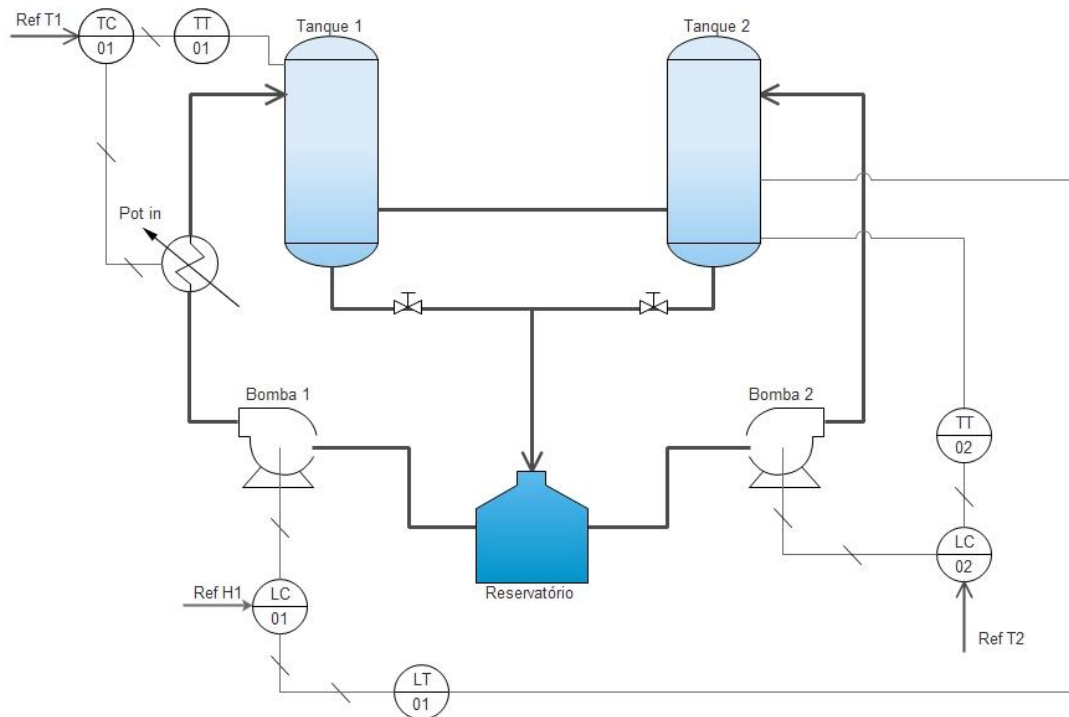


Figura 21: Diagrama de instrumentação do sistema sob controle cruzado.

4.3.2 SIMULAÇÕES E GRÁFICOS

A seguir são apresentados os resultados das simulações propostas no início do capítulo. Na Figura 22 é apresentada a resposta ao degrau na referência de T_2 . Na Figura 23 é apresentada a resposta ao degrau na referência de H_2 . Na Figura 24 são apresentados os sinais dos controladores da planta, a título de um melhor entendimento das dinâmicas de sistema ao longo do processo.

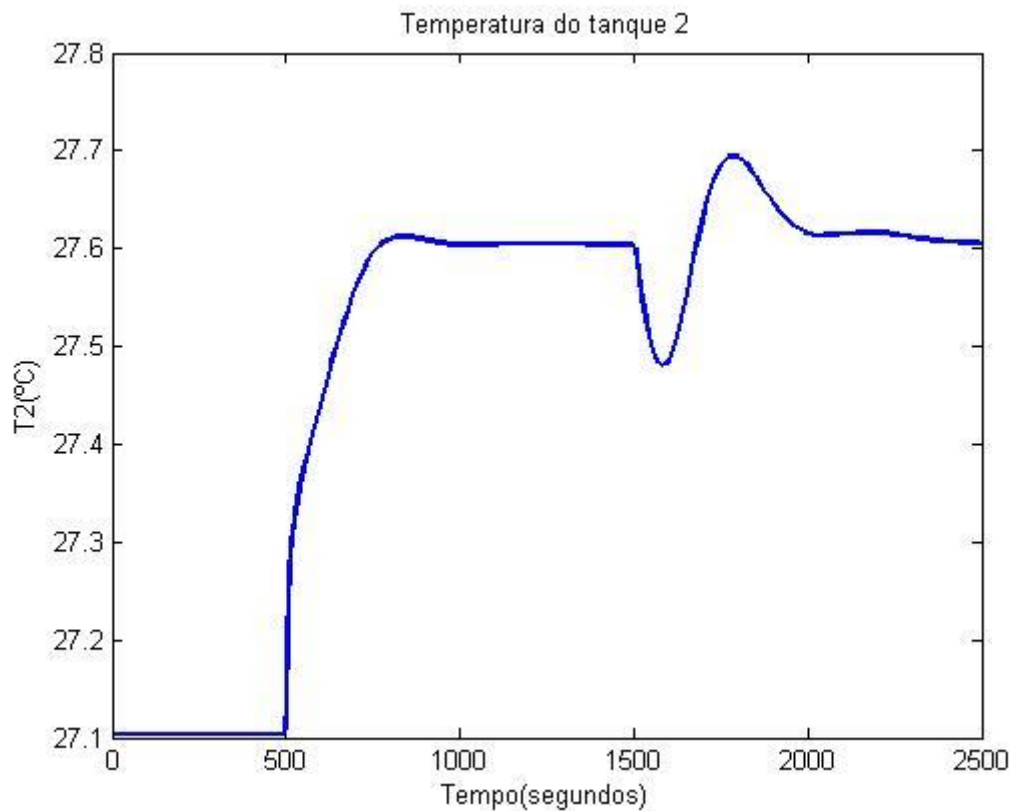


Figura 22: : Resposta de T_2 a rotina de simulação. Degrau de $+0.5^\circ\text{C}$ na referência de T_2 em $t=500\text{s}$. Degrau de $+6\text{cm}$ na referência de H_2 em $t=1500\text{s}$.

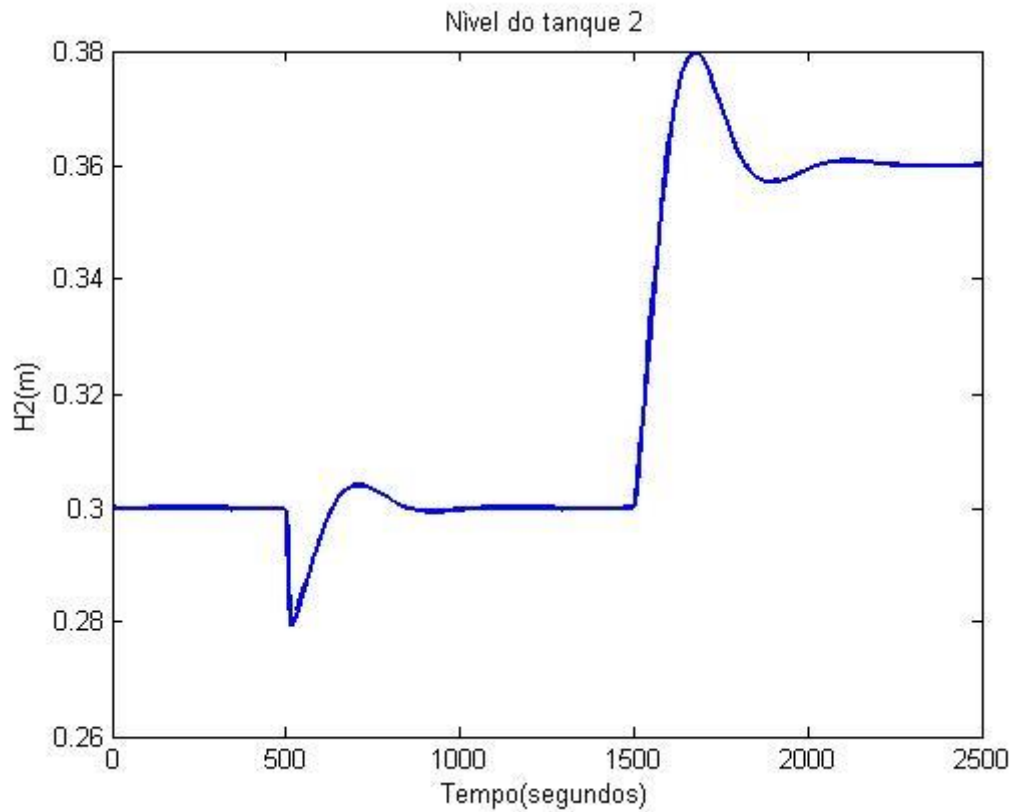


Figura 23: Resposta de H₂ a rotina de simulação. Degrau de +0.5°C na referência de T₂ em t =500s. Degrau de +6cm na referência de H₂ em t = 1500s.

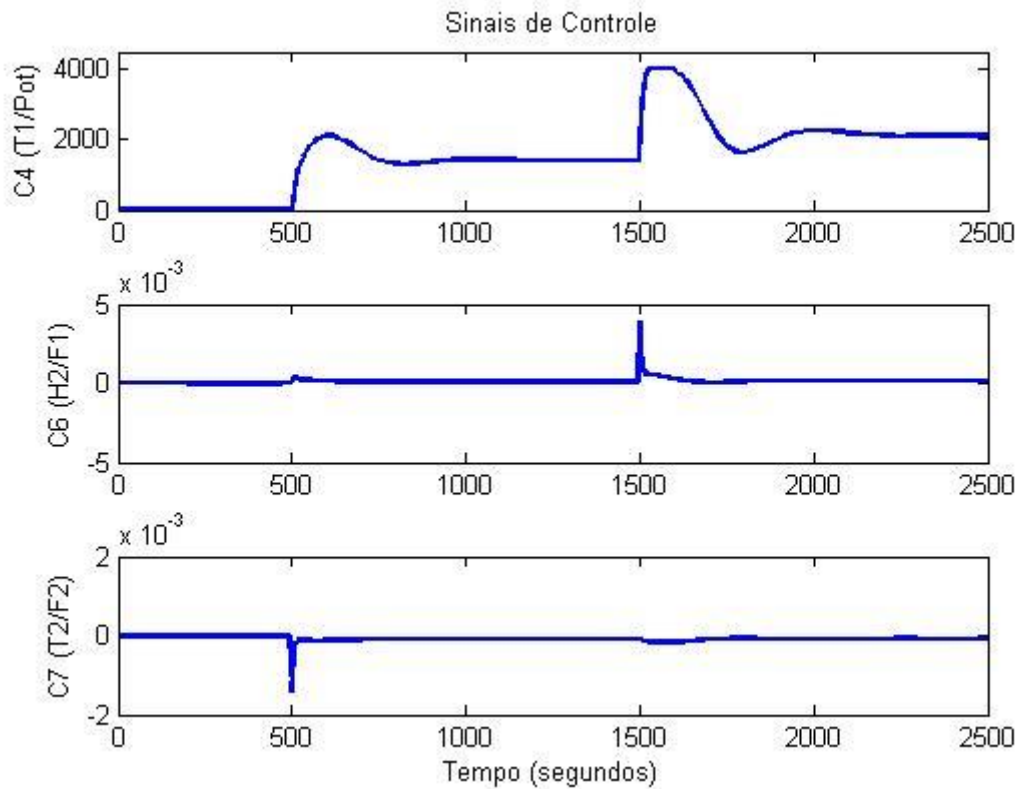


Figura 24: Sinais de controle do sistema sob controle cruzado. Degrau de +0.5°C na referência de T₂ em t =500s. Degrau de +6cm na referência de H₂ em t = 1500s.

No presente caso, vê-se que o sistema apresentou uma dinâmica mais próxima a de um sistema de primeira ordem na resposta da temperatura, contudo sofre com um sobressinal na resposta do nível. Mesmo assim, o sistema apresentou maior agilidade de resposta quando comparado as duas estratégias anteriores.

Sob a presente estratégia de controle, o sistema apresentou maior dificuldade em controlar a perturbação no nível quando o degrau na temperatura é ativado. Vê-se que a resposta da temperatura a perturbação no nível é melhor controlada.

Analisando-se os sinais de controle, vê-se que a probabilidade de uma saturação na prática é diminuída dado que os sinais e controle são menos bruscos e permanecem por pouco tempo em regiões-limite.

4.4 CONTROLE VIA ANÁLISE RGA

Após a implementação de estratégias baseadas na análise empírica e baseada na tabela de ganhos em malha aberta do sistema, foi decidido o uso de ferramentas mais formais para a determinação da presente estratégia de controle. Justifica-se o uso da análise via uma matriz RGA dado o nível de acoplamento presente entre as variáveis do sistema.

4.4.1 PROJETO E SINTONIA DA ESTRUTURA DE CONTROLE

Analisando-se as equações linearizadas do sistema, pôde-se obter as funções que relacionam as variáveis controladas com as variáveis manipuladas e de processo correspondentes, para que assim fosse possível começar a análise RGA.

Valendo-se dos métodos apresentados pelo grupo de Equações (9), (10) e (11), da seção 2.7.1, pode-se calcular a matriz de ganhos estáticos de malha aberta $G(0)$, dada por:

$$G(s) = \begin{bmatrix} K_{H2T1} & K_{H2H1} & K_{H2F2} \\ K_{T2T1} & K_{T2H1} & K_{T2F2} \end{bmatrix} \quad (57)$$

Tem-se que:

$$G(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0.63 & 318 \\ 0.58 & 1.628 & -4.399 * 10^3 \end{bmatrix} \quad (58)$$

A partir dessa matriz $G(0)$, pode-se calcular a matriz RGA como visto na Equação (13), dado que $G(0)$ não é uma matriz quadrada, tal que:

$$\Lambda(G) = \begin{bmatrix} 0 & 0.84 & 0.16 \\ 0.0031 & 0.1569 & 0.84 \end{bmatrix} \quad (59)$$

A partir da matriz RGA obtida, conclui-se que, H_1 deve ser utilizada para controlar H_2 , sugerindo-se um controle em cascata, e F_2 deve ser utilizada para controlar T_2 .

Dessa forma, tem-se agora que aplicar a análise RGA para a variável de processo H_1 isoladamente, tal que calculando-se a nova matriz $G(0)$, dada por:

$$G(s) = [K_{H1F1} \quad K_{H1F2}] \quad (60)$$

Tem-se que:

$$G(0) = [1351.35 \quad 859.46] \quad (61)$$

O que nos dá a matriz RGA:

$$\Lambda(G) = [0.712 \quad 0.288] \quad (62)$$

Dessa forma, vê-se que H_1 deve ser controlada por F_1 .

Dessa forma, vale-se dos controladores: C2 ($\frac{H1}{F1}$), C4 ($\frac{T1}{Pot}$) e C7 ($\frac{T2}{F2}$) já apresentados nas Equações (49), (51) e (56), respectivamente, e implementa-se o controlador C8, sintonizado por:

$$\frac{H2}{H1} = \frac{K_{11}}{(\tau_{11}s+1)(\tau_4s+1)\left(\left(\frac{\tau_{11}}{1-K_{11}}\right)s+1\right)} \quad (63)$$

O mesmo apresenta $\lambda = 0.5$. Tal controlador apresenta essa forma devido a comunicação física entre os tanques. Para síntese de C8 reduziu-se a FT $\frac{H2}{H1}$ para uma FT de 1ª ordem através dos métodos de Skogestad, como apresentado na Figura 2 da seção 2.5.1. Uma representação matemática do mesmo pode ser vista a seguir:

$$C8 = \frac{31.74*s^2+1.499*10^{-4}*s+1.587*10^{-2}}{s^2+0.3125*s} \quad (64)$$

Uma representação visual do controle via análise RGA é mostrada na Figura 25.

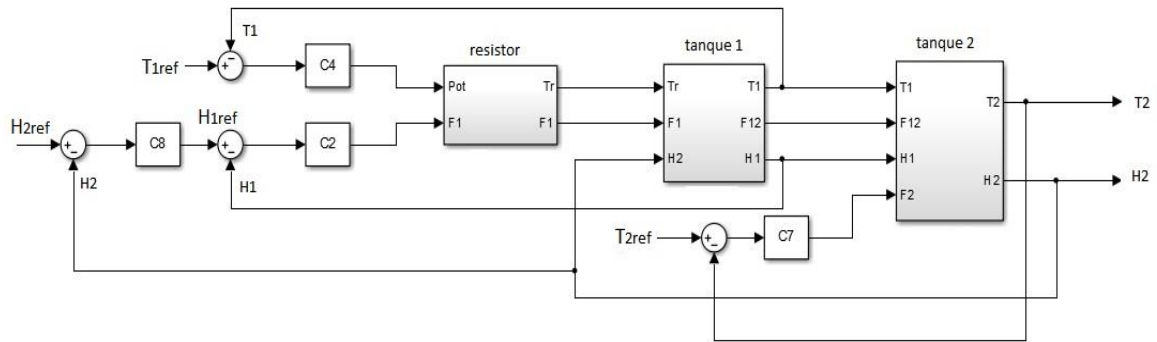


Figura 25: Implementação do controle via análise RGA.

Complementarmente, pode-se observar também a estrutura do sistema em um nível de abstração mais elevado no diagrama de instrumentação (Castrucci et al., 2011) apresentado na figura 26 a seguir:

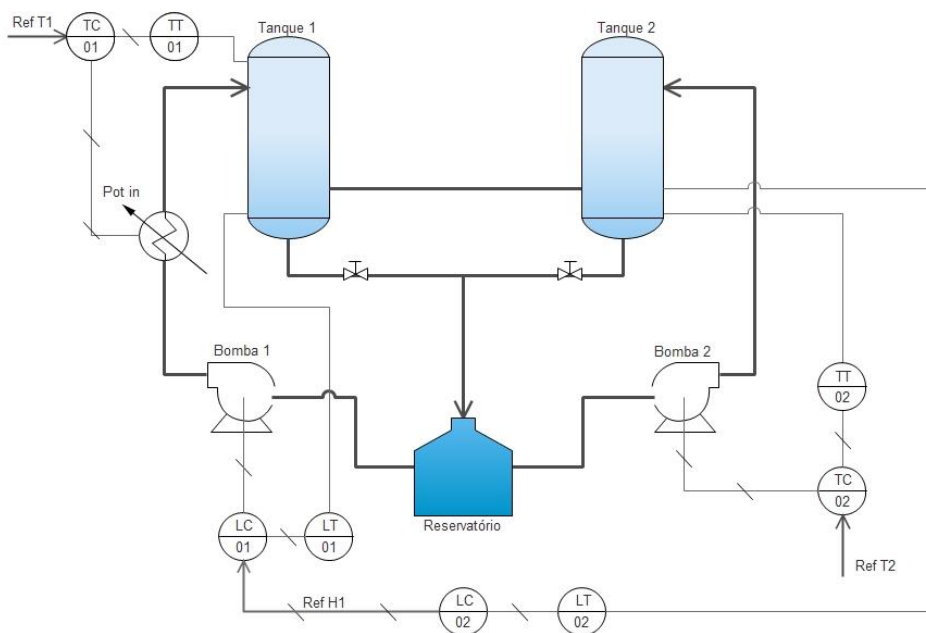


Figura 26: Diagrama de instrumentação do sistema via análise RGA.

4.4.2 SIMULAÇÕES E GRÁFICOS

A seguir são apresentados os resultados das simulações propostas no início do capítulo. Na Figura 27 é apresentada a resposta ao degrau na referência de T_2 . Na Figura 28 é apresentada a resposta ao degrau na referência de H_2 . Na Figura 29 são apresentados os sinais dos controladores da planta, a título de um melhor entendimento das dinâmicas de sistema ao longo do processo.

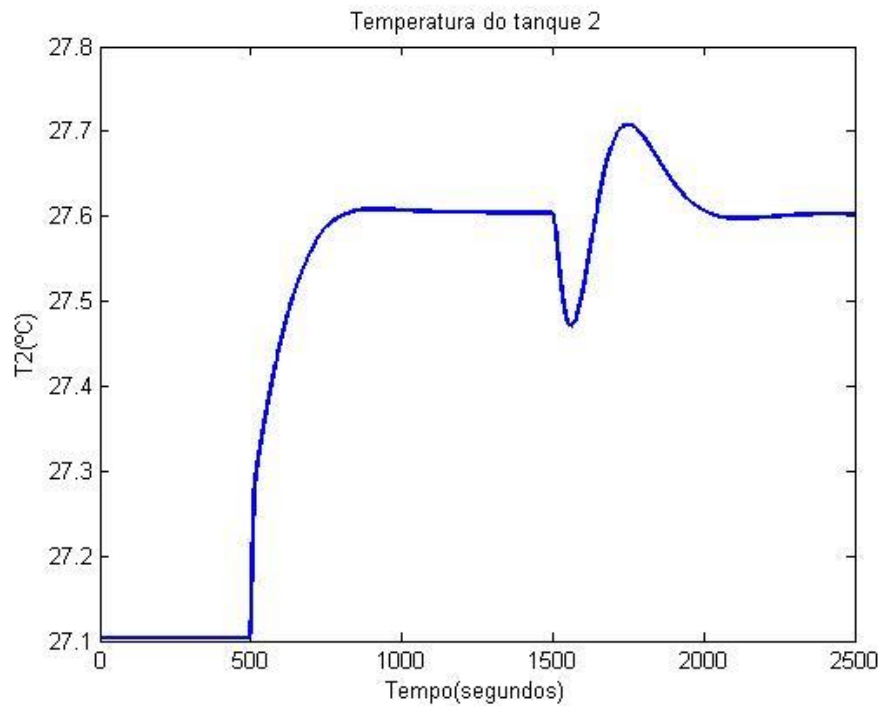


Figura 27: Resposta de T_2 a rotina de simulação. Degrau de $+0.5^\circ\text{C}$ na referência de T_2 em $t = 500\text{s}$. Degrau de $+6\text{cm}$ na referência de H_2 em $t = 1500\text{s}$.

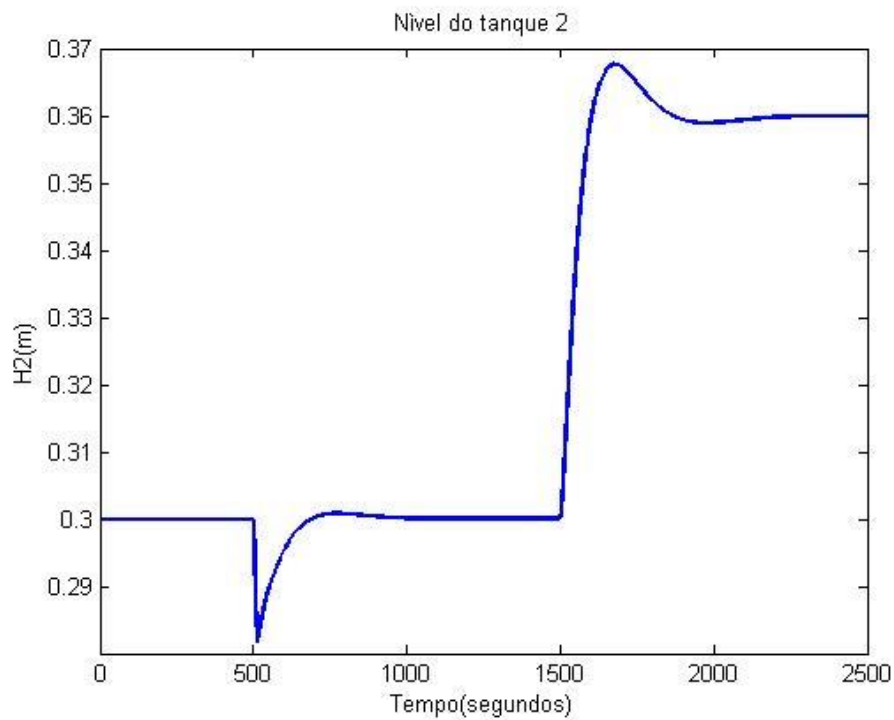


Figura 28: Resposta de H_2 a rotina de simulação. Degrau de $+0.5^\circ\text{C}$ na referência de T_2 em $t = 500\text{s}$. Degrau de $+6\text{cm}$ na referência de H_2 em $t = 1500\text{s}$.

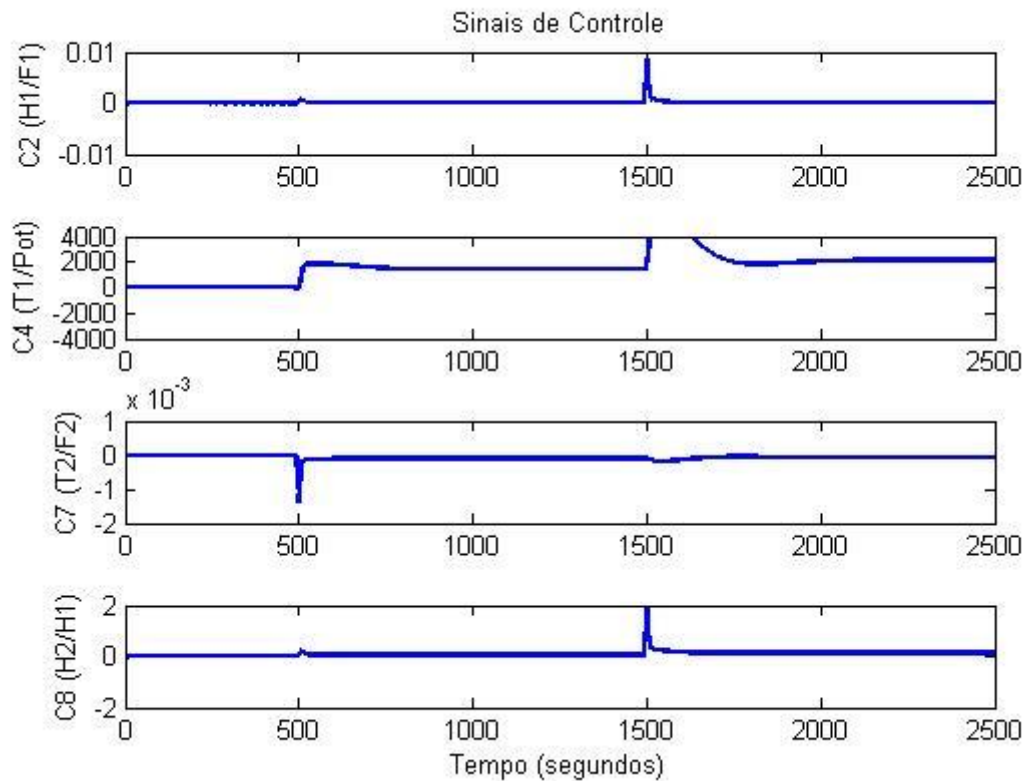


Figura 29: Sinais de controle do sistema sob controle via análise RGA. Degrau de +0.5°C na referência de T_2 em $t=500s$. Degrau de +6cm na referência de H_2 em $t=1500s$.

No presente caso, vê-se que o sistema apresentou uma dinâmica bastante próxima a de um sistema de primeira ordem na resposta da temperatura, contudo sofre com um sobressinal na resposta do nível. Mesmo assim, o sistema apresentou melhor velocidade de resposta quando comparado as três estratégias anteriores.

Sob a presente estratégia de controle, o sistema apresentou certa dificuldade de controlar a perturbação no nível quando o degrau na temperatura é ativado. Mas vê-se a resposta da temperatura a perturbação no nível é melhor controlada.

Analisando-se os sinais de controle, vê-se que a probabilidade de uma saturação na prática é diminuída dado que os sinais e controle são mais suavizados e permanecem por pouco tempo em regiões-limite.

CAPÍTULO 5 – ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS

Como discutido no começo do presente texto, uma das principais motivações do projeto era implementar uma comparação entre diferentes estratégias de controle para um mesmo sistema. No presente capítulo, será desenvolvido um comparativo entre o desempenho de cada uma das estratégias de controle apresentadas no capítulo anterior.

Para tal, será inicialmente utilizada uma abordagem gráfica para se estabelecer tal paralelo e num segundo momento valer-se-á de indicadores de desempenho como ISE, IAE e ITAE para se obter uma idéia quantitativa da performance de cada uma das estratégias.

Visando-se manter a consistência da presente análise, o roteiro das simulações é o mesmo para cada uma das situações, conforme apresentado na introdução do capítulo 4, com um tempo de simulação de 2500 segundos, um degrau de +0.5 °C na referência de T_2 num instante de 500 segundos após o início da simulação e um degrau de +6 cm na referência de H_2 num instante de 1500 após o início da simulação.

5.1 ANÁLISE GRÁFICA

Na presente seção serão apresentados gráficos das respostas do sistema operando sob cada uma das estratégias propostas. Para efeitos de maximizar o poder comparativo da análise gráfica, as respostas de cada estratégia são apresentadas juntas, desenvolvendo-se então uma discussão sobre a performance de cada uma delas.

O gráfico conjunto da resposta de T_2 é mostrado na Figura 30 e a resposta conjunta de H_2 é apresentada na Figura 30, mostradas a seguir:

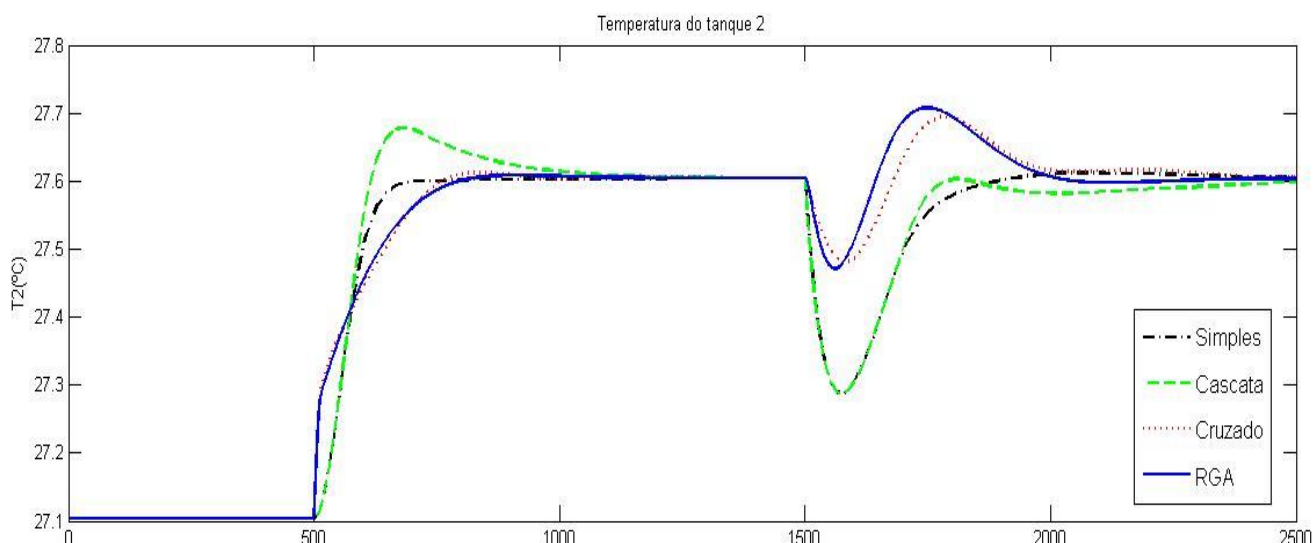


Figura 30: Representação conjunta da resposta de T_2 a rotina de simulação. Degrau de +0.5°C na referência de T_2 em $t = 500$ s. Degrau de +6cm na referência de H_2 em $t = 1500$ s.

Analisando a resposta da temperatura do sistema na Figura 30, vê-se que o Controle Simples e em Cascata apresentam respostas parecidas tanto no degrau na referência de T_2 quanto na resposta a perturbação causada com o degrau na referência de H_2 . Cabe notar também que a resposta do Controle Simples apresenta melhor desempenho que a do Controle em Cascata, visto no menor sobrepasso e menor tempo de resposta.

Com relação ao Controle Cruzado e via Análise RGA, vê-se que os dois apresentam comportamento semelhante, cabendo notar que o Controle Cruzado apresenta menor sobrepasso, mas um tempo de resposta maior. Por fim, vale notar ainda que o Controle Cruzado e RGA apresentam uma resposta geral melhor do que os Controles Simples e Cruzado, no que se refere a resposta da temperatura.

O gráfico conjunto da resposta de H_2 é apresentado na Figura 31, a seguir:

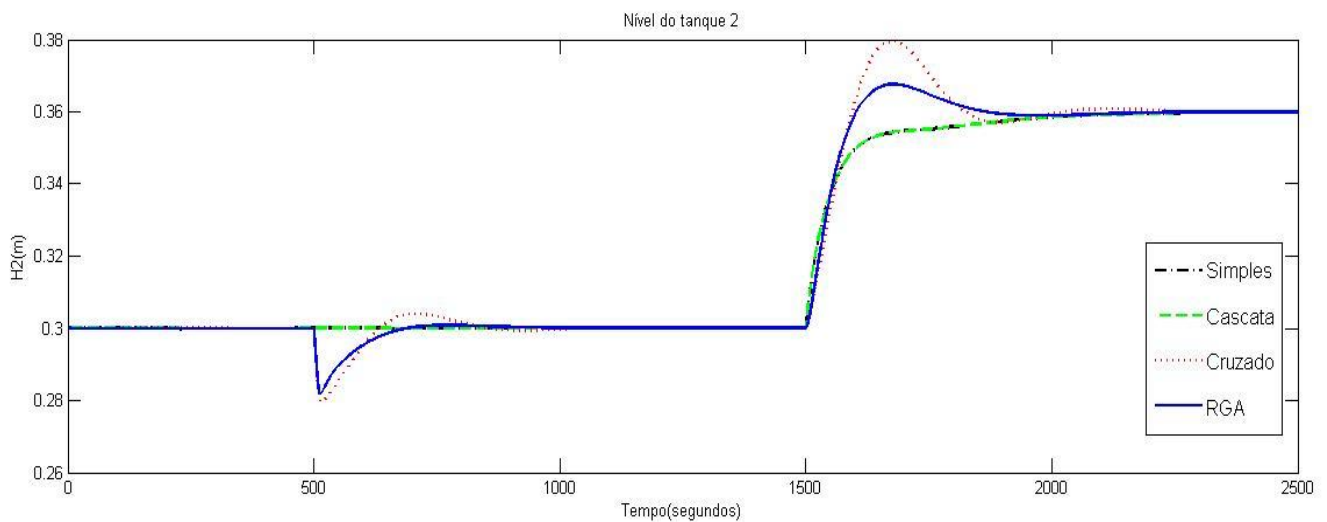


Figura 31: Representação conjunta da resposta de H_2 a rotina de simulação. Degrau de $+0,5^\circ\text{C}$ na referência de T_2 em $t = 500$ s. Degrau de $+6\text{cm}$ na referência de H_2 em $t = 1500$ s.

Analisando-se a resposta do nível do sistema na Figura 31, vê-se que o Controle Simples e o Controle em Cascata não são afetados pela perturbação causada pelo degrau na referência de T_2 e apresentam respostas satisfatoriamente rápidas e sem sobrepasso no degrau da referência de H_2 .

A seguir são apresentadas as respostas comparativas de T_1 (Figura 32) e H_1 (Figura 33), para termos de comparação e uma melhor compreensão das dinâmicas do sistema.

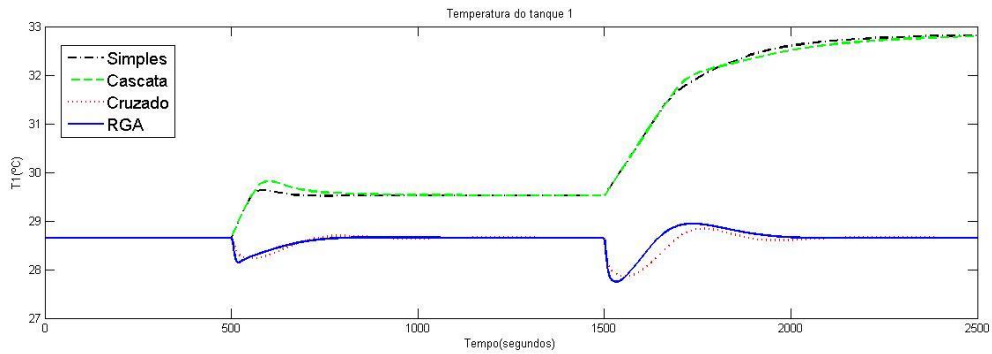


Figura 32: Representação conjunta da resposta de T_1 a rotina de simulação. Degrau de $+0.5^\circ\text{C}$ na referência de T_2 em $t=500\text{s}$. Degrau de $+6\text{cm}$ na referência de H_2 em $t=1500\text{s}$.

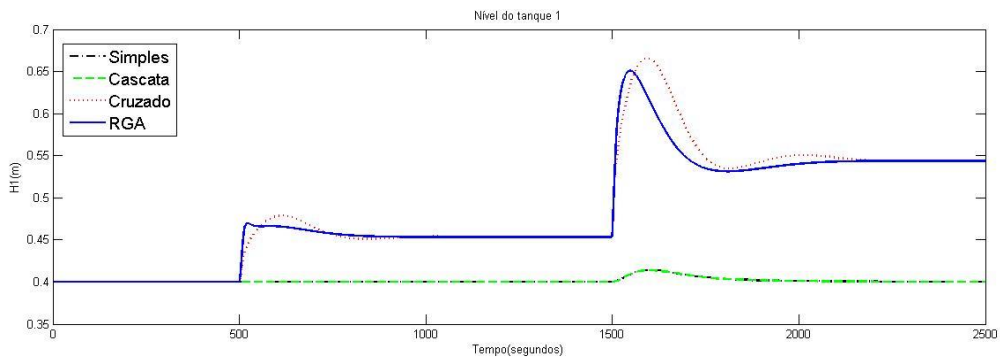


Figura 33: Representação conjunta da resposta de H_1 a rotina de simulação. Degrau de $+0.5^\circ\text{C}$ na referência de T_2 em $t=500\text{s}$. Degrau de $+6\text{cm}$ na referência de H_2 em $t=1500\text{s}$.

Com relação ao Controle Cruzado e via Análise RGA, percebe-se que ambos são afetados pelo degrau na referência de T_2 e apresentam certo sobrepasso na resposta ao degrau na referência de H_2 , contudo são sensivelmente mais rápidos na resposta ao degrau no nível. Cabe notar também que o Controle via Análise RGA apresenta menos sobrepasso e resposta mais rápida que o Controle Cruzado.

Com base no que foi mostrado, pode-se concluir que os Controles Simples e em Cascata apresentam um melhor desempenho no controle do nível H_2 , enquanto os Controles Cruzado e RGA apresentam melhor desempenho no controle da temperatura T_2 . Cabe notar por fim que o Controle RGA apresenta uma resposta grandemente satisfatória sobre cada uma das situações da rotina de simulação.

5.2 ANÁLISE QUANTITATIVA

Na presente seção o processo comparativo será dado por meio da análise quantitativa das respostas do sistema. Para tal, serão utilizados os indicadores de desempenho ISE, IAE e ITAE.

Escolheu-se tal gama de indicadores dada a forma diferente como cada um deles trata o erro do sistema, oferecendo assim melhor compreensão das características de cada uma das estratégias desenvolvidas. Sendo que a definição matemática de cada um dos métodos pode ser vista nas Equações (14), (15) e (16) da seção 2.8.

Valendo-se da rotina de simulação descrita anteriormente, obteve-se a Tabela 5 para a resposta de T_2 e a Tabela 6 para a resposta de H_2 , ambas apresentadas a seguir:

Tabela 5: Resultados dos indicadores de desempenho ISE, IAE e ITAE para T_2 .

Estratégia	ISE	IAE	ITAE
Simples	24.11	91.23	$1.109 \cdot 10^5$
Cascata	24.5	106.6	$1.291 \cdot 10^5$
Cruzado	10.37	72.39	$8.374 \cdot 10^4$
RGA	10.61	70.85	$8.016 \cdot 10^4$

Tabela 6: Resultados dos indicadores de desempenho ISE, IAE e ITAE para H_2 .

Estratégia	ISE	IAE	ITAE
Simples	0.09776	4.628	7636
Cascata	0.09776	4.628	7636
Cruzado	0.1785	7.953	$1.099 \cdot 10^4$
RGA	0.1236	5.365	7241

Tal análise quantitativa fornece dados matematicamente mensuráveis para a resposta do sistema à rotina de simulação. Tal característica se faz interessante quando se deseja consolidar com maior rigor uma análise gráfica já feita e baseada na experiência de trabalho com sistemas de controle.

O que se pode observar das tabelas acima é uma confirmação do que foi discutido na seção anterior do presente capítulo, ou seja, vê-se que os Controles Simples e em Cascata são melhores para lidar com alterações no nível, enquanto os Controles Cruzado e RGA são melhores para lidar com alterações na temperatura.

Vê-se também que, de forma geral, o Controle via Análise RGA, dado o estudo dedicado ao acoplamento de variáveis, apresenta uma resposta geral melhor e mais robusta.

CAPÍTULO 6 – CONCLUSÃO

Um processo de mistura didático foi descrito, sendo composto de dois tanques interligados e uma unidade de aquecimento. Foi considerado o problema de controle de nível e temperatura de tanques. Os modelos matemáticos de fluxo de saída, nível e temperatura dos tanques foram obtidos analiticamente, empregando princípios de conservação de massa e energia. Após a linearização em torno de um ponto de operação, o sistema foi representado por funções de transferência. De posse de tais funções de transferência e modelos matemáticos, implementou-se o sistema no ambiente Simulink do MatLab.

Controladores PI e PID foram projetados com base nas funções de transferência. Quatro estratégias de controle foram propostas, cada uma baseada numa abordagem diferente, tanto empírica, quanto pelo uso de tabelas de ganhos, ou por análise de ganhos relativos. Comparações gráficas e quantitativas foram estabelecidas entre as mesmas, baseadas numa mesma rotina de simulação, visando-se garantir a consistência do experimento.

Por fim, pôde-se verificar que cada estratégia possui vantagens e desvantagens em relação as outras e em relação a situação sendo analisada. Convém notar porém que a estratégia de controle via análise RGA apresentou melhores resultados em geral, indicando fortemente que o estudo do acoplamento de variáveis em sistemas MIMO é de grande importância e eficácia.

Como trabalho futuro, planeja-se implementar fisicamente o sistema proposto e modelado, assim como testar na prática o funcionamento do mesmo sob as referidas estratégias de controle discutidas nesse texto. Analisando-se as respostas gráficas do sistema, sugere-se que a potência da unidade de aquecimento seja aumentada para trabalhos futuros, visando melhorar a velocidade de resposta, caso queira-se manter as presentes dimensões do sistema. Planeja-se também incorporar a dinâmica das bombas no projeto, assim como desenvolver-se o projeto de controle com desacopladores e no espaço de estados.

O presente projeto de pesquisa foi publicado no Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente desse ano (SBAI 2015), com o título “PROJETO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE MULTIMALHAS EM PROCESSO DIDÁTICO DE MISTURA E AQUECIMENTO”. O projeto também teve participação de Luan Pimenta Medeiros, estudante de Engenharia Elétrica, presente em todas as etapas de desenvolvimento do trabalho aqui descrito.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bastos, F.A. A. (1980). Problemas de Mecânica dos Fluidos, Guanabara Dois, Rio de Janeiro.
- Braun, W. D.; Rivera, D. E. and Stenman, A. (2010). A 'Model-on-Demand' identification methodology.
- Bode, H.W. (1945). Network Analysis and Feedback Amplifier Design. Van Nostrand, New York.
- Bristol, E.H. (1996). "On a new measure of interaction for multivariable process control". IEEE Transactions on Automatic Control, AC-11, pp.133-134.
- Castrucci, P. B. L.; Bittar, A.; Sales, R. M. (2011). Controle Automático, LCT.
- Dressman, J. B. and Fleisher, D. (1986). Mixing-Tank Model for Predicting Dissolution Rate Control of Oral Absorption in Journal of Pharmaceutical Sciences.
- Dorf, R. C. (1980). Modern Control Systems Third Edition. Addison-Wesley, Reading, MA.
- Faanes, A and Skogestad, S. (2003). Buffer Tank Design for Acceptable Control Performance in Ind. Eng. Chem. Res.
- Huang, B and Sun, Y. (2004). Modeling and analysis of industrial hybrid systems based on first order and second order FSPN in Proceedings of the Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Shanghai.
- Hurwitz, A. (1895). On the conditions under which an equation has only roots with negative real parts, Math. Ann., 46, 273-284.
- Hutchinson, C.E. (1984). The Kalman Filter Applied to Aerospace and Electronic Systems. IEEE Trans. Aero. Elect. Syst. AES-20.500-504.
- Kuo, B. C. (1982). Automatic Control Systems, 4th edition. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ.
- Loh, E.J. and Chiu, M. (2007). Robust Decentralized Control of Non-Square Systems in Chemical Engineering Communications.
- Lee, T. K.; Shen, J. and Chiu M. (2000). Independent design of robust partially decentralized controllers in Journal of Process Control. Res. 2014, 53, 5038-5047
- Luyben, M.L.; Tyréus, B.D.; Luyben, W.L. (1998). "Plantwide Process Control". McGraw-Hill, New York.
- Lyapunov, A. M. (1992). The general problem of the stability of motion (traduzido para inglês por A. T. Fuller). Int. J. Control 55, 531-773.
- Minorsky, N. (1922). "Directional stability of automatically steered bodies." J. Amer. Soc. Of Naval Engineers, pp. 280-309, v. 34.
- Nyquist, H. (1932). "Regeneration theory," Bell Syst. Tech. J., vol. 11, pp. 126-147.
- Ogata, K. (1982). "Engenharia de Controle Moderno". Tradução de: KOHN, A.F. e MORAES, J.C.T.B. Prentice/Hall do Brasil, Rio de Janeiro.
- Ogunnaike, B. A.; Ray and Ray, W. H. (1994). Process Dynamics, Modeling and Control. Oxford Press University, New York, 1994, 1,260 pp.
- Ricardez Sandoval, L. A.; Budman, H. M. and Douglas P. L. (2008). Simultaneous design and control of processes under uncertainty: A robust modelling approach in Journal of Process Control. Volume 63, Pages 1601-1607
- Routh, E. J. (1877). A Treatise on the Stability of a Given State of Motion. Macmillan, London.
- Shinnars, S. M. (1998). Modern control system theory and design.
- Skogestad, S. (2003). Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning in Journal of Process Control. Vol. 13, pp. 291-309
- Smith, C. A. and Corripio, A. B. (2008). Princípios e Prática do Controle Automático do Processo, LTC, Brazil.
- Stephanopoulos, G. (1984). Chemical Process Control. Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- White, F.M. (2002); Mecânica dos Fluidos, 4ª Edição, McGraw-Hill, Rio de Janeiro.

Ziegler, J.G.; Nichols, N.B. (1942). Optimum Settings For Automatic Controllers, Trans. Of the A.S.M.E. 64, 759-768.

ANEXOS

Anexo I – Visão interna do diagrama de blocos usado no Simulink.

Anexo II – Artigo publicado no SBAI 2015 “PROJETO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE MULTI-MALHAS EM PROCESSO DIDÁTICO DE MISTURA E AQUECIMENTO”.

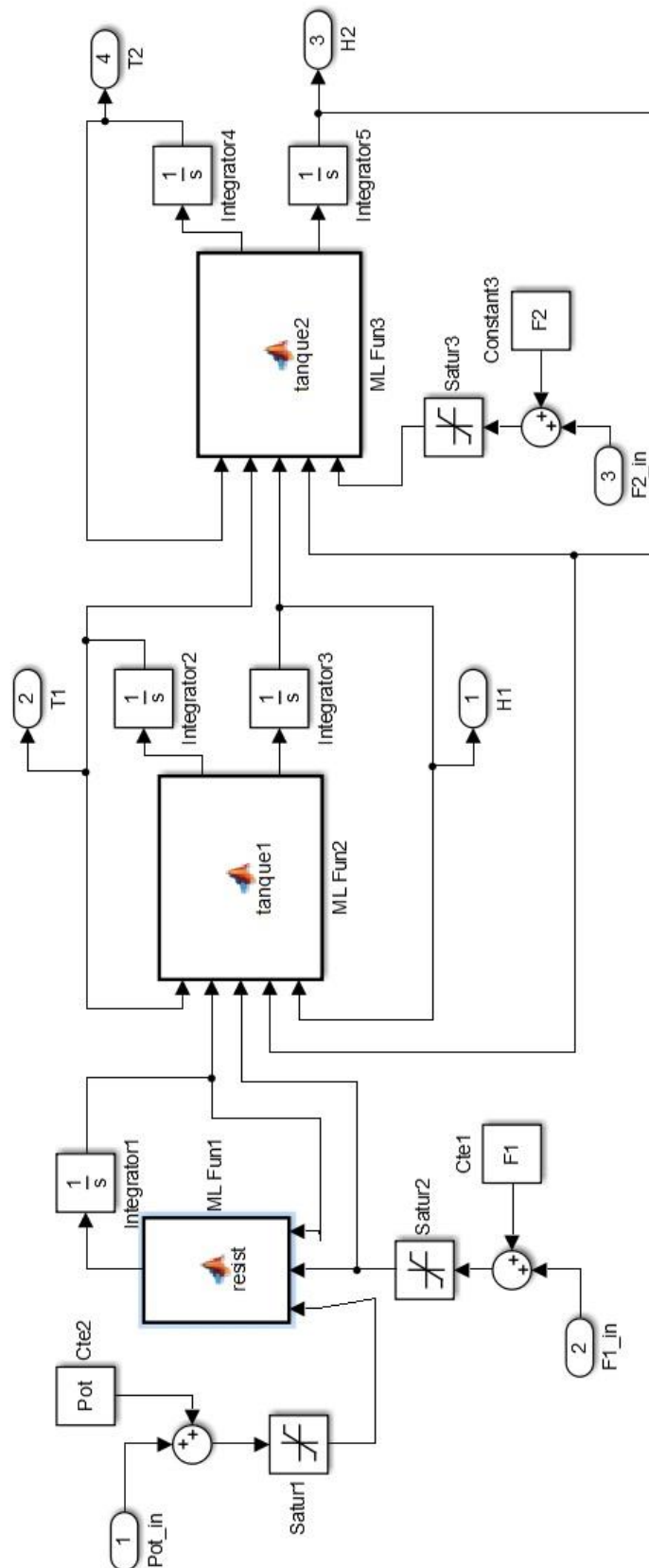


Figura 34: Visão expandida dos diagramas de blocos utilizados nas simulações do Simulink.

PROJETO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE MULTI-MALHAS EM PROCESSO DIDÁTICO DE MISTURA E AQUECIMENTO

LUAN R. P. MEDEIROS, PAULO E. F. DE SOUZA, EDUARDO S. TOGNETTI

*Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília,
UnB Brasília, DF, Brasil*

E-mails: luan.rafael@hotmail.com, pe_fs@hotmail.com, estognetti@ene.unb.br

Abstract— This paper deals with the problem of process control involving mixing solutions. The mathematical modeling of a didactic process water mixture is presented with different temperatures in which is required to control the level and temperature in a tank. The process can be constructed for teaching purposes because of their low complexity but allows the study of control strategies typically used in industrial plants. Three control strategies for the problem are displayed, to be one univariate and two multi-meshes. The models used were implemented in computational environment for evaluation of control strategies.

Keywords— Process control, multiloop control, mixing processes, modeling.

Resumo— Este trabalho lida com o problema de controle de processos envolvendo mistura de soluções. É apresentado a modelagem matemática de um processo didático de mistura de água com temperaturas diferentes em que se deseja controlar o nível e a temperatura em um tanque. O processo pode ser construído para fins didáticos devido a sua baixa complexidade mas permite o estudo de estratégias de controle tipicamente utilizadas em plantas industriais. São apresentadas três estratégias de controle para o problema, sendo uma monovariável e duas multi-malhas. Os modelos utilizados foram implementados em ambiente computacional para avaliação das estratégias de controle.

Palavras-chave— Controle de processos, controle multi-malhas, processos de mistura, modelagem.

1 Introdução

O estudo de processos envolvendo mistura de soluções é de grande importância para diversos processos industriais (Dressman et al., 1986; Huang et al., 2004). Dessa forma, vários trabalhos na literatura de controle de processos têm apresentado estratégias de controle para esse problema (Braun et al., 2010; Loh et al., 2007; Lee et al., 2000; Ricardez Sandoval et al., 2008). Processos com controle de nível e trocas de calor são também muito frequentes em indústria químicas e envolvem grandes gastos energéticos.

O presente artigo apresenta diferentes estratégias para o controle de nível de tanques e aquecimento de um processo didático de mistura, possível de ser implementado em ambientes educacionais. Para isso é desenvolvido um modelo matemático empregando princípios de conservação de massa e energia. Este modelo é implementado em ambiente de simulação utilizando softwares Matlab e Simulink, permitindo a comparação qualitativa e quantitativa, por meio de indicadores de desempenho. Analisa-se a rejeição de distúrbios e acompanhamento de referência em malha fechada das diversas estratégias estudadas.

O artigo foi organizado da seguinte forma: a Seção 2 apresenta a modelagem matemática do processo. A Seção 3 mostra as estratégias de controle implementadas, os controladores obtidos e os testes realizados. A Seção 4 apresenta uma análise dos resultados, e a Seção 5, as conclusões.

2 Descrição do sistema de mistura

Seja o processo de mistura com dois tanques cilíndricos de alumínio ligados entre si pela base, e alimentados por duas bombas acionadas por inversores de frequência. Considere também um sensor de nível instalado em cada tanque, e três sensores de temperatura: um na unidade de aquecimento resistiva de água e os outros dois distribuídos em cada um dos tanques. O líquido considerado no processo foi água. Assume-se que está perfeitamente agitada nos tanques (temperatura no tanque igual à temperatura na saída).

Segue na Figura 1 a representação do processo em malha aberta.

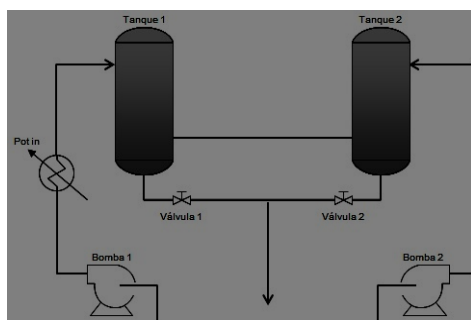


Figura 1. Sistema de mistura.

A descrição do processo é a seguinte: a água da saída da bomba 1 passa por uma unidade de aquecimento antes de chegar no tanque 1. O tanque 2 recebe a água aquecida do tanque 1 por meio de uma ligação interativa, e água do reservatório à temperatura ambiente por meio da bomba 2. O fluxo do tanque 1 para o tanque 2 é devido somente à diferença de nível entre os tanques, e pode ser controlado ajustando-se o nível do tanque 1. A válvula 1 permanece fechada e a válvula 2 é mantida em posição constante. O fluxo de saída do tanque 2 é descartado para a rede de esgoto.

Justifica-se o uso do tanque 1, como visto em Faanes et al. (2003), pelo fato de servir como amortecedor das oscilações de fluxo e temperatura da bomba 1 e do aquecedor.

As variáveis manipuladas do sistema são as velocidades de rotação das bombas, conseqüentemente seus fluxos, e a potência da unidade de aquecimento. A perda térmica para o ambiente foi desprezada. As variáveis medidas são os níveis, as temperaturas da água em cada um dos tanques, e a temperatura de saída da unidade de aquecimento. Como variáveis controladas temos o nível e a temperatura da água no tanque 2. Os parâmetros da planta, as unidades de engenharia e as variáveis de processo são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1. Nomenclatura e constantes utilizadas.

Pot (W): Potência fornecida para a unidade de aquecimento (variável controlada)
H_1 (m): nível de água do tanque 1 (variável medida)
H_2 (m): nível de água do tanque 2 (variável medida/desejada)
H_{xref} (m): nível de referência
T_1, T_2 (°C): temperatura da água nos tanques 1 e 2 (variável medida / desejada)
T_r (°C): temperatura de saída da unidade de aquecimento
F_1, F_2 (m ³ /s): fluxo de entrada dos tanques 1 e 2
F_{12} (m ³ /s): fluxo de saída do tanque 1 para o 2
g (m/s ²): gravidade = 9.8
r (m): raio dos tubos de saída = $9.525 \cdot 10^{-3}$
A (m ²): área dos tanques = 0.125
F_{out} (l/s): fluxo de saída do tanque 2
ρ (kg/m ³): densidade da água = 1000
c_p (J/kg·K): calor específico da água = 4186
T_{ent} (°C): temperatura de entrada da água = 25
T_{xref} (°C): temperatura de referência
$V_{resistor}$ (m ³): volume da unidade de aquecimento = 0.015

2.1 Modelagem matemática

Para o dimensionamento das vazões das bombas em regime permanente do sistema, valeu-se das equações da hidrostática por meio do teorema de Torricelli (Bastos, 1980). Para obter a dinâmica do nível aplicou-se o princípio de conservação de massa, obtendo-se:

$$\frac{dH_1}{dt} = \frac{F_1 - F_{12}}{A} \quad (1)$$

$$\frac{dH_2}{dt} = \frac{F_2 + F_{12} - F_{out}}{A} \quad (2)$$

$$F_{12} = \pi \cdot r^2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (H_1 - H_2)} \quad (3)$$

$$F_{out} = \pi \cdot r^2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H_2} \quad (4)$$

Para descrição da dinâmica da temperatura nos tanques, valeu-se do balanço de energia:

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{F_1 \cdot (T_{ent} - T_r)}{V_{resistor}} + \frac{Pot \cdot cp \cdot \rho}{V_{resistor}} \quad (5)$$

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{F_1 \cdot T_r - T_1(F_{12} + A \cdot \frac{dH_1}{dt})}{A \cdot H_1} \quad (6)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{F_2 \cdot T_{ent} + F_{12} \cdot T_1 - T_2 \cdot (F_{out} + A \cdot \frac{dH_2}{dt})}{A \cdot H_2} \quad (7)$$

2.2 Linearização e análise em regime estacionário

Para a linearização em um ponto de operação em estado estacionário, utilizou-se variáveis de desvio definidas como:

$$h = H - \bar{H} \quad (8)$$

Onde h é a variável de desvio, \bar{H} é o valor estacionário dessa variável e H é a variável em questão. Para a determinação das funções de transferência, o sistema foi linearizado em torno do ponto de operação ($Pot=6kW$, $H_1=0.4m$ e $H_2=0.3m$).

Assume-se que a bomba possui rendimento constante em toda faixa de operação, e resposta rápida comparada com as dinâmicas do processo. Portanto, apenas um ganho estático é considerado entre o comando do acionamento da bomba e o fluxo produzido. Ou seja, as bombas geram um fluxo exatamente igual ao solicitado, com atraso desprezível.

A partir disso, obteve-se as funções de transferência de cada elemento do sistema, sendo todas de 1ª ordem, e dadas por $G(s) = \frac{K}{\tau \cdot s + 1}$.

Apresenta-se a representação por diagramas de blocos da unidade de aquecimento, do tanque 1, e do tanque 2 mostradas nas Figuras 2, 3 e 4, respectivamente. Os ganhos e constantes de tempo das funções de transferência são apresentados na Tabela 2.

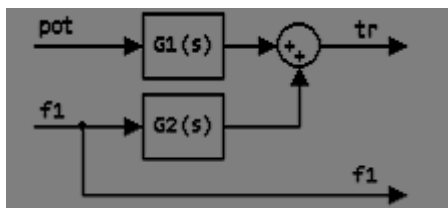


Figura 2. Representação da unidade de aquecimento.

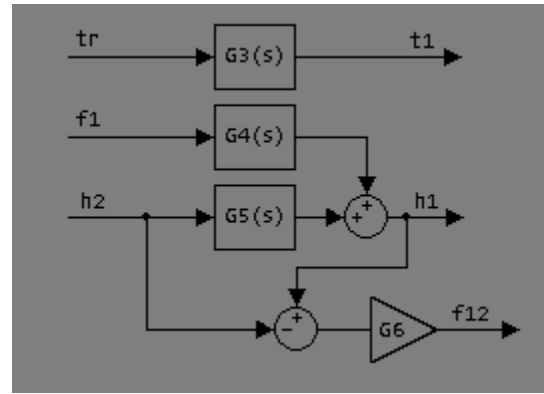


Figura 3. Representação do tanque 1.

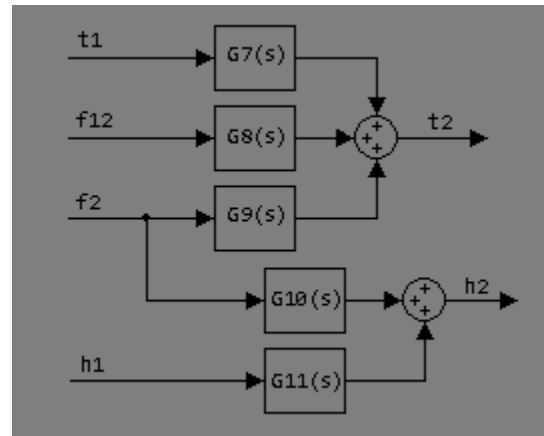


Figura 4. Representação do tanque 2.

Tabela 2. Parâmetros das Funções de Transferência.

	K	τ
G1	$6.1 \cdot 10^{-4}$	0.1
G2	$-9.2 \cdot 10^3$	0.1
G3	1	125
G4	500	62.5
G5	1	62.5
G6	$2 \cdot 10^{-3}$	0
G7	0.58	54.2
G8	$2.2 \cdot 10^3$	54.2
G9	$-3 \cdot 10^3$	54.2
G10	318	40
G11	0.63	40

3 Estratégias de controle e sintonia

Baseado nos modelos matemáticos do processo, e nas relações de ganho e constante de tempo dominante (63.2%) das respostas mostradas na Tabela 3, foram propostas estratégias de controle e realizada a sintonia de todos os controladores a partir do método de Skogestad (Skogestad, 2003). Utilizou-se controladores PI e PID, dados pelas equações (9) e (10), respectivamente. Os controladores foram projetados com base nas funções de transferência, e as simulações foram feitas com o sistema não linear. Como critério de projeto foi adotado $\alpha = 0.08$ para todos os controladores PID.

$$G(s) = Kp \cdot \left(1 + \frac{1}{Ti \cdot s}\right) \quad (9)$$

$$G(s) = Kp \cdot \left(1 + \frac{1}{Ti \cdot s}\right) \cdot \left(\frac{Td \cdot s + 1}{\alpha \cdot Td \cdot s + 1}\right) \quad (10)$$

A sintonia de controladores foi feita a partir das funções de transferência com o método IMC (Skogestad, 2003). Para funções de ordem superior a 2, foi realizada a redução de ordem (Skogestad, 2003). A variável λ é a relação entre o tempo de resposta do sistema controlado e o tempo de resposta do sistema em malha aberta, $\lambda = \frac{\tau_c}{\tau}$. É um compromisso entre:

- ⑩ velocidade de resposta, boa rejeição de distúrbio (menor λ);
- ⑩ estabilidade, robustez e baixa variação de entrada (maior λ).

Foi escolhido λ dentro do intervalo $0.5 < \lambda < 1$.

As estratégias de controle utilizadas foram: controle simples, controle em cascata e controle cruzado. A Tabela 3 mostra as amplitudes e as constantes de tempo dominantes das respostas das variáveis H_1 , T_1 , H_2 e T_2 aos degraus das variáveis manipuladas Pot, F_1 e F_2 . Os valores obtidos auxiliaram na determinação das estratégias de controle.

Tabela 3. Ganhos em malha aberta, não-linearizado, com constantes de tempo dominante.

	H_1	T_1	H_2	T_2
Pot 300 W	0	0.19 °C 129 s	0	0.11 °C 191 s
F_1 0.05 l/s	7.1 cm 251 s	-0.4 °C 116 s	4.5 cm 296 s	-0.14 °C 175 s
F_2 0.05 l/s	4.5 cm 291 s	0	4.5 cm 221 s	-0.14 °C 42 s

3.1 Controle Simples

Verifica-se na Tabela 3 que a potência da resistência térmica não influencia os níveis dos tanques, como é de se esperar. Esta estratégia consiste em considerar o controle de temperatura independente do controle de nível. Usando a Tabela 2, o controlador de temperatura C1 é sintonizado pela função de

transferência $\frac{T_2}{Pot} = G1 \cdot G3 \cdot G7$. Escolhemos $\lambda=0.6$ para C1. O controlador de nível C2 é sintonizado por $\frac{H_1}{F_1} = G4$, e C3 por $\frac{H_2}{F_2} = G10$, ambos com $\lambda=0.7$. Uma representação visual da estratégia simples é mostrada na Figura 5.

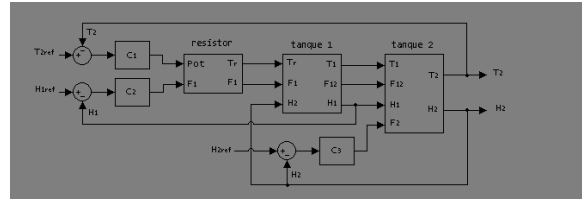


Figura 5. Implementação do controle simples.

3.2 Controle em Cascata

Como visto em Smith e Corripio et al. (2008), valeu-se do controle em cascata como técnica alternativa de controle.

O objetivo é melhorar o controle de T_2 com uma malha fechada em T_1 , de modo que um distúrbio em T_1 possa ser controlado antes de afetar T_2 . A malha do controlador mestre T_2 define a referência de T_1 . $\frac{T_1}{Pot} = G1 \cdot G3$; $\frac{T_2}{T_1} = G7$. Os controladores de nível são os mesmos da configuração anterior.

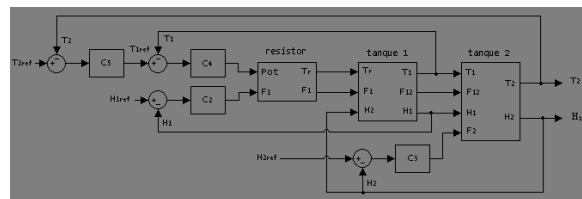


Figura 6. Implementação do controle em cascata.

3.3 Controle Cruzado

Verifica-se na Tabela 3 que T_2 responde mais rapidamente à F_2 . Esta estratégia consiste em controlar T_2 em função de F_2 (C7), e controlar H_2 em função de F_1 (C6). O controlador de temperatura T_1 (C4) é o mesmo da estratégia em cascata. O controlador C6 é sintonizado por: $\frac{H_2}{F_1} = G4 \cdot G11$. C7

$$\text{por } \frac{T_2}{F_2} = \frac{G9}{(\tau_{10} \cdot s + 1) \cdot ((\tau_5 + \tau_{10})s + 1)}$$

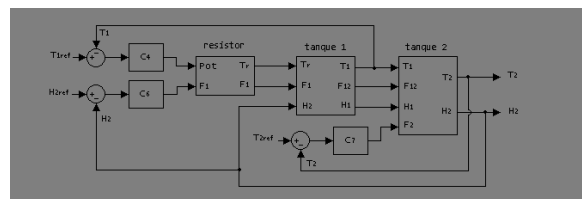


Figura 7. Implementação do controle cruzado.

4 Análise dos resultados

Foram simuladas as estratégias de controle em malha fechada. O sistema partiu de um ponto estacionário (ponto de operação), e, então, foram aplicados degraus às referências de H_2 e T_2 , como mostrado na Tabela 4.

Tabela 4. Sinais de referência.

tempo	0s	500s	1500s
H_{2ref} (m)	0.3	0.24	0.24
T_{2ref} (°C)	27.1	27.1	27.5

Nesta seção, os resultados obtidos serão analisados tanto qualitativa quanto quantitativa. Para tal, são apresentados os resultados gráficos das variáveis desejadas, e os seguintes indicadores: a integral do erro absoluto (IAE), a integral do quadrado do erro (ISE), distúrbio (Dist), valor de pico do erro causado por distúrbio, e sobresinal (M) das mesmas variáveis.

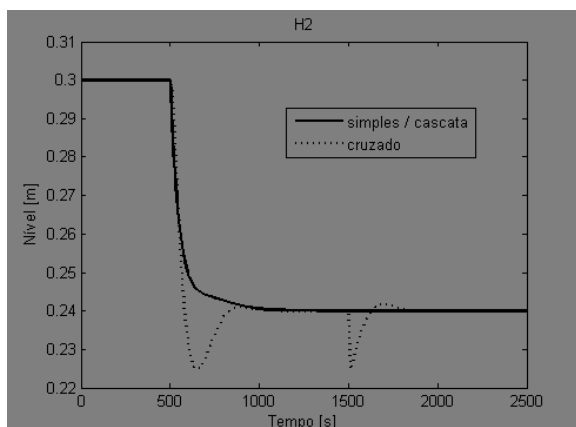


Figura 8. Resposta do nível do tanque 2 para os degraus de referência das estratégias de controle.

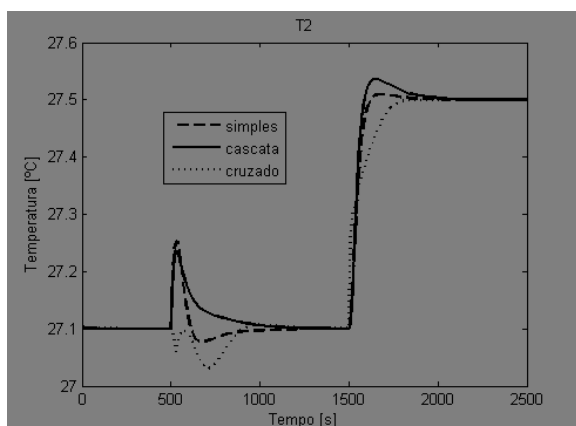


Figura 9. Resposta da temperatura do tanque 2 para os degraus de referência das estratégias de controle.

Tabela 5. Análise quantitativa de dados de T_2 .

Estratégia	IAE	ISE	Dist	M
Simples	34.45	6.24	0.153	0.01
Cascata	43.46	6.29	0.136	0.037
Cruzado	40.42	4.48	0.068	0

Tabela 6. Análise quantitativa de dados de H_2 .

Estratégia	IAE	ISE	Dist	M
Simples	3.91	0.09	0	0
Cascata	3.91	0.09	0	0
Cruzado	5.81	0.14	1.51	1.54

As estratégias simples e cascata proporcionam um melhor controle do nível dos tanques, pois são desacoplados da temperatura. No entanto, a temperatura do tanque é fortemente afetada com uma variação da referência do nível do tanque. A estratégia cascata permite controlar um distúrbio na temperatura do tanque 1 antes de afetar o tanque 2. A estratégia cruzada apresenta menor amplitude de perturbação na temperatura, em compensação, o nível sofre com sobresinal e com a mudança da referência da temperatura do tanque.

5 Conclusão

Um processo de mistura didático foi descrito. Foi considerado o problema de controle de nível e temperatura de tanques. Os modelos matemáticos de fluxo de saída, nível e temperatura dos tanques foram obtidos analiticamente, empregando princípios de conservação de massa e energia. Após a linearização em torno de um ponto de operação, o sistema foi representado por funções de transferência. Controladores PI e PID foram projetados com base nas funções de transferência. Três estratégias de controle foram propostas e comparadas. Como trabalho futuro, estratégias multivariáveis que levem em conta o acoplamento das malhas serão implementadas.

Referências Bibliográficas

- Braun, W. D.; Rivera, D. E. and Stenman, A. (2010). A 'Model-on-Demand' identification methodology for non-linear process systems in *International Journal of Control*.
- Bastos, F.A. A. (1980). *Problemas de Mecânica dos Fluidos*, Guanabara Dois, Rio de Janeiro.
- Dressman, J. B. and Fleisher, D. (1986). Mixing-Tank Model for Predicting Dissolution Rate Control of Oral Absorption in *Journal of Pharmaceutical Sciences*.
- Faanes, A and Skogestad, S. (2003). Buffer Tank Design for Acceptable Control Performance in *Ind. Eng. Chem. Res.*
- Huang, B and Sun, Y. (2004). Modeling and analysis of industrial hybrid systems based on first order and second order FSPN in *Proceedings of the*

- Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Shanghai.
- Loh, E.J. and Chiu, M. (2007). Robust Decentralized Control of Non-Square Systems in Chemical Engineering Communications.
- Lee, T. K.; Shen, J. and Chiu M. (2000). Independent design of robust partially decentralized controllers in Journal of Process Control.
- Ogunnaike, B. A.; Ray and Ray, W. H. (1994). Process Dynamics, Modeling and Control. Oxford Press University, New York.
- Ricardez Sandoval, L. A.; Budman, H. M. and Douglas P. L. (2008). Simultaneous design and control of processes under uncertainty: A robust modelling approach in Journal of Process Control.
- Skogestad, S. (2003). Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning in Journal of Process Control.
- Smith, C. A. and Corripio, A. B. (2008). Princípios e Prática do Controle Automático do Processo, LTC, Brazil.