

107484 – Controle de Processos

Aula: Sistema em malha fechada

Prof. Eduardo Stockler Tognetti

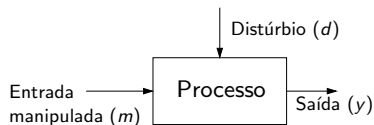
Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade de Brasília – UnB



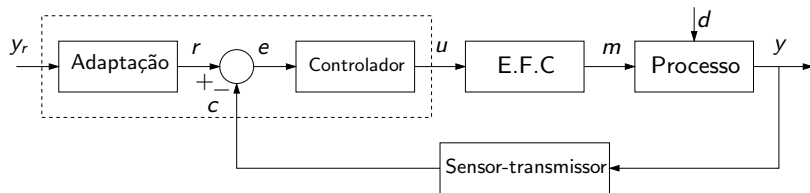
1º Semestre 2020

- 1 Representação em malha fechada
- 2 Funções de transferência de malha fechada
- 3 Resposta de sistemas em malha fechada
- 4 Erro em estado estacionário
- 5 Ações direta e reversa

Esquemático do sistema em malha fechada



Esquemático do sistema em malha aberta.



Esquemático do sistema em malha fechada.

- y, y_r, m, d : unidade de engenharia (UE)
- c, r : 0 ~ 100% da UE de y (calibração do transmissor)

- u : 0 ~ 100% da UE de m (calibração do atuador)
- e : -100 ~ 100%

Diagrama de blocos do sistema em malha fechada

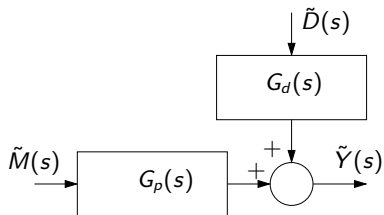


Diagrama de blocos do sistema em malha aberta.

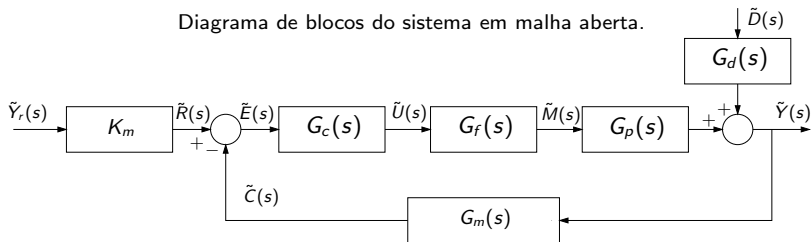
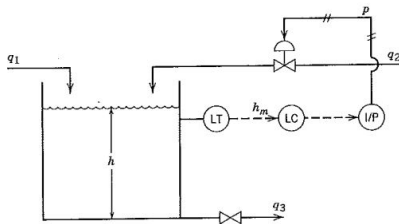


Diagrama de blocos do sistema em malha fechada em que $K_m = G_m(0)$.

Exemplos



Processo de controle de nível.

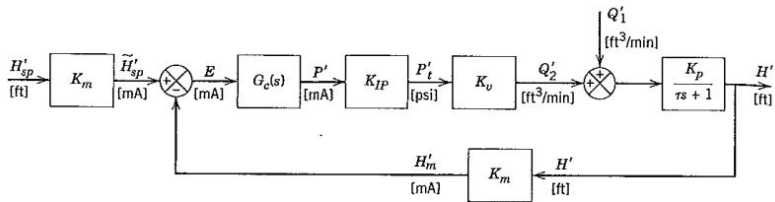
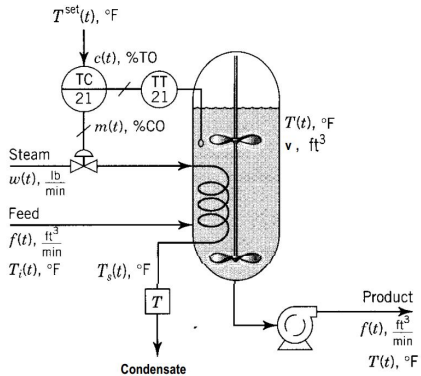


Diagrama de blocos de processo de controle de nível.

Exemplos



Processo de controle de temperatura.

Exemplos

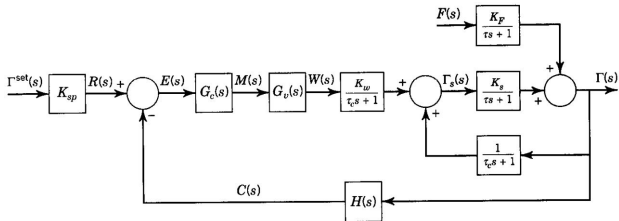


Diagrama de blocos de processo de controle de temperatura.

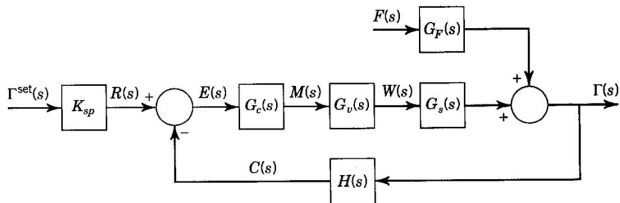
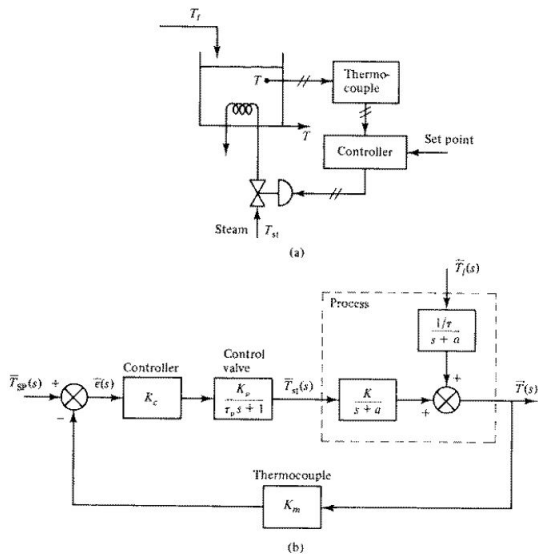


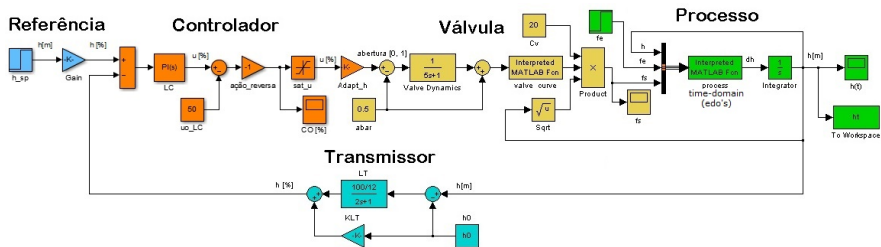
Diagrama de blocos de processo de controle de temperatura.

Exemplos

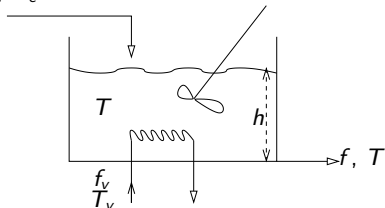


Processo de controle de temperatura.

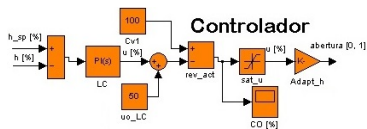
Exemplo de implementação: Tanque de aquecimento



f_e, T_e Sistema em malha fechada para controle do nível pela válvula do fluxo de saída do tanque.



Tanque aquecido com agitação.



Implementação alternativa para ação reversa do

controlador.

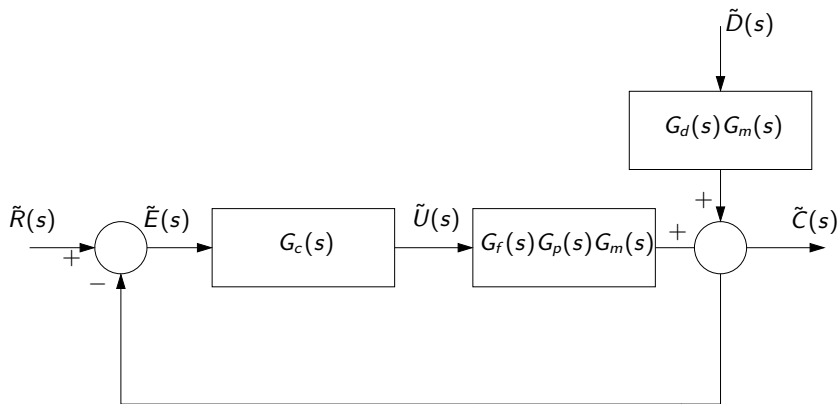
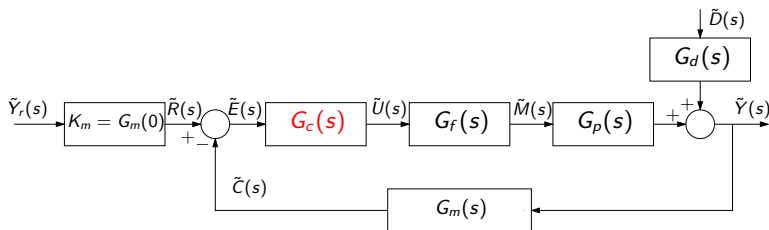


Diagrama de blocos simplificado do sistema em malha fechada.

- 1 Representação em malha fechada
- 2 Funções de transferência de malha fechada**
- 3 Resposta de sistemas em malha fechada
- 4 Erro em estado estacionário
- 5 Ações direta e reversa

Representação em malha fechada



- **Ramo direto:** G_c, G_f, G_p
- **Ramo realimentação:** G_m
- **Numerador:** ramo direto ($\check{Y}_r \rightarrow \check{Y}, \check{D} \rightarrow \check{Y}$)
- **Denominador:** $1 +$ produto FT's no laço

● Funções de transferência em malha fechada

$$\check{M} = G_f G_c (K_m \check{Y}_r - G_m \check{Y})$$

$$\check{Y} = G_p G_f G_c (K_m \check{Y}_r - G_m \check{Y}) + G_d \check{D}$$

$$G := G_p G_f G_c$$

$$\check{Y} = \frac{K_m G_p G_f G_c}{1 + G_p G_f G_c G_m} \check{Y}_r + \frac{G_d}{1 + G_p G_f G_c G_m} \check{D}$$

$$\check{Y} = \underbrace{\frac{K_m G}{1 + G G_m}}_{G_r} \check{Y}_r + \underbrace{\frac{G_d}{1 + G G_m}}_{G_{dist}} \check{D}$$

- Realimentação unitária:

$$\tilde{C} = \frac{G_c G_1}{1 + G_c G_1} \tilde{R} + \frac{G_{dm}}{1 + G_c G_1} \tilde{D}, \quad G_1 := G_f G_p G_m$$
$$G_{dm} := G_d G_m$$

- Problema servo:

$$\tilde{D} = 0$$
$$\tilde{Y} = G_r \tilde{Y}_r$$

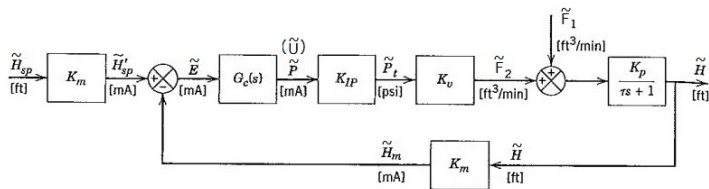
- Problema regulação:

$$\tilde{Y}_r = 0$$
$$\tilde{Y} = G_{dist} \tilde{D}$$

- 1 Representação em malha fechada
- 2 Funções de transferência de malha fechada
- 3 Resposta de sistemas em malha fechada**
- 4 Erro em estado estacionário
- 5 Ações direta e reversa

Resposta em MF com sistemas de controle simples

- Seja o processo de controle de nível



$$\frac{\tilde{H}(s)}{\tilde{F}_2(s)} = G_p(s) = \frac{K_p}{\tau s + 1}$$

$$\frac{\tilde{H}(s)}{\tilde{F}_1(s)} = G_d(s) = \frac{K_p}{\tau s + 1}$$

Considere as dinâmicas da válvula, do I/P e do transmissor desprezíveis.

$$G_m(s) = K_m, \quad G_v(s) = K_v, \quad K_{IP} = 1$$

Controle P

$$G_c(s) = K_c$$

- Mudança de SP

$$\frac{\tilde{H}(s)}{\tilde{H}_{sp}(s)} = \frac{K_c K_v K_p K_m / (\tau s + 1)}{1 + K_c K_v K_p K_m / (\tau s + 1)} = \frac{K_1}{\tau_1 s + 1},$$

$$K_1 = \frac{K_{MA}}{1 + K_{MA}}, \quad K_{MA} := K_c K_v K_p K_m, \quad \tau_1 = \frac{\tau}{1 + K_{MA}}$$

- Resposta temporal a um degrau de amplitude M

$$\tilde{h}(t) = K_1 M (1 - e^{-t/\tau_1})$$

$$\text{offset} := \tilde{h}_{sp}(\infty) - \tilde{h}(\infty) = M - K_1 M = \frac{M}{1 + K_{MA}}$$

$\uparrow K_c \Rightarrow \downarrow \text{offset}$

- Mudança no distúrbio

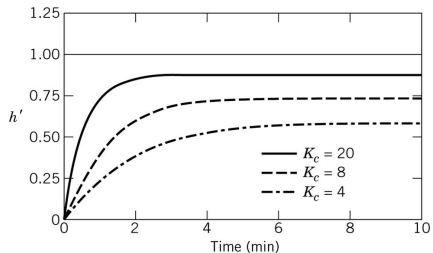
$$\frac{\tilde{H}(s)}{\tilde{F}_1(s)} = \frac{K_p/(\tau s + 1)}{1 + K_{MA}(\tau s + 1)} = \frac{K_2}{\tau_1 s + 1},$$

$$K_2 = \frac{K_p}{1 + K_{MA}}$$

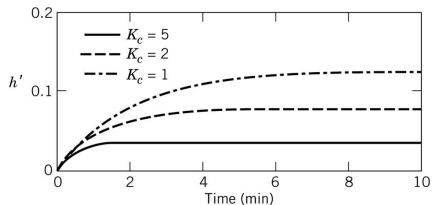
$$\text{offset} := h_{sp}^{\sim}(\infty) - \tilde{h}(\infty) = 0 - K_2 M = -\frac{K_p M}{1 + K_{MA}}$$

$\uparrow K_c \Rightarrow \downarrow \text{offset}$

Controle Proporcional



Resposta ao degrau na referência.



Resposta ao degrau no distúrbio.

Controle PI

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{H}(s)}{\tilde{F}_1(s)} &= \frac{K_p/(\tau s + 1)}{1 + K_{MA}(1 + 1/\tau_I s)/(\tau s + 1)} = \frac{K_p \tau_I s}{\tau_I s(\tau s + 1) + K_{MA}(\tau_I s + 1)} \\ &= \frac{K_3 s}{\tau_3^2 s^2 + 2\xi_3 \tau_3 s + 1}, \end{aligned}$$

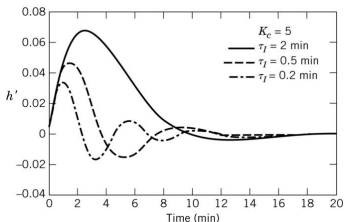
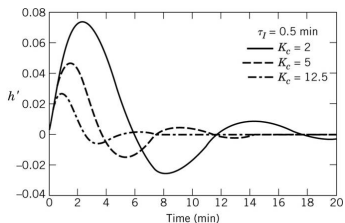
$$K_3 = \frac{\tau_I}{K_c K_v K_m}, \quad \xi_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + K_{MA}}{\sqrt{K_{MA}}} \right) \sqrt{\frac{\tau_I}{\tau}}, \quad \tau_3 = \sqrt{\frac{\tau \tau_I}{K_{MA}}}, \quad \frac{\xi_3}{\tau_3} = \frac{1 + K_{MA}}{2\tau}$$

- Resposta ao degrau unitário do distúrbio $\tilde{F}_1(s)$:

$$\tilde{h}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \tilde{H}(s) \frac{1}{s} = 0$$

- ↪ O mesmo ocorre para a resposta á mudança na referência $\tilde{H}_{sp}(s)$.

Controle Proporcional Integral



Resposta ao degrau no distúrbio.

● Quando dinâmicas (atrasos τ) do transmissor e válvulas são desprezadas:

$$\uparrow K_c \Rightarrow \downarrow t_s$$

$$\downarrow K_c \text{ ou } \downarrow \tau_I \Rightarrow \uparrow \text{oscilação}$$

↪ Em geral, a resposta se torna mais oscilatória quando K_c aumenta devido a presença de dinâmicas não modeladas.

- Considere

$$G_v(s) = \frac{1}{2s + 1}, \quad G_m(s) = \frac{1}{s + 1}, \quad G_c(s) = K_c$$

para

$$G_p(s) = G_d(s) = \frac{1}{5s + 1}$$

$$\tilde{H}_{sp}(s) = \frac{1}{s}$$

Então,

$$\tilde{H}(s) = \frac{K_c(s + 1)}{(10s^3 + 17s^2 + 8s + 1 + K_c)} \frac{1}{s}$$

- 1 Representação em malha fechada
- 2 Funções de transferência de malha fechada
- 3 Resposta de sistemas em malha fechada
- 4 Erro em estado estacionário**
- 5 Ações direta e reversa

Erro em estado estacionário

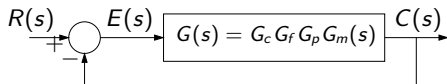


Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com realimentação unitária.

- Função de transferência de malha aberta (controlador + processo):

$$G(s) = \frac{K(T_1s + 1) \cdots (T_ms + 1)}{s^N(\tau_1s + 1) \cdots (\tau_ns + 1)}, \quad n + N \geq m$$

- Sistema tipo 0 ($N = 0$), tipo 1 ($N = 1$), ...
- $\uparrow N \Rightarrow \uparrow$ precisão e \downarrow estabilidade
- Função de transferência de malha fechada com realimentação unitária:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)}$$

Erro em estado estacionário

- Erro estacionário: pelo teorema do valor final

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + G(s)} R(s)$$

Entrada degrau unitário $u(t)$

$$R(s) = \frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + G(s)} \frac{1}{s} = \frac{1}{1 + G(0)}$$

- Coeficiente de erro estacionário de posição: $K_p \triangleq \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = G(0)$
- Sistema tipo 0 ($N = 0$): $e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p}$, $e_{ss} \rightarrow 0$ quando $K_p \rightarrow \infty$
- Sistemas tipo 1, 2, ... ($N \geq 1$): $K_p \rightarrow \infty \Rightarrow e_{ss} = 0$

Entrada rampa unitária $tu(t)$

$$R(s) = \frac{1}{s^2} \quad \Rightarrow \quad e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + G(s)} \frac{1}{s^2} = \frac{1}{sG(0)}$$

- Coeficiente de erro estacionário de velocidade: $K_v \triangleq \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$
- Sistema tipo 0 ($N = 0$): $e_{ss} \rightarrow \infty$
- Sistema tipo 1 ($N = 1$): $e_{ss} = \frac{1}{K_v}$
- Sistemas tipo 2, 3 ... ($N \geq 2$): $K_v \rightarrow \infty \Rightarrow e_{ss} = 0$

Entrada parábola unitária $t^2/2 u(t)$

- Coeficiente de erro estacionário de aceleração: $K_a \triangleq \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)$
- Sistema tipo 0 ($N = 0$): $e_{ss} \rightarrow \infty$
- Sistema tipo 1 ($N = 1$): $e_{ss} \rightarrow \infty$
- Sistema tipo 2 ($N = 2$): $e_{ss} = 1/K_a$

Erro em estado estacionário

Tipo	Entrada degrau	Entrada rampa	Entrada parábola
$N = 0$	$\frac{1}{1 + K_p}$	∞	∞
$N = 1$	0	$\frac{1}{K_v}$	∞
$N = 2$	0	0	$\frac{1}{K_a}$

$$K_p \triangleq \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$$

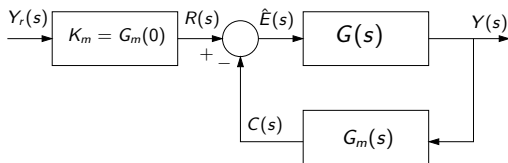
$$K_v \triangleq \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$$

$$K_a \triangleq \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)$$

“O erro em estado estacionário depende do tipo de entrada e do número de **polos** na **origem** da função de transferência de **malha aberta**.”

Erro em estado estacionário

- Considere o caso de realimentação não-unitária



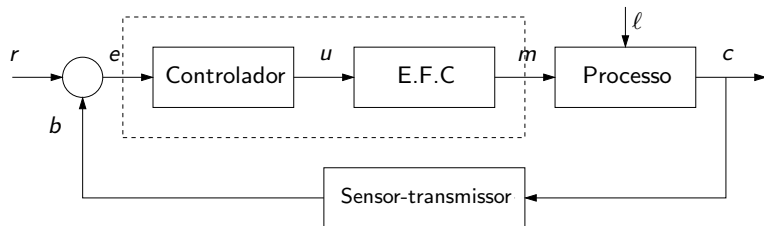
$$\begin{aligned} E(s) &= Y_r(s) - Y(s) \\ &= Y_r(s) - \frac{K_m G(s)}{1 + G(s)G_m(s)} Y_r(s) \\ &= \frac{1 + (G_m(s) - K_m)G(s)}{1 + G(s)G_m(s)} Y_r(s) \end{aligned}$$

- Erro em estado estacionário para resposta ao degrau considerando $K_m = G_m(0)$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \frac{1}{1 + K_m G(0)}$$

- 1 Representação em malha fechada
- 2 Funções de transferência de malha fechada
- 3 Resposta de sistemas em malha fechada
- 4 Erro em estado estacionário
- 5 Ações direta e reversa

Ações direta e reversa dos elementos da malha



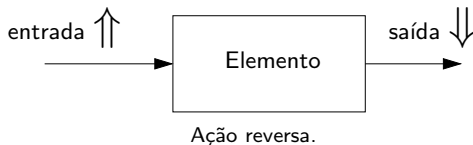
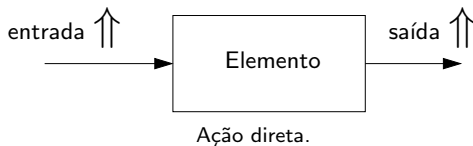
● Convenção: realimentação negativa: $e = r - b$ e realimentação positiva: $e = r + b \rightsquigarrow$ assumi-se todos os elementos com ação direta

Realimentação negativa na prática

Número ímpar de elementos com **ação reversa** e os demais com **ação direta**:

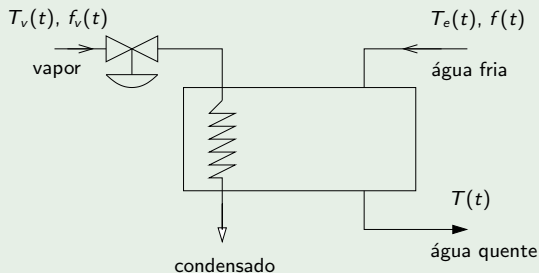
- 1 sensor-transmissor
- 2 controlador
- 3 elemento final de controle (E.F.C)
- 4 processo

Ações direta e reversa dos elementos da malha



Ações direta e reversa dos elementos da malha

Trocador de calor



Ações direta e reversa

• Processo

• Válvula de controle



• Sensor de temperatura



• Controlador

