Universidade de Brasília
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Elétrica

107484 – Controle de Processos

1º Semestre 2018 — Prof. Eduardo Stockler Tognetti

Lista de Exercícios 1

Para os exercícios abaixo considere (exceto se especificado ao contrário):

- Variáveis que variam no tempo são indicados com o respectivo argumento ($f(t)$, por exemplo);
- Os processos encontram-se em estado estacionário (regime permanente) em $t = 0$ ($f(0) = \overline{f}$, $T(0) = \overline{T}$, ...);
- Para padrão de notação, denote as variáveis de desvio ou incrementais como $\tilde{f}(t) = f(t) - \overline{f}$, $\tilde{T}(t) = T(t) - \overline{T}$, etc;
- Os líquidos nos tanques com agitação (conforme ilustração) encontram-se bem misturados e portanto os fluxos de saída possuem as mesmas propriedades do líquido do tanque (temperatura, concentração);
- As perdas de calor para a vizinhança são consideras desprezíveis;
- Os tanque são abertos e as saídas são livres para a atmosfera;
- Considere como conhecidos a área ou o volume dos reservatórios (tanques).

1. Considere o tanque aquecido com agitação mostrado na Figura 1. Objetiva-se estudar a dinâmica do nível ($h(t)$) e da temperatura ($T(t)$). Considere como sendo conhecidos e constantes: a densidade (ρ), a área do tanque (A), a capacidade calorífica à pressão constante (c_p) (em líquidos $c_p \approx c_v$, capacidade calorífica à volume constante) do tanque, a capacidade calorífica à pressão constante (c_{p_v}) do líquido que troca calor, a condutância térmica (U, $\dot{Q} = U(T_v(t) - T(t))$), a constante de vazão da válvula (C_v').

   (a) Obtenha as equações diferenciais do processo a partir das leis de balanço.

   (b) Quais poderiam ser os objetivos de controle e quem seriam as variáveis controladas (CV's). Classifique todas as variáveis.

   (c) Calcule os graus de liberdade do processo.

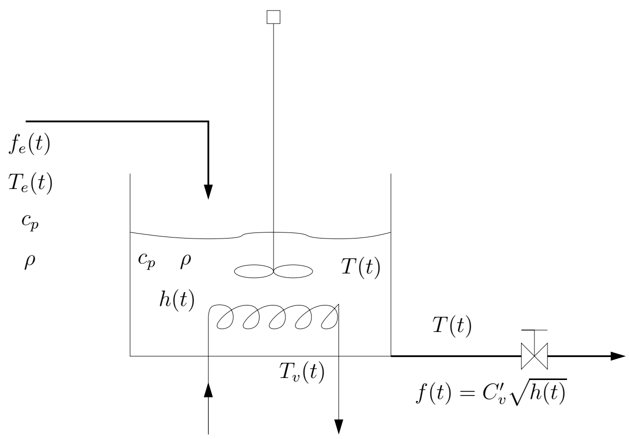

Figura 1: Tanque de aquecimento com agitação.

(d) Para uma estratégia de controle da temperatura do tanque ($T(t)$), identifique quais seriam as variáveis medidas, as variáveis manipuladas e as variáveis de distúrbio numa estratégia de controle de realimentação. Faça o mesmo para uma estratégia de controle antecipatório.

(e) Para uma estratégia de controle conjunta do de nível do tanque ($h(t)$) e da temperatura do tanque ($T(t)$), identifique quais seriam as variáveis medidas, as variáveis manipuladas e as variáveis de distúrbio numa estratégia de controle de realimentação. Recalcule os graus de liberdade.

(f) Obtenha as equações diferenciais linearizadas em torno do ponto de operação em regime permanente.

(g) Encontre as funções de transferência entre as variáveis de saída e de entrada. Desenhe o respectivo diagrama de blocos identificando as variáveis no domínio da frequência.

(h) A temperatura $T(t)$ poderia apresentar uma resposta oscilatória a um mudança na temperatura de entrada $T_e(t)$? Justifique.

2. Usando a definição da transformada de Laplace, derive a transformada $F(s)$ de um pulso iniciando no instante $t = 0$, de magnitude H e duração T. Mostre que o mesmo resultado pode ser obtido aplicando a propriedade de deslocamento no tempo. Note que o pulso é a diferença entre dois degraus idênticos de amplitude H com o segundo atrasado pela duração do pulso, T:

$$f(t) = Hu(t) - Hu(t - T)$$

3. Usando a tabela de transformadas de Laplace e as propriedades da transformada, encontre a transformada $F(s)$ das seguintes funções.

(a) $f(t) = u(t) + 2t + 3t^2$

(b) $f(t) = e^{-2t}[u(t) + 2t + 3t^2]$

(c) $f(t) = u(t) + e^{-2t} - 2e^{-t}$

(d) $f(t) = u(t) - e^{-t} + te^{-t}$

4. Verifique seus resultados do Problema 3 aplicando os teoremas do valor inicial e final. Esses teoremas se aplicam em todos os casos?

5. O modelo dinâmico entre uma variável de saída y e uma variável de entrada u pode ser descrito por

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 4\frac{du(t-2)}{dt} - u(t-2)$$

   (a) Esse sistema irá apresentar uma resposta oscilatória após uma mudança arbitrária em u? Justifique.

   (b) Qual é o ganho em estado estacionário?

   (c) Para um degrau aplicado em u de magnitude 1,5, qual é a resposta $y(t)$?

6. Considere o processo de mistura mostrado na Figura 2. Deseja-se entender como os fluxos ($f_1(t)$ e $f_2(t)$) e as concentrações do produto A ($c_{a_1}(t)$ e $c_{a_2}(t)$) de entrada afetam o nível do tanque ($h(t)$) e a concentração de saída ($c_a(t)$). Desenvolva o modelo matemático (equações diferenciais) que descreve o processo e determine as funções de transferência relacionando $H(s)$ e $C_a(s)$ com as demais variáveis do problema ($F_1(s)$, $F_2(s)$, $F(s)$, $C_{a_1}(s)$ e $C_{a_2}(s)$). Em geral as densidades são funções da concentração e temperatura mas usualmente (mas nem sempre) essa dependência é fraca. Assuma que as densidades são similares e constantes ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$).

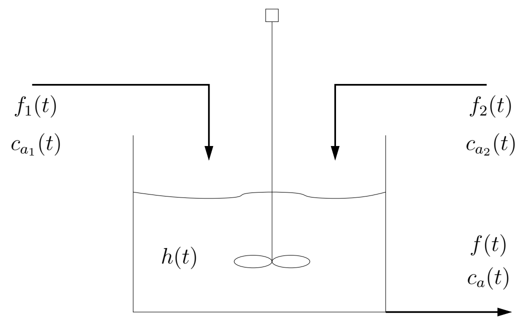

Figura 2: Tanque de mistura com agitação.

7. Determine a função de transferência $\dfrac{C(s)}{R(s)}$ para o sistema mostrado na Figura 3.

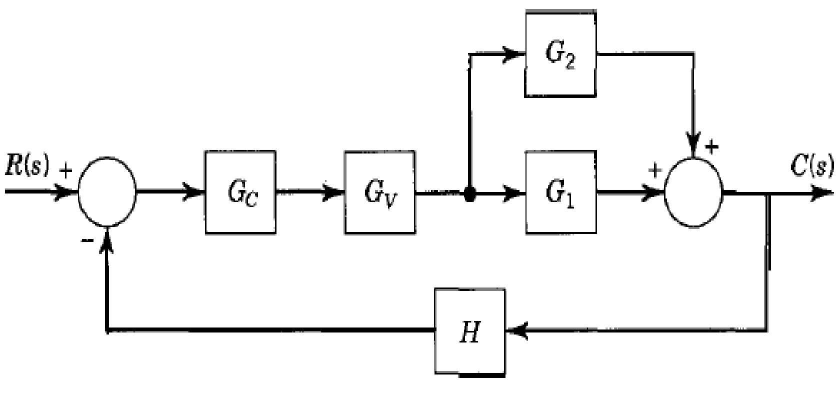

Figura 3: Diagrama de blocos.

8. Determine a função de transferência $\dfrac{C(s)}{R(s)}$ para o sistema mostrado na Figura 4.

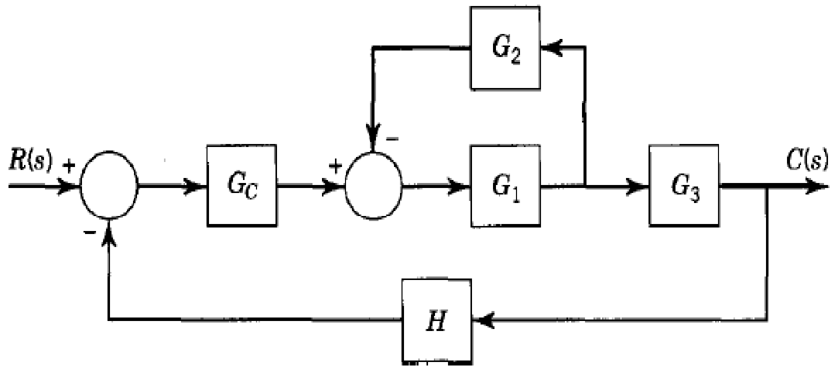

Figura 4: Diagrama de blocos.

9. Determine as funções de transferência $\dfrac{C(s)}{R(s)}$ e $\dfrac{C(s)}{L(s)}$ para o sistema mostrado na Figura 5.

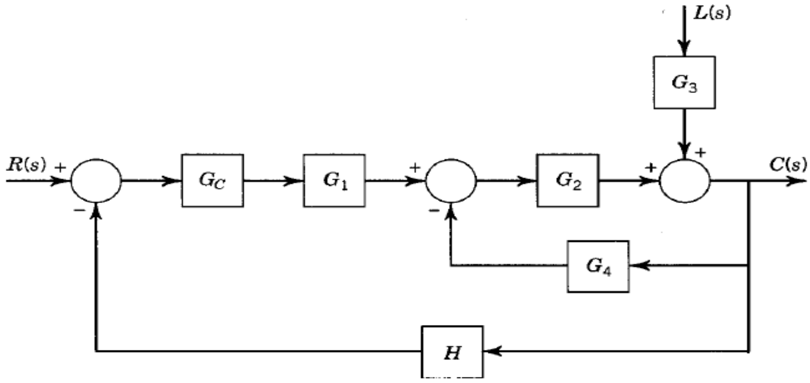

Figura 5: Diagrama de blocos.

10. Considere um sistema de segunda ordem com a seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{\overline{y}(s)}{\overline{m}(s)} = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

Introduza uma variação em degrau de magnitude 5 no sistema e encontre:

(a) Sobressinal percentual.
(b) Razão de declínio.
(c) Tempo de pico.
(d) Tempo de subida.
(e) Tempo de acomodação.
(f) Período de oscilação.

11. A função de transferência de uma malha de controle com realimentação é dada por

$$C(s) = \frac{K_c}{(3s+1)(s+1)+K_c} R(s)$$

em que K_c é o ganho do controlador. Relacione o ganho estático, o período natural de oscilação e o fator de amortecimento da função de transferência ao ganho do controlador.

(a) Encontre as faixas de ganho do controlador para as quais a resposta é

i. Superamortecida.

ii. Criticamente amortecida.

iii. Subamortecida.

iv. Não amortecida.

(b) A resposta pode ser instável para algum valor positivo do ganho do controlador?

12. Considere o processo mostrado na Figura 6. A velocidade do fluxo de massa de líquido através dos reservatórios é contante ($\dot{m}_e$). São considerados constantes a densidade ρ, os volumes dos tanques V e as capacidades caloríficas dos tanques e dos fluxos c_p. Deseja-se saber como a temperatura de entrada $T_e(t)$ e a transferência de calor $\dot{Q}(t)$ afetam a temperatura de saída $T_3(t)$. Para esse processo, desenvolva o modelo matemático, determine as funções de transferência relacionando $T_3(t)$ a $T_e(t)$ e $\dot{Q}(t)$, e desenhe o diagrama de blocos.

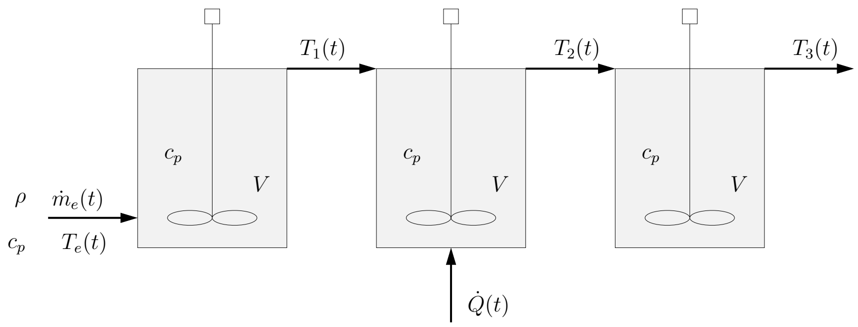

Figura 6: Tanques em série.

13. Desenvolva o modelo matemático para o sistema de tanques mostrados na Figura 7. As densidade do fluido ρ é constante e são conhecidas as áreas dos tanques A_1, A_2 e A_3. O fluxo da bomba, f_5, é contante e independe do nível $h_3(t)$. O fluxo $f_1(t)$ é determinado pelo ambiente externo. Os demais fluxos, $f_2(t)$, $f_3(t)$ e $f_4(t)$, são proporcionais às correspondentes pressões hidrostáticas da coluna de líquido (considere os coeficientes de vazão C_{v_2}, C_{v_3} e C_{v_4} para as válvulas respectivas aos fluxos $f_2(t)$, $f_3(t)$ e $f_4(t)$). Apresente a função de transferência relacionando o nível $H_3(s)$ com o fluxo de entrada $F_1(s)$.

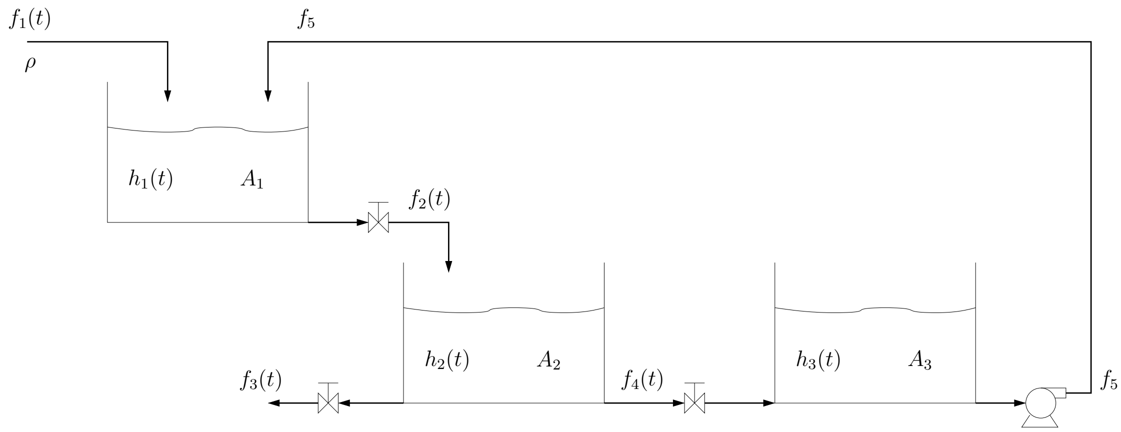

Figura 7: Tanques de nível em série.

14. Desenvolva o modelo matemático (equações diferenciais) para o sistema de tanques com aquecimento mostrados na Figura 8. As densidade do fluido ρ, as capacidades caloríficas à pressão constante c_p, as áreas dos tanques A_1, A_2 e A_3. são constantes e conhecidas. O fluxo $f_e(t)$ e a temperatura $T_e(t)$ são determinados pelo ambiente externo. Os demais fluxos, $f_1(t)$, $f_2(t)$ e $f_3(t)$, são proporcionais às correspondentes pressões hidrostáticas da coluna de líquido (considere os coeficientes de vazão C_{v_1}, C_{v_2} e C_{v_3} para as válvulas respectivas aos fluxos $f_1(t)$, $f_2(t)$ e $f_3(t)$). (Obs.: para este exemplo não é necessário encontrar as funções de transferência).

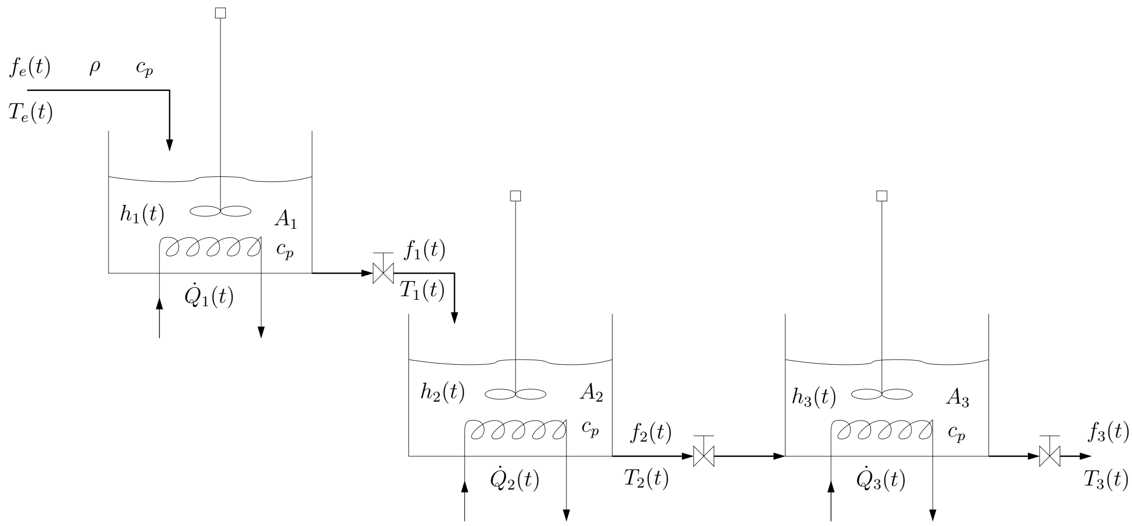

Figura 8: Tanques com aquecimento em série.

15. Um processo consiste de dois tanques agitados com entrada q e saídas T_1 e T_2 conforme Figura 9. Para testar a hipóteses que a dinâmica em cada tanque é basicamente de 1ª ordem, foi realizado um degrau na entrada q de 82 para 85, as saídas são apresentadas na Figura 10. Ache a função de transferência $\tilde{T}_1/\tilde{Q}$ e $\tilde{T}_2/\tilde{T}_1$. Assuma que eles são de 1ª ordem.

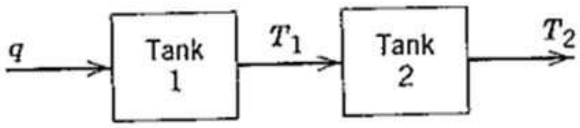

Figura 9: Sistema de dois tanques.

Time	T_1	T_2	Time	T_1	T_2
0	10.00	20.00	11	17.80	25.77
1	12.27	20.65	12	17.85	25.84
2	13.89	21.79	13	17.89	25.88
3	15.06	22.83	14	17.92	25.92
4	15.89	23.68	15	17.95	25.94
5	16.49	24.32	16	17.96	25.96
6	16.91	24.79	17	17.97	25.97
7	17.22	25.13	18	17.98	25.98
8	17.44	25.38	19	17.99	25.98
9	17.60	25.55	20	17.99	25.99
10	17.71	25.68	50	18.00	26.00

Figura 10: Valores de T_1 e T_2 da resposta ao degrau de q de 82 para 85.

16. Para um processo de bioseparação com multiestágio descrito pela função de transferência

$$G(s) = \frac{2}{(5s+1)(3s+1)(s+1)}$$

(a) Obtenha um modelo de primeira ordem

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{(4s+1)}$$

escolhendo funções de transferências apropriadas para $C(s)$ e $H(s)$ no diagrama da Figura 11.

(b) Obtenha uma função de transferência de segunda ordem para $Y(s)/R(s)$ com ganho estático unitário, máximo sobre-sinal de 20% e tempo de acomodação menor que 2 seg. escolhendo uma função de transferência apropriada para $C(s)$ e considerando $H(s) = 1$ no diagrama da Figura 11.

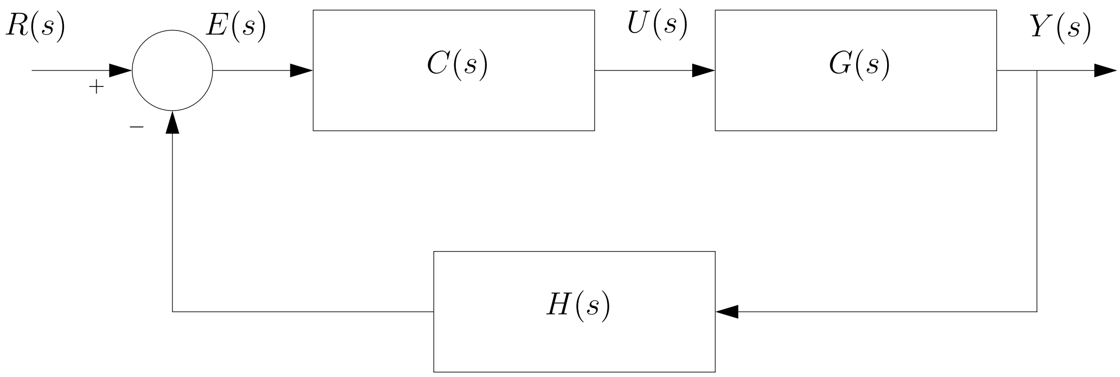

Figura 11: Diagrama de blocos de realimentação.