327069 – Controle de Sistemas Dinâmicos via LMIs

Seguimento de referência e restrições em sinais

Prof. Eduardo Stockler Tognetti

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Eletrônicos e de Automação (PGEA)
Universidade de Brasília

1^o Semestre 2018

Seguimento de referência

Problema de rastreamento

Seja a planta

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t) + D_{22} u(t) \end{aligned} \tag{1}$$

- **Objetivo:** A variável controlada $z(t)$ deve seguir a referência $r(t)$

Casos particulares:

- $r(t)$ constante: $z(t) \to r$, $t \to \infty$
- $z(t) = x(t) \to x_r(t)$
- Medição da variável controlada: $z(t) = y(t) \to y_r(t)$ ou $z(t) = Cy(t)$

- O problema de rastreamento envolve o seguimento de trajetórias arbitrárias (servo-mecanismo), funções conhecidas no tempo (rastreamento) e saída de sistemas dinâmicos (seguimento de modelo).

Seguimento de referência

Referência constante: realimentação de estados

- Seja o problema de $z(t)$ seguir uma referência r constante (entrada degrau)

$$H_{uz}(s): \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ z(t) = C_z x(t) + D_z u(t) \end{cases} \qquad x \in \mathbb{R}^{n_x}, \quad z \in \mathbb{R}^{n_z}, \quad u \in \mathbb{R}^{n_u}$$

- Em regime estacionário $x(t) \to x_{eq}$ e $u(t) \to u_{eq}$ quando $t \to \infty$

$$\begin{aligned} 0 &= Ax_{eq} + Bu_{eq} \\ r &= C_z x_{eq} + D_z u_{eq} \end{aligned} \quad \equiv \quad \underbrace{\begin{bmatrix} A & B \\ C_z & D_z \end{bmatrix}}_{\Psi} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{eq} \\ u_{eq} \end{bmatrix}}_{\xi_{eq}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}}_{\rho} r, \qquad \begin{cases} x_{eq} = Fr \\ u_{eq} = Nr \end{cases}$$

Casos:

- $n_u = n_z \Rightarrow \xi_{eq} = \Psi^{-1}\rho r \quad \rightsquigarrow \exists \Psi^{-1}$ a menos que $H_{uz}(s)$ tenha zero na origem
- Sobre atuado: $n_u > n_z \Rightarrow \xi_{eq} = \Psi'(\Psi\Psi')^{-1}\rho r$
- Sub-atuado: $n_u < n_z \rightsquigarrow$ solução só existe para valores específicos de r ($\rho r \in \mathcal{R}\{\Psi\}$)

Seguimento de referência

Referência constante: realimentação de estados

- Definindo

$$\tilde{z} = z - r, \quad \tilde{u} = u - u_{eq}, \quad \tilde{x} = x - x_{eq}$$

tem-se

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u} + \underbrace{(Ax_{eq} + Bu_{eq})}_{0}, \qquad \tilde{z} = C_z\tilde{x} + D_z\tilde{u} + \underbrace{(C_z x_{eq} + D_z u_{eq} - r)}_{0}$$

- Lei de controle $\tilde{u} = K\tilde{x}$

$$\begin{aligned} u &= K(x - x_{eq}) + u_{eq} \\ &= K(x - Fr) + Nr \\ &= Kx + (N - KF)r \\ &= Kx + K_2 r, \ \ K_2 = N - KF \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = (A + BK)\tilde{x} = A_{mf}\tilde{x} \\ \tilde{z} = (C_z + D_z K)\tilde{x} = C_{mf}\tilde{x} \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} \dot{x} = A_{mf}x + BK_2 r \\ z = C_{mf}x + D_z K_2 r \end{cases}$$

- No equilíbrio:

$$\begin{aligned} x_{eq} &= -A_{mf}^{-1}BK_2 r \\ z &= (-C_{mf}A_{mf}^{-1}B + D_z)K_2 r \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} K_2 &= (-C_{mf}A_{mf}^{-1}B + D_z)^{-1} \\ &= G_{mf}(0)^{-1} \end{aligned}$$

Seguimento de referência

Referência constante: realimentação de saída

- Seja o problema de $z(t)$ seguir uma referência r constante (entrada degrau)

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$z(t) = C_z x(t) + D_z u(t)$$
$$y(t) = Cx$$

$\rightsquigarrow$ Lei de controle:

$$u = -K(\hat{x} - x_{eq}) + u_{eq}$$
$$u = -K\hat{x} + K_2 r$$

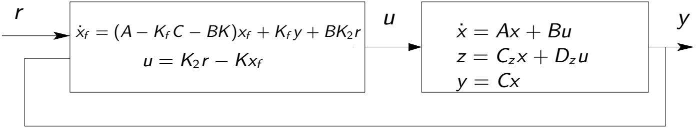
- Sistema aumentado, $e \triangleq x - \hat{x}$,

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} BK_2 \\ 0 \end{bmatrix} r$$

$$z = \begin{bmatrix} C_z - D_z K & D_z K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} + D_z K_2 r$$

$\rightsquigarrow$ Principio da Separação: projeto de K e L independentes

$\rightsquigarrow$ $K_2 = (-C_{mf} A_{mf}^{-1} B + D_z)^{-1} = G_{mf}(0)^{-1}$, pois $x = \hat{x}$ em reg. permanente



Controle com ação integral (I)

- Lei de controle $u = Kx + K_2 r$ não é robusta à incertezas de modelo ou distúrbios de entrada persistentes $\rightsquigarrow$ erro de regime estacionário

- Considere o problema de $z(t)$ ser medido ($z(t) = y(t)$ ou $z(t) = Ey(t)$) e seguir uma referência r constante (entrada degrau)

$\rightsquigarrow$ Sistema:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_1 w(t) \\ z(t) = C_z x(t) \end{cases}$$

$\rightsquigarrow$ Estado adicional $\dot{x}_I = r - z$ e lei de controle

$$u = -(Kx + K_2 x_I) = -\underbrace{\begin{bmatrix} K & K_2 \end{bmatrix}}_{\tilde{K}} \begin{bmatrix} x \\ x_I \end{bmatrix}$$

- Sistema aumentado:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_I \end{bmatrix}}_{\dot{\xi}} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_z & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ x_I \end{bmatrix}}_{\xi} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{B}} u + \underbrace{\begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}}_{\tilde{B}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} w \\ r \end{bmatrix}}_{\tilde{r}}, \quad z = \underbrace{\begin{bmatrix} C_z & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ x_I \end{bmatrix}}_{\xi}$$

- Projetando a lei de controle $u = -\tilde{K}\xi$ tal que $\tilde{A}_{mf} = \tilde{A} - \tilde{B}\tilde{K}$ seja estável, em regime estacionário tem-se

$$\xi = -\tilde{A}_{mf}^{-1}\tilde{B}_1\tilde{r} \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_I = r - z = 0 \qquad \therefore z = r, \quad t \to \infty$$

- Obs.: caso x não seja medido usar observador para estimar o estado: $x \rightsquigarrow \hat{x}$
- Obs.: LQI: min $J = \int_0^\infty (\xi' Q \xi + u' R u + 2\xi' S u)\, dt$, $R > 0$, $Q - SR^{-1}S' \geq 0$

Controle com ação integral (II)

- Seja o modelo com $z(t)$ disponível para medição:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_1 w(t) \\ z(t) = C_z x(t) \end{cases} \quad \text{deseja-se} \quad \begin{cases} z(t) \to r(t) \quad \text{(constante)} \\ \text{rejeitar} \quad w(t) \quad \text{(constante)} \end{cases}$$

- Ao invés de $u = Kx - K_2 x_I$, é possível escolher a lei de controle

$$u = K\tilde{x} - K_2 x_I = -\begin{bmatrix} K & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_I \end{bmatrix} + KFr$$

em que $\tilde{x} = x - x_r$, $x_r = Fr$, $e = r - z$, $\dot{x}_I = r - z$ $\quad$ ($r(t)$ constante)

- Sistema aumentado em malha fechada

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_I \end{bmatrix}}_{\dot{\xi}} = \left(\underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_z & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{A}} - \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} K & K_2 \end{bmatrix}}_{\tilde{K}} \right) \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ x_I \end{bmatrix}}_{\xi} + \underbrace{\begin{bmatrix} BKF & B_1 \\ I & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{B}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} r \\ w \end{bmatrix}}_{\tilde{r}}$$

- Projetando $\tilde{K}$ tal que $\tilde{A}_{mf} = \tilde{A} - \tilde{B}\tilde{K}$ seja estável, em regime permanente tem-se $\xi = \Phi\tilde{r}$, $\Phi = -\tilde{A}_{mf}^{-1}\tilde{B}_1 \;\Rightarrow\; \dot{x} = 0, \quad \dot{x}_I = r - z = 0, \quad \therefore z = r, \quad t \to \infty$.

- Cálculo de F: $F = -(I - \Phi_{(1,2)})^{-1}\Phi_{(1,1)}$, em que $\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{(1,1)} & \Phi_{(1,2)} \\ \Phi_{(2,1)} & \Phi_{(2,2)} \end{bmatrix}$.

Controle com ação integral (III)

- Considere o caso em que as variáveis de estados, disponíveis para realimentação, possam ser divididas em controladas (vc) e não controladas (vnc) e colocadas na forma

$$x = \begin{bmatrix} x_{vc} \\ x_{vnc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ x_{vnc} \end{bmatrix}, \qquad x_r = \begin{bmatrix} r \\ \bar{x}_{vnc} \end{bmatrix} = Fr, \quad F = \begin{bmatrix} I \\ F_1 \end{bmatrix}$$

em que $\bar{x}_{vnc}$ são os valores dos estados não controlados em regime permanente. Portanto,

$$x_r - x = \begin{bmatrix} r \\ \bar{x}_{vnc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z \\ x_{vnc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ F_1 r - Mx \end{bmatrix}$$

em que $e = r - z$ e M uma matriz tal que $x_{vnc} = Mx$, ou seja, a matriz que associa os estados não controláveis aos estados do sistema.

$\rightsquigarrow$ A lei de controle é dada por $u = -K \begin{bmatrix} e \\ F_1 r - Mx \end{bmatrix} - K_2 x_I$ ou

$$u = -KI_1 \otimes e + -KF_1 I_2 \otimes r + KMI_2 \otimes x - K_2 x_I$$

em que $I_1 = [1 \;\; 0]'$ e $I_2 = [0 \;\; 1]'$.

- No caso de rastreamento com integradores e estados observados basta projetar um observador e substituir a lei de realimentação de estados $u = Kx$ pela realimentação de estados estimados $u = Kx_f$.

Controle com ação integral

Sinal de referência polinomial

- Considere o problema de $y(t) \to r(t)$, $t \to \infty$, em que [TSL09]

$$r(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \cdots + \alpha_{d-1} t^{d-1}$$

- Definindo $e = y - r$ e os seguintes estados adicionais

$$\dot{q}_1 = e, \quad \dot{q}_2 = q_1, \quad \cdots, \dot{q}_d = d_{d-1}$$

tem-se o sistema aumentado $\dot{\xi} = \tilde{A}\xi + \tilde{B}u + \tilde{B}_1 r$

$$\begin{aligned} \xi &= \begin{bmatrix} x' & q_1' & \cdots & q_d \end{bmatrix}', \\ \tilde{B} &= \begin{bmatrix} B & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{B}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \qquad \tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & & \cdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Lei de controle $u = K\xi$ $\rightsquigarrow$ erro estacionário nulo pois

$$\dot{\xi}^{(d+1)} = (\tilde{A} + \tilde{B}K)\xi^{(d+1)} \quad \Rightarrow \quad \xi^{(d)} \to 0 \quad \Rightarrow \quad q^{(d)} = y - r \to 0, \quad t \to \infty$$

- Também é possível usar o estado estimado para realimentação & tratar caso incerto em que $A \to A(\alpha)$

Seguimento de modelo de referência com rejeição de distúrbio

- Considere o sistema abaixo e um dado modelo de referência

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_w w(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) \\ y_r(t) = C_r x_r(t) + r(t) \end{cases}$$

- Problema: projeto de lei de controle $u = K_1 x + K_2 x_r$ tal que $y(t) \to y_r(t)$ ou $e(t) = y(t) - y_r(t)$ menor possível segundo algum critério (ex.: $||e|| < \gamma ||\tilde{w}||$, $\tilde{w} = [w' \quad r']'$, $w \in \mathcal{L}_2[0, \infty)$)

- Sistema aumentado

$$\dot{\xi} = \tilde{A}\xi + \tilde{B}\tilde{w}$$
$$e = \tilde{C}\xi$$

em que

$$\xi = \begin{bmatrix} x \\ x_r \end{bmatrix}, \quad \tilde{w} = \begin{bmatrix} w \\ r \end{bmatrix}, \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} A + BK_1 & BK_2 \\ 0 & A_r \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B_w & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix},$$
$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} C + DK_1 & -C_r + DK_2 \end{bmatrix},$$

Seguimento de modelo de referência com rejeição de distúrbio

- Considere o sistema abaixo e um dado modelo de referência

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \qquad \dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + r(t)$$

- Problema: projeto de lei de controle $u = K(\hat{x} - x_r)$ tal que $x(t) \to x_r(t)$ ou $e(t) = x(t) - x_r(t)$ menor possível segundo algum critério

- Sistema aumentado $\dot{\xi} = \tilde{A}\xi + \tilde{B}r$ em que

$$\xi = \begin{bmatrix} e_o \\ e \\ x_r \end{bmatrix}, \quad \tilde{A} = \left[\begin{array}{c:cc} A - LC & 0 & 0 \\ \hdashline -BK & A + BK & A - A_r \\ 0 & 0 & A_r \end{array}\right], \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 & -I & I \end{bmatrix}$$

- Observador

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}), \qquad e_o = x - \hat{x}$$

- Critério

$$\int_0^\infty e'Qedt \leq \gamma^2 \int_0^\infty r'rdt \Leftrightarrow \int_0^\infty \xi'\tilde{Q}\xi dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty r'rdt, \quad \tilde{Q} = diag(0, Q, 0)$$

garantido por $\dot{V} + \xi'\tilde{Q}\xi - \gamma^2 r'r < 0$, $V = \xi'\tilde{P}\xi$, $\tilde{P} = diag(P_1, P_2, P_2) \rightsquigarrow$ LMIs [MMG+09, SM09]

Restrição no sinal de controle

- Deseja-se impor a restrição $||u(t)|| < \mu$

- Seja a lei de controle de realimentação de estados $u = Kx$, em que $K = ZW^{-1}$ tais que Z e W garantem $\dot{V}(x) < 0,\ V(x) = x'W^{-1}x$

- Considere um conjunto de condições iniciais tais que (elipsóide invariante)

$$x(0) \in \Gamma \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : x'W^{-1}x \leq 1\}$$

Então

$$\begin{aligned} \max_{t\geq 0} ||u|| &= \max_{t\geq 0} ||ZW^{-1}x|| \leq \max_{x\in\Gamma} ||ZW^{-1}x|| \leq ||ZW^{-1/2}|| \max_{x\in\Gamma} ||W^{-1/2}x|| \\ &\leq \sqrt{\lambda_{\max}(W^{-1/2}Z'ZW^{-1/2})} \leq \mu \end{aligned} \quad (2)$$

- A condição acima é garantido pelas LMIs [BEFB94]

$$\begin{bmatrix} 1 & x(0)' \\ x(0) & W \end{bmatrix} \geq 0, \qquad \begin{bmatrix} W & Z' \\ Z & \mu^2 I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3)$$

$AW + WA' + BZ + Z'B' < 0$ (sist. contínuo) ; $\begin{bmatrix} W & \star \\ AW + BZ & W \end{bmatrix} > 0$ (sist. discreto)

Restrição no sinal de controle – Extensões

- Se $||x(0)|| < \varphi$ a condição esquerda de (3) é substituída por $W \geq \varphi^2 I$
- Restrição $|x_j(0)| \leq \varphi_j \rightsquigarrow$ politopo descrito por seus vértices

$$\mathcal{P} = \mathbf{Co}\{\vartheta_1, \ldots, \vartheta_p\}$$

$\rightsquigarrow \mathcal{P} \subseteq \Gamma \iff \vartheta_j' W^{-1} \vartheta_j \leq 1,\ j = 1, \ldots, p$, que é equivalente a (substituir a condição esquerda de (3))

$$\begin{bmatrix} 1 & \vartheta_j' \\ \vartheta_j & W \end{bmatrix} \geq 0, \qquad j = 1, \ldots, p$$

- Para a restrição $||u(t)||_{\max} \triangleq \max_i |u_i(t)| < \mu$ a condição direita de (3) é substituída por [BEFB94]

$$\begin{bmatrix} X & Z \\ Z' & W \end{bmatrix} \geq 0, \qquad X_{(ii)} \leq \mu^2$$

- Para a restrição $|u_i(t)| < \mu_i$ em (2) $Z \to Z_{(i)}$ pois $u_i = Z_{(i)} W^{-1}$ e a condição direita de (3) é substituída por

$$\begin{bmatrix} W & Z_{(i)}' \\ Z_{(i)} & \mu_i^2 I \end{bmatrix} \geq 0 \qquad i = 1, \ldots, n, \qquad Z_{(i)} \text{ é a } i\text{−ésima linha de } Z$$

Restrição no sinal de controle – Extensões

- Para minimizar ou impor limitante a energia do sinal de entrada

$$\int_0^T u(t)'u(t)dt \leq \sigma, \qquad \forall T \geq 0$$

- Nesse caso,

$$\dot{V}(x) + (\sigma\gamma)^{-1}u(t)'u(t) \leq 0$$

com

$$V(x) = x'W^{-1}x, \qquad \Gamma \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n : x'W^{-1}x \leq 1\}$$

- Então,

$$\begin{bmatrix} AW + WA' + BZ + Z'B' & Z' \\ Z & -\sigma I \end{bmatrix} < 0, \qquad \forall x \in \Gamma.$$

Restrição no sinal de controle – Extensões

- Para garantir $x \in \Gamma$: $x(0) \in \mathcal{P}$, $\mathcal{P} = \mathbf{Co}\{\vartheta_1, \ldots, \vartheta_p\}$

$\rightsquigarrow$ $\mathcal{P} \subseteq \Gamma \iff \vartheta_j' W^{-1} \vartheta_j \leq 1$, $j = 1, \ldots, p$, que é equivalente à [BEFB94]

$$\begin{bmatrix} 1 & \vartheta_j' \\ \vartheta_j & W \end{bmatrix} \geq 0, \qquad j = 1, \ldots, p$$

$\rightsquigarrow$ Minimização de Γ: $\min \log\det W$ (min. volume) ou $\min \lambda$, $W \leq \lambda I$ (min. diâmetro)

- Para o caso que $x \in \Gamma$ tem validade dentro de $\mathcal{P}$, $\mathcal{P} = \{x \in \mathbb{R}^n : a_k' x \leq 1,\ k = 1, \ldots, q\}$

$\rightsquigarrow$ $\Gamma \subseteq \mathcal{P} \iff \max\{a_k' x : x \in \Gamma\} \leq 1$, $k = 1, \ldots, q$, que é equivalente à [BEFB94]

$$\begin{bmatrix} 1 & a_k' W \\ W a_k & W \end{bmatrix} \geq 0, \qquad k = 1, \ldots, q$$

$\rightsquigarrow$ Maximização de Γ: $\max \lambda$, $W \geq \lambda I$ (max. menor diâmetro) ou $\min\ Trace(W^{-1})$ (max. volume), que é equivalente à

$$\min\ Trace(T) : \quad \begin{bmatrix} T & I \\ I & W \end{bmatrix} \geq 0$$

Restrição no sinal de saída

- De forma análoga, deseja-se impor a restrição $||y(t)|| < \varepsilon$, $y = Cx$

- Considere um conjunto de condições iniciais tais que (elipsóide invariante)

$$x(0) \in \Gamma = \{x : x'W^{-1}x \leq 1\}$$

Então

$$\max_{t \geq 0} ||y|| = \max_{t \geq 0} ||Cx|| \leq \max_{x \in \Gamma} ||Cx|| = \max_{x \in \Gamma} \sqrt{\lambda_{\max}(x'C'Cx)} \leq \varepsilon \qquad (4)$$

- A condição acima é garantido pelas LMIs

$$\begin{bmatrix} 1 & x(0)' \\ x(0) & W \end{bmatrix} \geq 0, \qquad \begin{bmatrix} W & WC' \\ CW & \varepsilon^2 I \end{bmatrix} \geq 0 \qquad (5)$$

- Restrição sobre canal individual $|y_i(t)| < \varepsilon_i$ é obtida com

$$\begin{bmatrix} W & WC'_{(i)} \\ C_{(i)}W & \varepsilon_i^2 I \end{bmatrix} \geq 0, \qquad i = 1, \ldots, n, \qquad C_{(i)} \text{ é a } i\text{−ésima linha de } C \qquad (6)$$

- A dependência da condição inicial $x(0)$ pode ser eliminada da condição esquerda de (5) como mostrado anteriormente

S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan.
Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory.
SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 1994.

B. Mansouri, N. Manamanni, K. Guelton, A. Kruszewski, and T.M. Guerra.
Output feedback lmi tracking control conditions with H_∞ criterion for uncertain and disturbed T–S models.
Information Sciences, 179(4):446–457, 2009.

D. Senthilkumar and Chitralekha Mahanta.
Fuzzy guaranteed cost controller for trajectory tracking in nonlinear systems.
Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 3(4):368–379, 2009.

Haihua Tan, Shaolong Shu, and Feng Lin.
An optimal control approach to robust tracking of linear systems.
International Journal of Control, 82(3):525–540, 2009.