

Sintonia de Controladores PID


TCA: Controle de Processos
2S / 2012

Prof. Eduardo Stockler
Universidade de Brasília
Depto. Engenharia Elétrica

Sintonia de Controladores

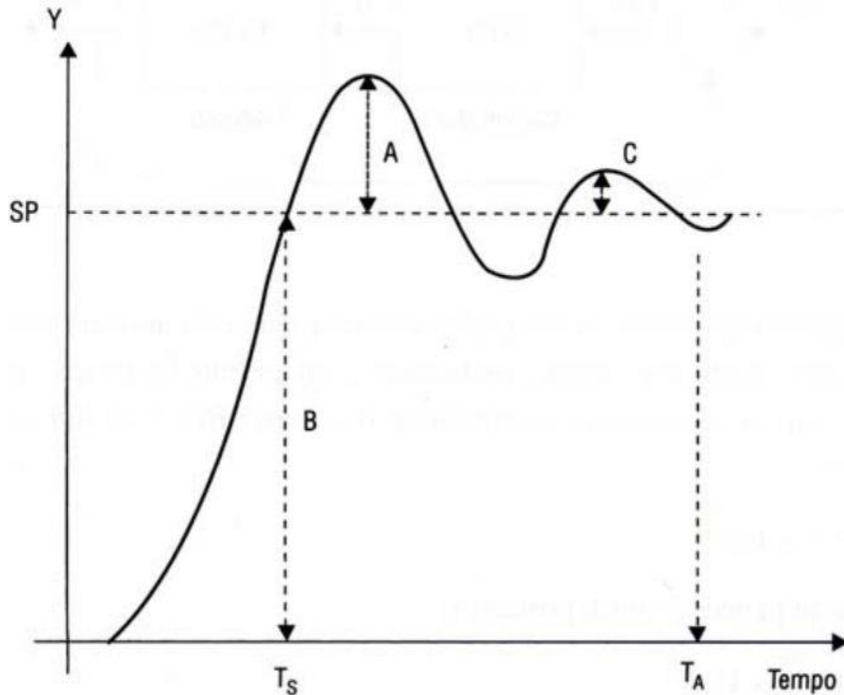
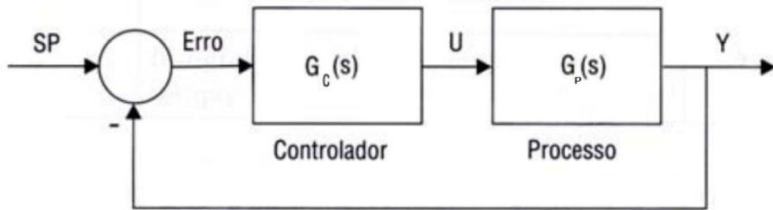
- Características Desejáveis do Controlador

1. Resposta Rápida
2. Rejeição adequada a perturbações
3. Insensível a erros de modelagem e erros de medição
4. Evitar ação de controle excessiva
5. Adequado sob uma larga faixa de condições operacionais

- Objetivos conflitantes  sintonia de compromisso
- Esta sintonia pode ser conduzida de acordo com:

1. Correlações para sintonia (FOPDT)
2. Síntese baseada em modelo (obs.: análise de estabilidade da FTMF, $1 + G_c(s)G(s) = 0$, não garante a qualidade do controle)
3. Simulações sucessivas
4. Resposta Frequencial
5. Sintonia no campo

Resposta Sistema em Malha Fechada



- Métodos baseados em critérios da resposta transiente (domínio do tempo)
- Alguns critérios de desempenho:
 - Menor sobrevalor (“A/B”) possível
 - Razão de declínio (“C/A”) igual a certo valor
 - Menor tempo de subida (T_s) possível
 - Menor tempo de acomodação 5% (T_A) possível
 - Mínima energia ou atuação da MV
 - Índices de desempenho


Índices de Desempenho

Índice de Desempenho	Descrição	Expressão
IAE	Integral do módulo do erro	$\int e(t) dt$
ISE	Integral dos erros ao quadrado	$\int e^2(t) dt$
ITAE	Integral do módulo do erro vezes o tempo	$\int t e(t) dt$

- Robustez
 - Pólos da FT de MF no semiplano esquerdo para todos os possíveis modelos
- Estrutura adotada para o controlador PID:

$$G_C(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{sT_I} + T_D s \right)$$

Método Ziegler e Nichols (MF)

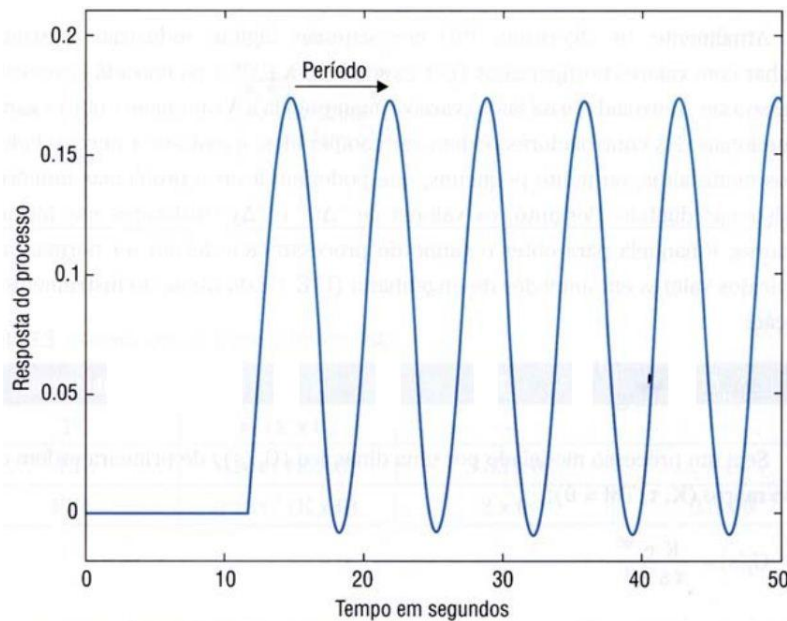
- Método em Malha Fechada
 - Aumenta-se K_P (controlador P) até K_U  resposta oscilatória de amplitude constante (período P_U)
 - Critério: razão de declínio igual a 1/4

Controlador	K_p	T_i	T_D
P	$0.5 K_U$	–	–
PI	$0.45 K_U$	$P_U/1.2$	–
PID	$0.6 K_U$	$P_U/2$	$P_U/8$

[Ziegler e Nichols, 1942]

Método Ziegler e Nichols (MF)

- Ex.: $G_p(s) = \frac{0.5}{5s+1} e^{-2s}$
 - Aumenta-se K_P até 9.25 (K_U) e altera-se o SP para 0.1 em $t=10s$. Observou-se $P_U \cong 7.1s$



Da tabela,

$$K_P = 5.55;$$

$$T_I = 3.55;$$

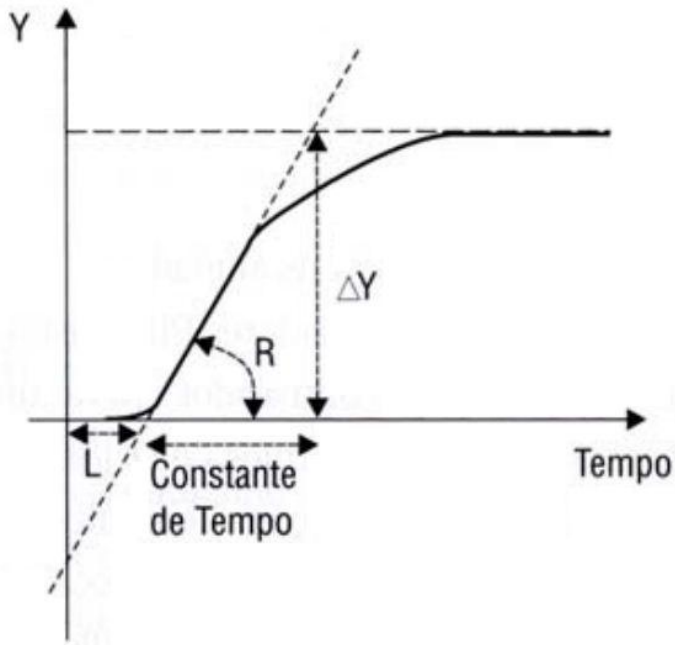
$$T_D = 0.88;$$

- Teste pode levar sistema a condição operacional insegura
- Não muito utilizado na indústria

Método Ziegler e Nichols (MA)

- Método em Malha Aberta

Seja $G_P(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$  resposta em MA



Como visto,

$$K = \frac{\Delta y(\%)'}{\Delta u(\%)}, \quad \Delta y(\%) = \frac{\Delta y (U.E.)}{Faixa}$$

e τ e θ a partir do gráfico ou outros métodos.

Método Ziegler e Nichols (MA)

Controlador	K_p	T_i	T_D
P	$\tau / (K \times \theta)$	—	—
PI	$0.9 \tau / (K \times \theta)$	$3.33 \times \theta$	—
PID	$1.2 \tau / (K \times \theta)$	$2 \times \theta$	$0.5 \times \theta$

[Ziegler e Nichols, 1943]

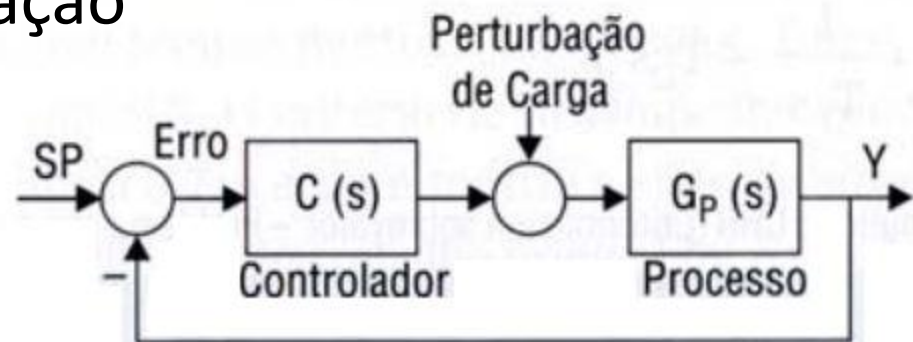
Considerações:

- K_p é inversamente proporcional a K
- K_p é inversamente proporcional a θ/τ (*fator de incontrolabilidade do processo*)
- Quanto maior θ o controlador deve esperar mais para repetir a ação proporcional
- Segundo Z&N $\longrightarrow 0.1 \leq \theta/\tau \leq 0.3$
- Segundo [Rivera et al., 86] $\longrightarrow 0.2 \leq \theta/\tau \leq 0.4$
- Instável para $\theta/\tau > 4$
- Desenvolvido para controladores analógicos, se T_a significativo a razão de declínio será maior do que $\frac{1}{4}$ $\longrightarrow \theta' = \theta + T_a/2$
- Pode ser instável devido a erros de modelagem, MIMO, não-linearidade
- Para aumentar a robustez, sugere-se diminuir os ganhos propostos por Z&N

Método CHR

- Proposto por [Chien, Hrone e Reswick, 1952]
- Critérios:
 - Resposta mais rápida possível sem sobrevalor
 - Resposta mais rápida possível com 20% de sobrevalor
- Aplicados para:
 - Problema servo
 - Problema de regulação

$$G_P(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$



Método CHR

Comparação CHR vs Z&N:



- Critério “Ótimo sem sobrevalor” \longrightarrow robusto (utilizado em plantas industriais)
 - Mais longe da instabilidade
 - Absorve variações na dinâmica do processo
 - Não-linearidades, desgaste dos equipamentos, etc

Método CHR

- Tabela para o critério:
 - Resposta mais rápida possível sem sobrevalor
1. Problema servo

Controlador	K_p	T_I	T_D
P	$\frac{0.3 \times \tau}{K \times \theta}$	—	—
PI	$\frac{0.35 \times \tau}{K \times \theta}$	$1.16 \times \tau$	—
PID	$\frac{0.6 \times \tau}{K \times \theta}$	τ	$\frac{\theta}{2}$

2. Problema de Regulação

Controlador	K_p	T_I	T_D
P	$\frac{0.3 \times \tau}{K \times \theta}$	—	—
PI	$\frac{0.6 \times \tau}{K \times \theta}$	$4 \times \theta$	—
PID	$\frac{0.95 \times \tau}{K \times \theta}$	$2.375 \times \theta$	$0.421 \times \theta$

Método CHR

- Tabela para o critério:
 - Resposta mais rápida possível com 20% sobrevalor

 1. Problema servo



Controlador	K_p	T_i	T_D
P	$\frac{0.7 \times \tau}{K \times \theta}$	—	—
PI	$\frac{0.6 \times \tau}{K \times \theta}$	τ	—
PID	$\frac{0.95 \times \tau}{K \times \theta}$	$1.357 \times \tau$	$0.473 \times \theta$

Método de Cohen e Coon (CC)

- Baseado em [Cohen e Coon, 1953]
- Sintonia de PID para processos com tempo morto mais elevados ($\theta/\tau > 0.3$)
- Critério: razão de declínio igual a $\frac{1}{4}$
- Processos FOPDT

$$G_P(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

- Considerações

- Segundo [Rivera et al., 86]  $0.6 \leq \theta/\tau \leq 4.5$
- Robustez ruim para $\theta/\tau \leq 2$
- Sintonias agressivas  na prática diminuir inicialmente os ganhos e ir aumentando

Método de Cohen e Coon (CC)

	K_p	τ_i	τ_d
P	$\left(1.03 + 0.35 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right) \times \frac{\tau}{K \times \theta}$	—	—
PI	$\left(0.9 + 0.083 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right) \times \frac{\tau}{K \times \theta}$	$\frac{\left(0.9 + 0.083 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right)}{\left(1.27 + 0.6 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right)} \times \theta$	—
PID	$\left(1.35 + 0.25 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right) \times \frac{\tau}{K \times \theta}$	$\frac{\left(1.35 + 0.25 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right)}{\left(0.54 + 0.33 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right)} \times \theta$	$\frac{0.5 \times \theta}{\left(1.35 + 0.25 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right)}$

Método da Integral do Erro

- Proposto por [Lopez et al., 1967] (regulação) e [Rovira et al., 1969] (servo)
- Critérios usados na prática (em um horizonte de tempo finito)

Índice de Desempenho	Descrição	Expressão
IAE	Integral do módulo do erro	$\int e(t) dt$
ITAE	Integral do módulo do erro vezes o tempo	$\int t e(t) dt$

- ITAE: menos sensível a erros que ocorrem logo após a perturbação (penaliza *off-set*)
- Processos FOPDT

$$G_P(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

Método da Integral do Erro

- Problema de otimização (sintonias que minimizam a integral) e regressão (faixa de análise $0 \leq \theta/\tau \leq 1$)
- Problema regulação [Lopez et al., 1967]

$$K_P = \frac{1}{K} \times \left(A \times \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^B \right) \quad T_I = \frac{\tau}{\left(C \times \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^D \right)} \quad T_D = \tau \times \left(E \times \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^F \right)$$

Controlador	Critério	A	B	C	D	E	F
PI	IAE	0.984	-0.986	0.608	-0.707	—	—
PI	ITAE	0.859	-0.977	0.674	-0.68	—	—
PID	IAE	1.435	-0.921	0.878	-0.749	0.482	1.137
PID	ITAE	1.357	-0.947	0.842	-0.738	0.381	0.995

Método da Integral do Erro

- Problema de otimização (sintonias que minimizam a integral) e regressão (faixa de análise $0 \leq \theta/\tau \leq 1$)
- Problema servo [Rovira et al., 1969]

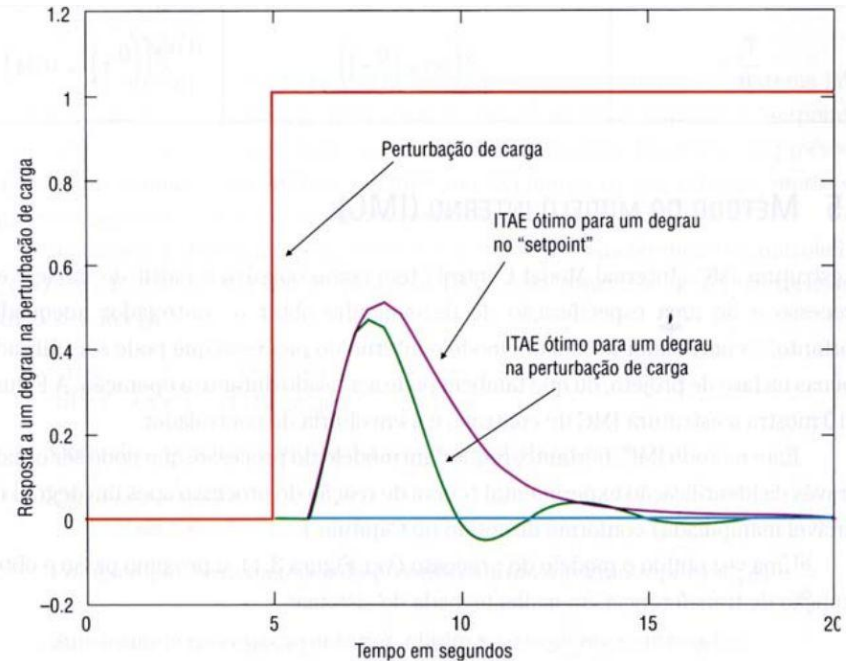
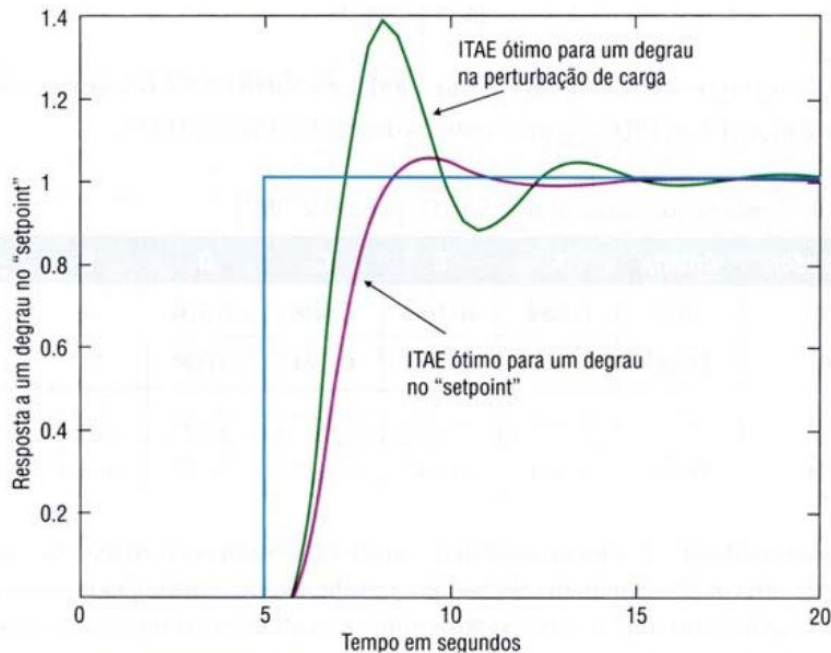
$$K_P = \frac{1}{K} \times \left(A^* \times \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{B^*} \right) \quad T_I = \frac{\tau}{\left(C^* + D^* \times \left(\frac{\theta}{\tau} \right) \right)} \quad T_D = \tau \times \left(E^* \times \left(\frac{\theta}{\tau} \right)^{F^*} \right)$$

Controlador	Critério	A*	B*	C*	D*	E*	F*
PI	IAE	0.758	-0.861	1.02	-0.323	—	—
PI	ITAE	0.586	-0.916	1.03	-0.165	—	—
PID	IAE	1.086	-0.869	0.740	-0.130	0.348	0.914
PID	ITAE	0.965	-0.850	0.796	-0.147	0.308	0.929


Método da Integral do Erro

Exemplo: Seja $G_P(s) = \frac{1e^{-s}}{2s+1}$ e um controlador PI

- Pela tabela do problema de regulação (degrau perturbação)
 $K_P = 1.691$ e $T_I = 1.852$
- Pela tabela do problema servo (degrau SP)
 $K_P = 1.106$ e $T_I = 2.111$ (mais suave/robusto)



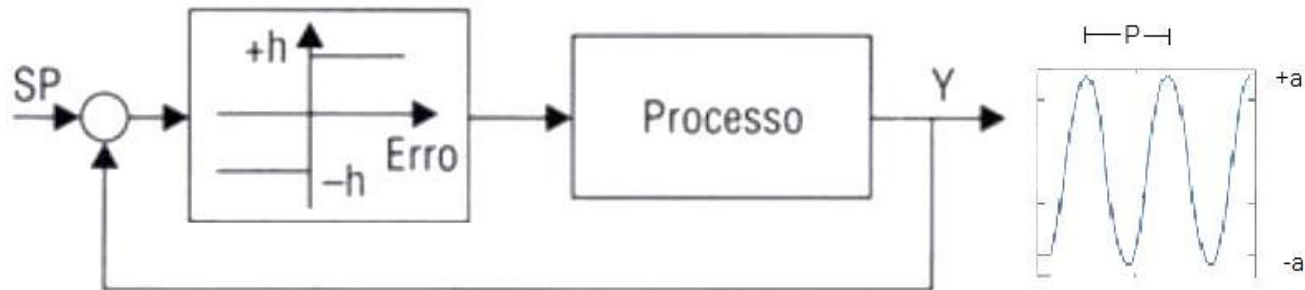
Método da Integral do Erro

- [Tavakoli e Tavakoli, 2003]  algoritmo genético para sintonia ótima (ISE, IAE, ITAE)

Fator Adimensional	IAE	ITAE
$K_p \times K =$	$\frac{1}{\left(\frac{\theta}{\tau} + 0.2\right)}$	$\frac{0.8}{\left(\left(\frac{\theta}{\tau} + 0.1\right)\right)}$
$\frac{T_I}{\theta} =$	$\frac{\left(0.3 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right) + 1.2\right)}{\left(\left(\frac{\theta}{\tau}\right) + 0.08\right)}$	$0.3 + \left(\frac{1}{\left(\frac{\theta}{\tau}\right)}\right)$
$\frac{T_D}{\theta} =$	$\frac{1}{\left(90 \times \left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right)}$	$\frac{0.06}{\left(\left(\frac{\theta}{\tau}\right) + 0.04\right)}$

Método dos Relés em Malha Fechada

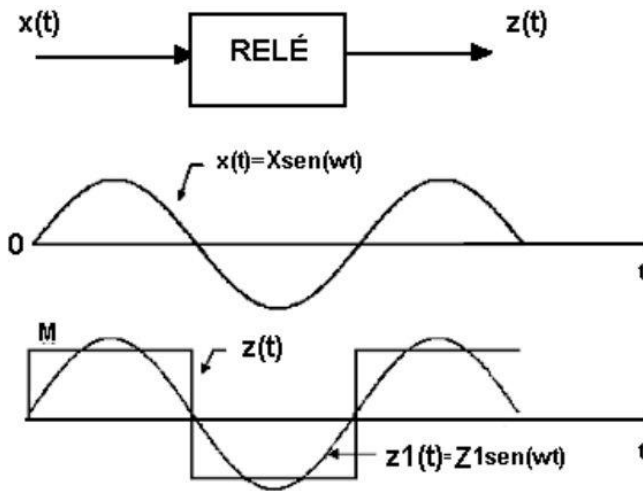
- [Astrom & Hagglund, 1984] Método em MF: provoca oscilações limitadas e controladas → estimacão da resposta em frequência da planta
- Teste similar ao Z&N de MF com vantagem de ser controlado (amplitude da perturbação limitada)



- PID como relé: limita-se a saída em $\pm h$, aumenta-se K_p e elimina-se T_I e T_D (controlador em automático)

Método dos Relés em Malha Fechada

- Oscilações de amplitude a e período P \longrightarrow P_u e K_u



Da expansão em série de Fourier
(amplitude do 1º harmônico da saída relé)

$$K_u \cong \frac{4h}{a\pi} \quad \text{e} \quad P_u \cong P$$

- De posse de K_u e P_u \longrightarrow tabelas de sintonia de MF (ex.: Z&N)

Método dos Relés em Malha Fechada

- Usualmente define-se h como 1 a 10% em torno do valor em regime permanente atual
- Erros na identificação de P_u e K_u entre 5 a 20% [Li, Eskinat e Luyben 1991] (erro proporcional a θ/τ)
- Utilizar fator de folga (“*detuning*”) $f = 2.5$ na sintonia Z&N de MF

$$K_p = \frac{K_p^{ZN}}{(f/2)} \text{ e } T_I = T_I^{ZN} \times f$$

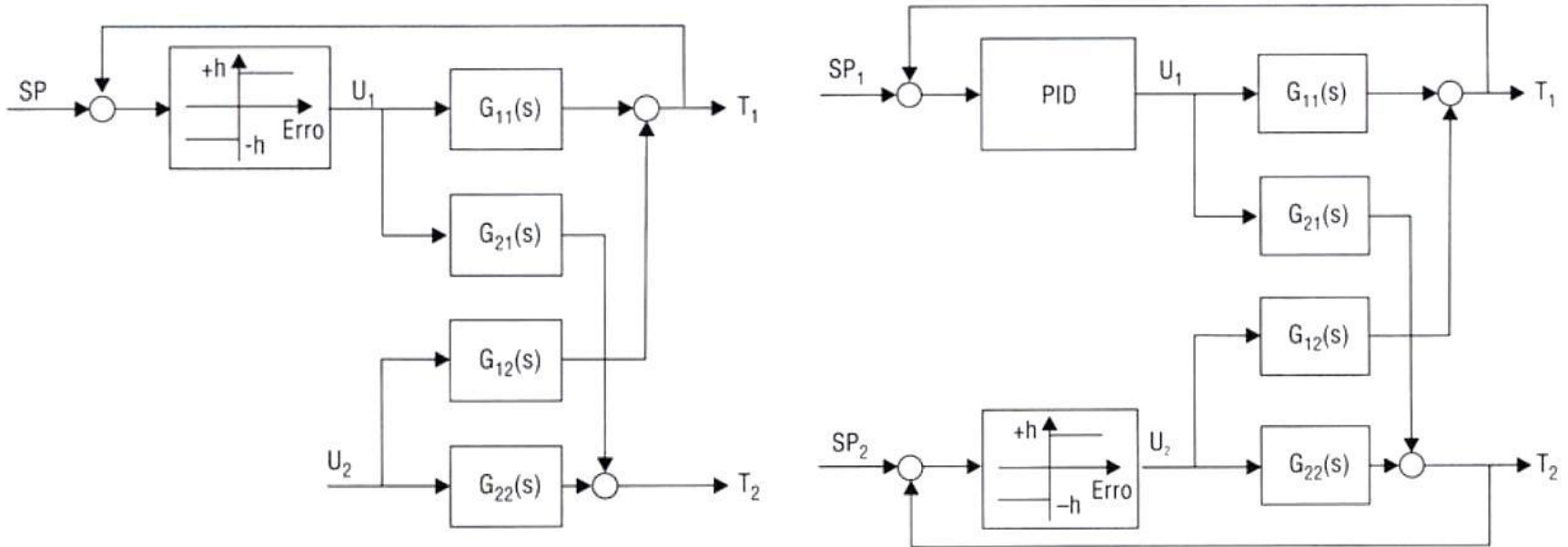
Método dos Relés em Malha Fechada

Caso MIMO – metodologia [Campos & Teixeira, 2006]:

1. Começar a sintonia pelas malhas rápidas, com as outras em manual;
2. Executar o método do relé para a 1ª malha e sintonizar a mesma;
3. Colocar esta malha sintonizada em auto e executar o método do relé para a próxima malha. Continuar, deixando as malhas já sintonizadas em auto, até terminar todas as malhas;
4. Voltar à primeira malha, mas desta vez executar o método do relé com as outras malhas em auto. Ressintonizar esta malha e passar para a próxima.
5. Continuar o método até convergir.

Método dos Relés em Malha Fechada

Caso MIMO – metodologia [Campos & Teixeira, 2006]



Método da Síntese Direta (SD)
e
Método do Modelo Interno (IMC)

(notas de aula)

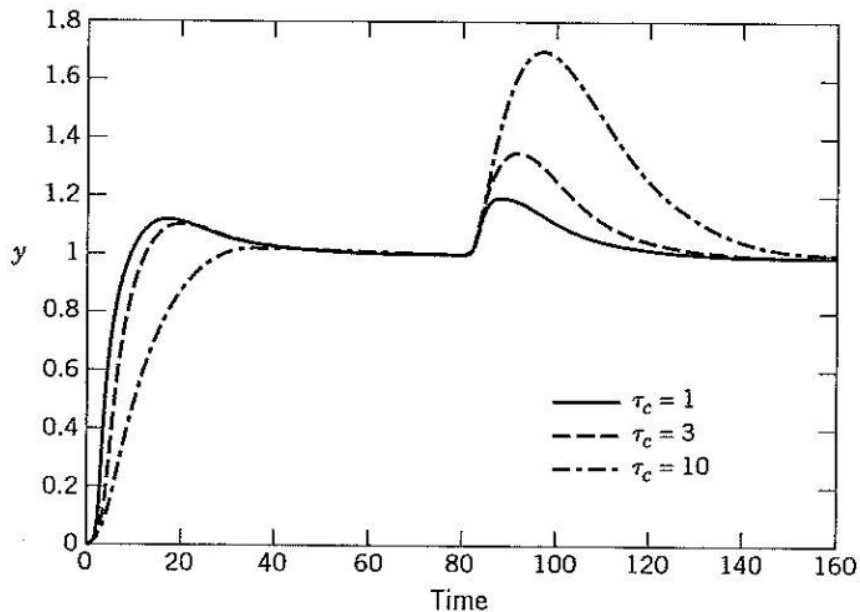
Método da Síntese Direta (SD)

Exemplo: Seja o processo e dinâmica desejada

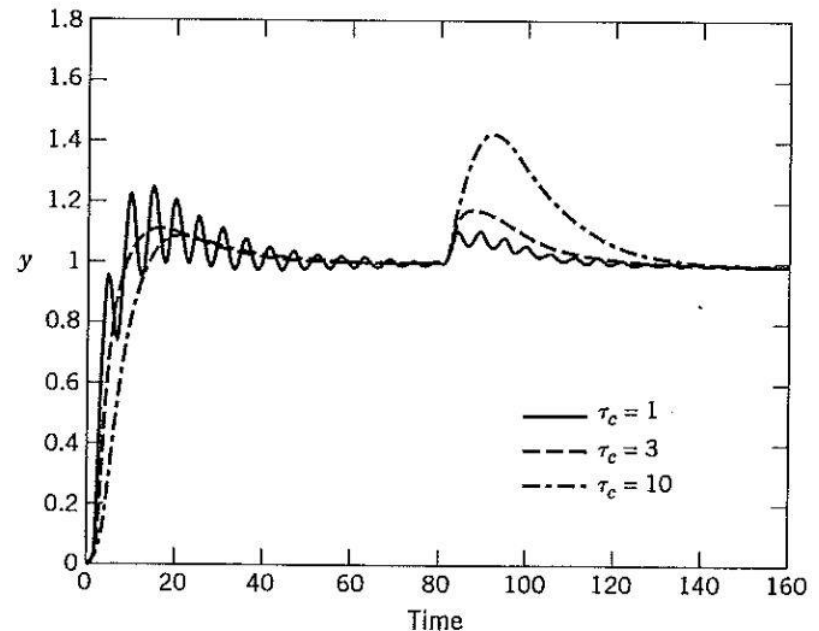
$$G_p(s) = \frac{2e^{-s}}{(10s + 1)(5s + 1)}$$

$$G_{MF}(s) = \frac{1e^{-s}}{\lambda s + 1}$$

	$\tau_c = 1$	$\tau_c = 3$	$\tau_c = 10$
$K_c (\tilde{K} = 2)$	3.75	1.88	0.682
$K_c (\tilde{K} = 0.9)$	8.33	4.17	1.51
τ_I	15	15	15
τ_D	3.33	3.33	3.33



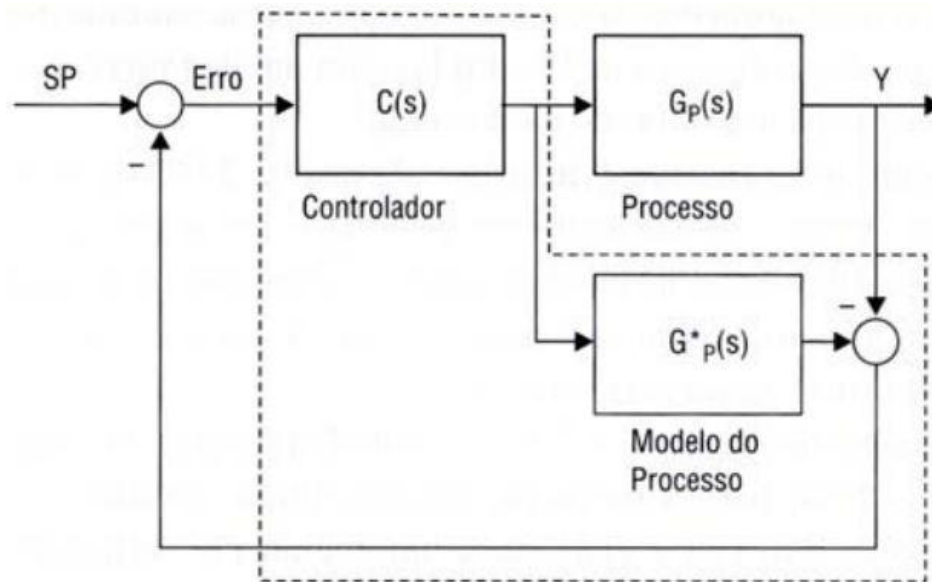
Resposta a SP e D (K correto).





Resposta a SP e D (K incorreto).

Método do Modelo Interno (IMC)

- Proposto por [Garcia e Morari, 1982 e Rivera et al., 1986]
- IMC e SD produzem os mesmo controladores (dinâmica precisa)
- IMC ➡ permite incerteza de modelo, (robustez x desempenho)
- Modelo + especificação ➡ controlador
- Uso de um modelo interno ➡ fase de projeto e/ou operação



Método do Modelo Interno (IMC)

- Filtro  diminuir a sensibilidade a erros de modelagem
- IMC  funciona melhor para servo do que p/ reg.
- Escolha de λ ou τ_F
 - [Astrom] $\lambda' = \lambda\tau \in [0.5 \ 5]$, $\lambda' < 1$ ($\tau_{MF} < \tau_{MA}$)
 - [Campos e Teixeira, 06] $\lambda = \tau_{dominante}$
 - [Chien e Fruehauf, 90] $\theta < \lambda < \tau$
 - [Skogestad, 03] $\lambda = \theta$
- Sintonia- λ é um exemplo de IMC desenvolvido usando a técnica de SD.

Método do Modelo Interno (IMC)

Desejando-se $G_{MF}(s) = \frac{1}{\lambda s + 1}$ ($\lambda \geq 3\tau, \lambda \gg \theta$) (sintonia Lambda):

Modelo do Processo	K_p	T_i	T_D
$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{K \times \lambda}$	τ	—
$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{(\tau_1 + \tau_2)}{K \times \lambda}$	$(\tau_1 + \tau_2)$	$\frac{\tau_1 \times \tau_2}{(\tau_1 + \tau_2)}$
$\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1}$	$\frac{2\xi\tau}{K \times \lambda}$	$2\xi\tau$	$\frac{\tau}{2\xi}$
$\frac{K}{s}$	$\frac{1}{K \times \lambda}$	—	—
$\frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{1}{K \times \lambda}$	—	τ

Quando $G_P(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$

[Rivera et al., 1986]

Controlador	K_p	T_i	T_D	Sugestão para o Desempenho
PID	$\frac{2\tau + \theta}{K \times (2\lambda + \theta)}$	$\tau + \left(\frac{\theta}{2}\right)$	$\frac{\tau \times \theta}{(2\tau + \theta)}$	$\frac{\lambda}{\theta} > 0.8$
PI	$\frac{(2\tau + \theta)}{K \times 2\lambda}$	$\tau + \left(\frac{\theta}{2}\right)$	—	$\frac{\lambda}{\theta} > 1.7$

[Rivera et al., 1986]

Método do Modelo Interno (IMC)

- [Luyben, 2001] PID Série com filtro no termo derivativo

$$U(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{sT_I} \right) \times \left(SP(s) - \frac{T_D s + 1}{\tau_F s + 1} Y(s) \right)$$

- Sugestão: $\lambda = \max\{0.25 \times \theta, 0.2 \times \tau\}$
- para processos FOPDT

$$G_P(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

- Sintonia proposta para PID e filtro

$$K_P = \frac{1}{K} \times \left(\frac{2\tau + \theta}{2(\lambda + \theta)} \right), T_I = \tau + \frac{\theta}{2}, T_D = \frac{\tau\theta}{2\tau + \theta} \text{ e } \tau_F = \frac{\lambda\theta}{2(\lambda + \theta)}$$

Método do Modelo Interno (IMC)

- [Skogestad, 2004] PID Série (derivativo na PV)

$$U(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{sT_I} \right) \times \left(SP(s) - \frac{T_D s + 1}{\tau_F s + 1} Y(s) \right)$$

$\tau_F = 0.01 T_D$ (usual) ou $\tau_F = 0.01 T_D$ (processos ruidosos)

Resposta ideal em MF

$$\frac{Y(s)}{SP(s)} = \frac{1}{\lambda s + 1} e^{-\theta s} \quad (\text{atraso } \theta \text{ inevitável})$$

- Sugestão: $\lambda = \theta$ (compromisso robustez e desempenho)
- Se o desempenho não estiver adequado \longrightarrow aumentar λ
- Para processos ruidosos \longrightarrow (1) aumentar τ_F até $\tau_F = \theta/2$;
(2) eliminar T_D ; (3) aumentar λ

Método do Modelo Interno (IMC)

Modelo do Processo	K_p	τ_I	τ_D
$\frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s}$	$\frac{\tau}{K \times (\lambda + \theta)}$	$\min\{\tau, 4 \times (\lambda + \theta)\}$	—
$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s}$	$\frac{\tau}{K \times (\lambda + \theta)}$	$\min\{\tau_1, 4 \times (\lambda + \theta)\}$	τ_2
$K \times e^{-\theta s}$	$\frac{1}{K}$	$\lambda + \theta$	—
$\frac{K}{s} e^{-\theta s}$	$\frac{1}{K \times (\lambda + \theta)}$	$4 \times (\lambda + \theta)$	—
$\frac{K}{s(\tau_2 s + 1)} e^{-\theta s}$	$\frac{1}{K \times (\lambda + \theta)}$	$4 \times (\lambda + \theta)$	τ_2

[Skogestad, 2004]

Comparação entre os métodos (1)

Processo:

$$G_P(s) = \frac{0.5e^{-1s}}{5s + 1}$$

Controlador:

PID padrão (ISA) com filtro no termo derivativo

$$\tau_F = 0.1\tau$$

Métodos:

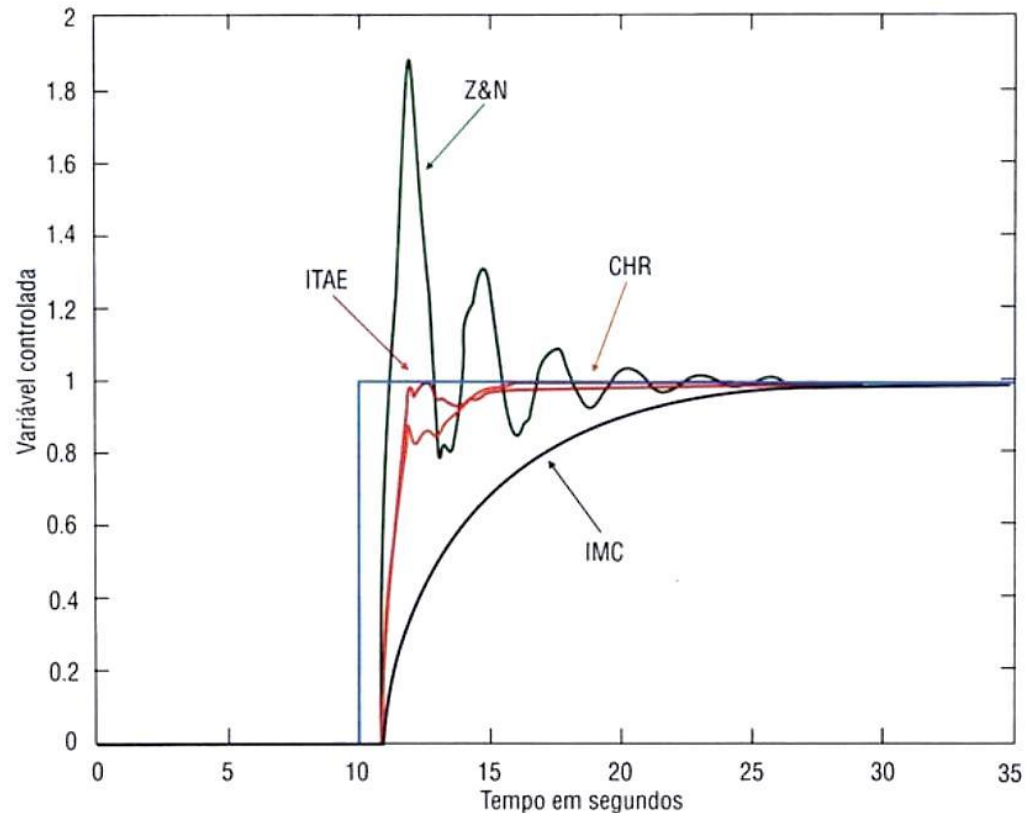
Z&N ($K_u = 18.5$ e $P_u = 4.1s$)

CHR (sem sobrevalor, servo)

Cohen e Coon (CC)

ITAE (servo)

IMC ($\lambda = 2(\tau + \theta) / 3$)



Comparação entre os métodos (2)

Processo:

$$G_P(s) = \frac{0.5e^{-1s}}{30s + 1}$$

Controlador:

PID padrão (ISA) com filtro no termo derivativo

$$\tau_F = 0.1\tau$$

Métodos:

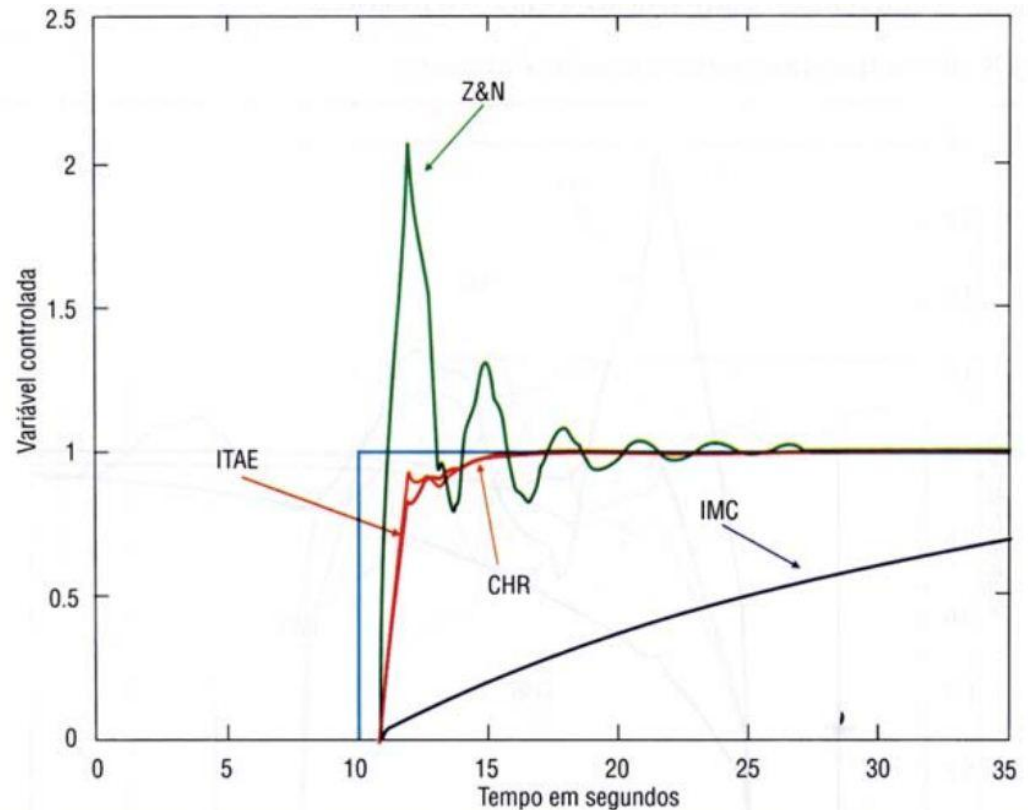
Z&N

CHR (sem sobrevalor, servo)

Cohen e Coon (CC)

ITAE (servo)

IMC ($\lambda = \frac{2(\tau+\theta)}{3}$)



Comparação entre os métodos (3)

Processo:

$$G_P(s) = \frac{0.5e^{-10s}}{30s + 1}$$

Controlador:

PID padrão (ISA) com filtro no termo derivativo

$$\tau_F = 0.1\tau$$

Métodos:

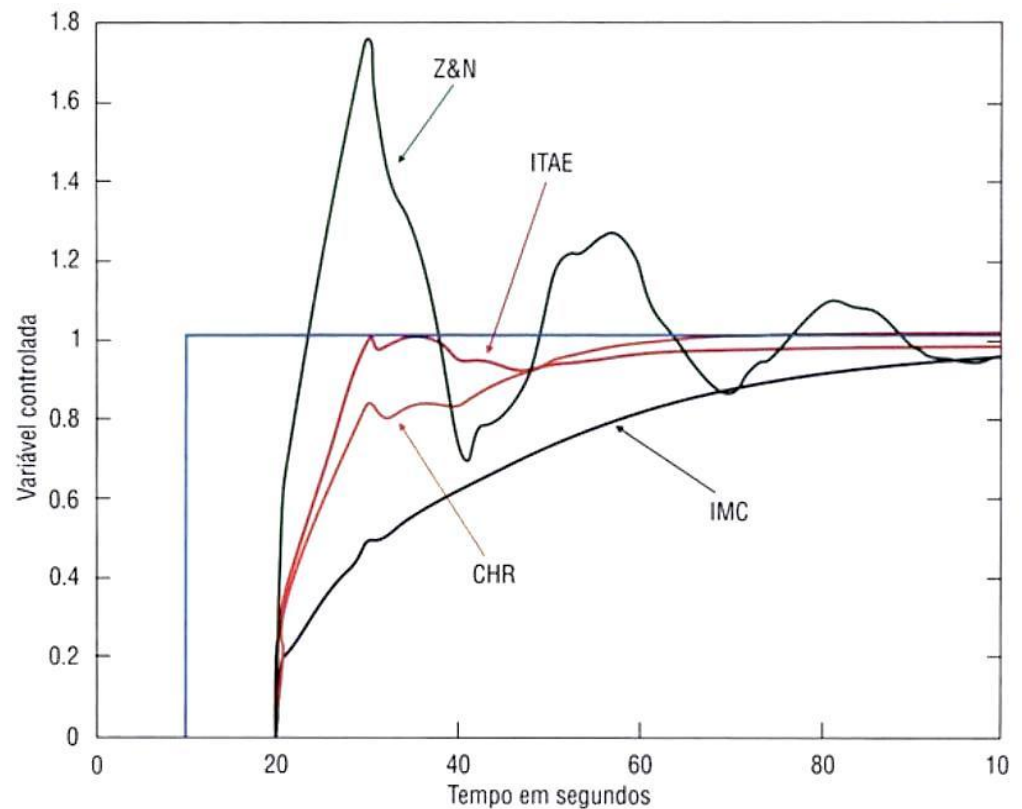
Z&N

CHR (sem sobrevalor, servo)

Cohen e Coon (CC)

ITAE (servo)

IMC ($\lambda = 2(\tau + \theta) / 3$)



Comparação entre os métodos (4)

Processo:

$$G_P(s) = \frac{0.5e^{-10s}}{5s + 1}$$

Controlador:

PID padrão (ISA) com filtro no termo derivativo

$$\tau_F = 0.1\tau$$

Métodos:

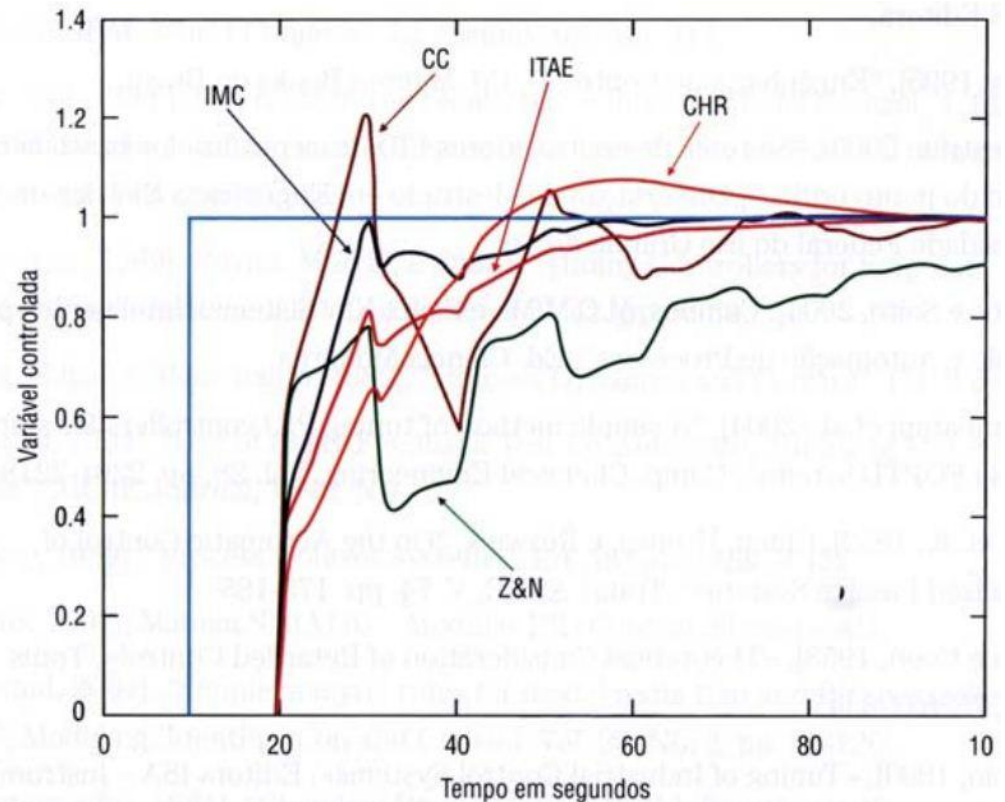
Z&N

CHR (sem sobrevalor, servo)

Cohen e Coon (CC)

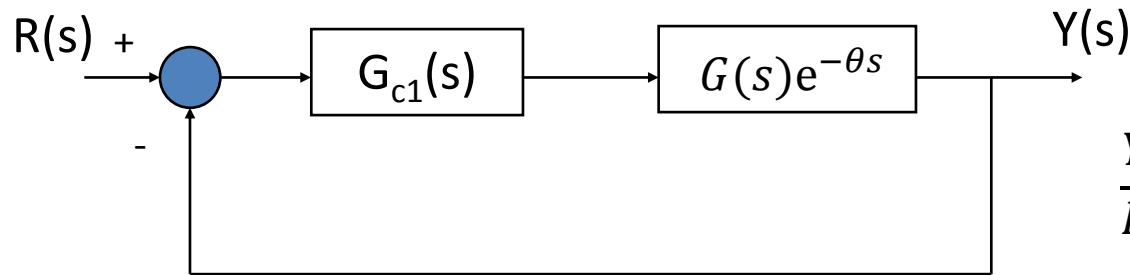
ITAE (servo)

IMC ($\lambda = 2(\tau + \theta) / 3$)



Compensador de Tempo Morto

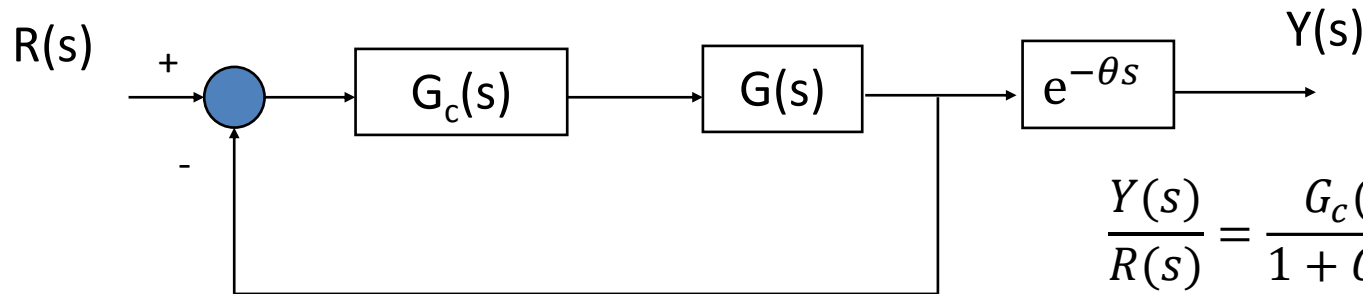
Processo com atraso:



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_{c1}(s)e^{-\theta s} G(s)}{1 + G_{c1}(s)e^{-\theta s} G(s)}$$

- Processos com grande tempo morto apresentam respostas lentas sob controle de realimentação tradicional (para se obter a estabilidade)

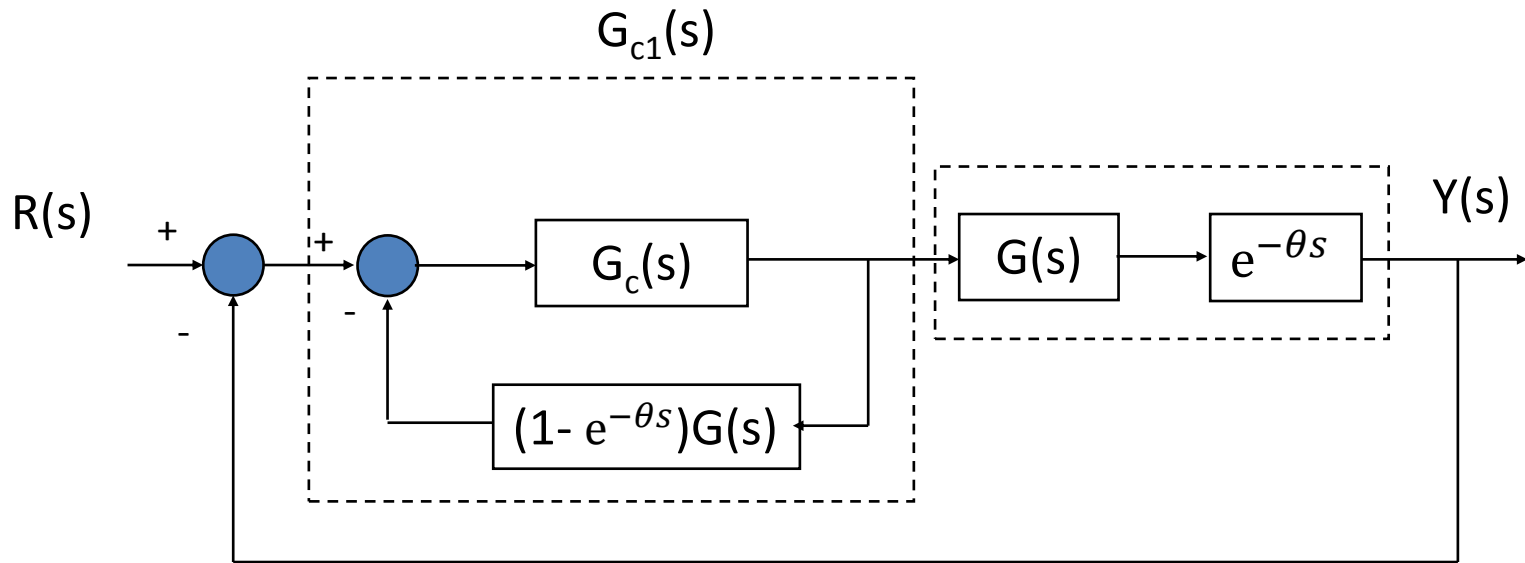
Objetivo: mover o tempo morto para fora da malha



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s) G(s)}{1 + G_c(s) G(s)} e^{-\theta s}$$

Compensador de Tempo Morto

Preditor de Smith



- $G_c(s)$ projetado de forma usual
- Necessário modelo preciso do processo
- Realimentação da versão não atrasada do processo
- $y(t + \theta)$ (predição da saída do processo)

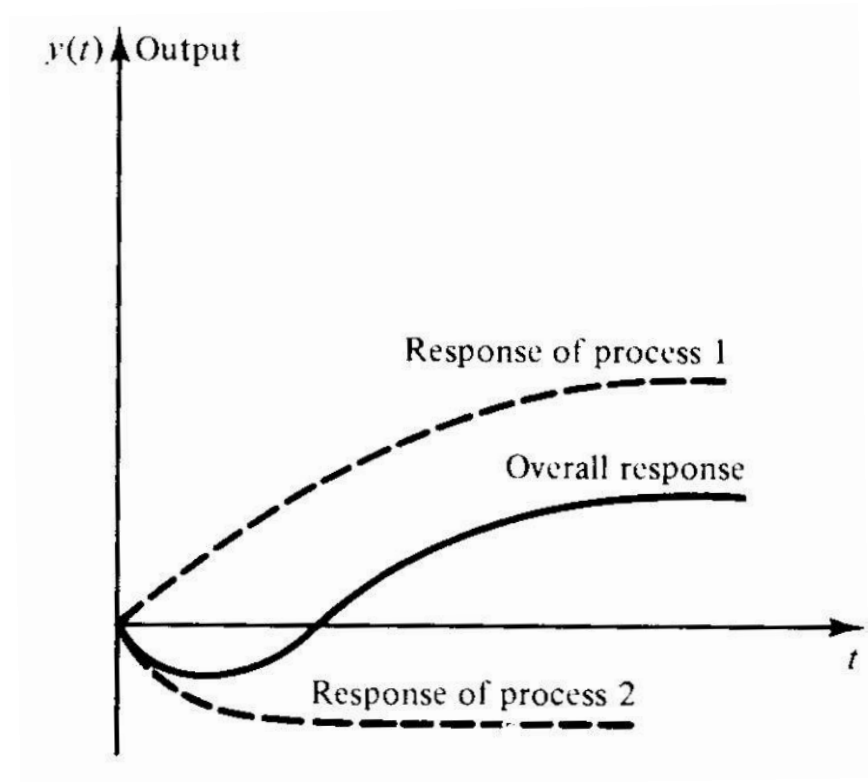
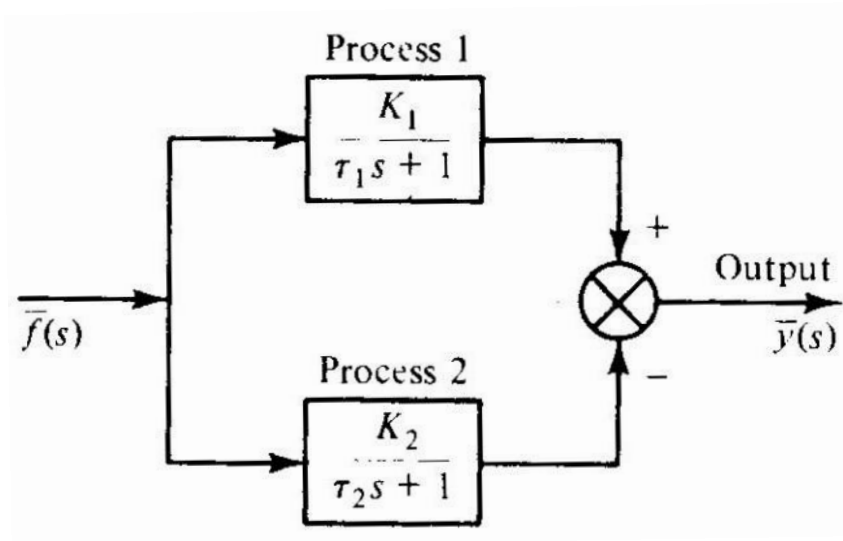
Sistemas com Reposta Inversa

- Resposta de fase não mínima
- Direção do comportamento inicial oposto ao final
- Resultante da ação de dois efeitos opostos (ex.: diferença de 2 FT's)
- A FT possui um zero positivo
- Difíceis de controlar e requerem atenção especial

Sistemas com Reposta Inversa

Exemplo de resposta inversa devido a diferença de 2 processos de primeira ordem:

$$Y(s) = \frac{(K_1\tau_2 - K_2\tau_1) + (K_1 - K_2)}{(\tau_1s + 1)(\tau_2s + 1)} F(s), \quad \left(\tau_1/\tau_2 > K_1/K_2 > 1\right) \rightarrow z > 0$$



Bibliografia

- De Campos, M. C. M. M.; Teixeira, H. C. G.; *Controles típicos de equipamentos e processos industriais*. Editora Edgard Blucher, 1ª edição, 2006.
- Artigos diversos.