

Processamento de Sinais Biológicos

Adson Ferreira da Rocha, João Luiz Azevedo de Carvalho, Pedro de Azevedo Berger,
Francisco Assis de Oliveira Nascimento

1. Introdução

A rápida evolução das técnicas de processamento digital de sinais e a sua influência em todos os setores do conhecimento humano se devem ao desenvolvimento da microeletrônica e, em especial, dos microprocessadores. A ênfase na digitalização e no modelamento computacional de fenômenos físicos teve início no setor de telecomunicações com as centrais eletrônicas CPA-T (Comutação por Programa Armazenado com Comutação Temporal), ainda na década de 70, e com a pesquisa aeroespacial americana da década de 60. Com o aparecimento do microprocessador e da integração em larga escala foi possível produzir arquiteturas com capacidade de processamento e de memória condizentes com as necessidades das aplicações. Mais tarde a Internet contribuiu para integrar e globalizar todos os tipos de mídias e disponibilizá-los aos usuários do mundo inteiro.

Conversores analógico/digital e digital/analógico tornaram o mundo digital aberto para os diversos tipos de aplicações onde é vantajoso representar um sinal analógico (tempo contínuo) em um formato digital (tempo discreto). Os equipamentos digitais apresentam maior flexibilidade, pois alterações no sistema podem ser feitas com simples atualizações de *software*, sem a necessidade de modificações no *hardware*. O futuro aponta para o desenvolvimento de técnicas de inteligência artificial voltadas para as máquinas digitais, que terão capacidade de adquirir novos conhecimentos e redefinir seus algoritmos para obter um desempenho melhor, ou seja, incorporando o conceito de aprendizagem.

As técnicas que utilizam processamento digital de sinais vêm ganhando espaço em diversas aplicações, como: processamento de voz, áudio, imagem e vídeo, comunicações, automação e controle de processos, robótica, visão computacional, sismologia, meteorologia, finanças, economia, sistemas embarcados, instrumentação, reconhecimento e identificação de padrões, sistemas especialistas, navegação aeroespacial, guerra eletrônica, agricultura de precisão, biomecânica, química, medicina, biologia e todas as áreas em que é possível utilizar um computador digital para processar informações. No âmbito da engenharia biomédica também é possível observar o grande avanço tecnológico resultante dos equipamentos digitais. Exemplos disso são os modernos eletrocardiógrafos digitais, os equipamentos de tomografia computadorizada e os *scanners* de ressonância magnética nuclear.

Este capítulo tem por objetivo apresentar uma visão panorâmica da área de processamento de sinais e discutir suas aplicações à biologia e à medicina, que formam uma área comumente chamada de processamento de sinais biomédicos. Como é impossível abordar em um único capítulo toda a teoria relevante associada ao processamento de sinais, será dada ênfase aos conceitos básicos necessários ao entendimento de algoritmos e de processos pertinentes, sem o rigor matemático que é normalmente usado na área, procurando apresentar ao leitor um entendimento básico e intuitivo de algumas das técnicas mais utilizadas nessa sub-área.

Para o entendimento mais aprofundado da área de processamento digital de sinais, estão disponíveis diversas referências (OPENHEIM et al., 1999; PROAKIS e MANOLAKIS, 2006), e para o conhecimento mais detalhado de técnicas de processamento de sinais biomédicos, sugere-se a consulta das referências (LAGUNA e SORNMO; 2005, BRUCE, 2001; RANGAYYAN, 2001; AKAY, 1994; TOMPKINS, 1993; SORNMO e LAGUNA, 2005).

2. A digitalização de sinais

A construção de um sinal digital a partir de um sinal analógico é constituída de três passos distintos: a transdução/captação, o condicionamento e a digitalização. O primeiro passo é a captação do sinal e a transdução para a forma elétrica. Depois é necessário condicionar o sinal transduzido para um formato adequado para a digitalização. No processo de condicionamento do sinal, geralmente são implementadas operações como amplificação e filtragem analógica do sinal. Finalmente, o sinal é digitalizado por meio de uma interface analógico/digital e o resultado é uma seqüência de amostras que são armazenadas em uma memória para processamento posterior. A digitalização é subdividida em duas etapas: a discretização temporal, denominada “amostragem”, e a discretização de amplitude, denominada “quantização”.

O sinal digital é representado por um conjunto de amostras quantizadas onde cada amostra é constituída por uma palavra digital, que é um número correspondente à amplitude do sinal. A palavra digital é discriminada em termos de *bytes*. É comum digitalizar sinais eletrofisiológicos com comprimento de palavra digital de dois bytes por cada amostra. A Figura 1 mostra graficamente como pode ser visualizado um sinal digital e compara esta representação com a analógica. Observe que a representação discreta no tempo (digital) é entendida pelo processador de sinais como se fosse uma seqüência de números inteiros armazenados seqüencialmente em uma memória.

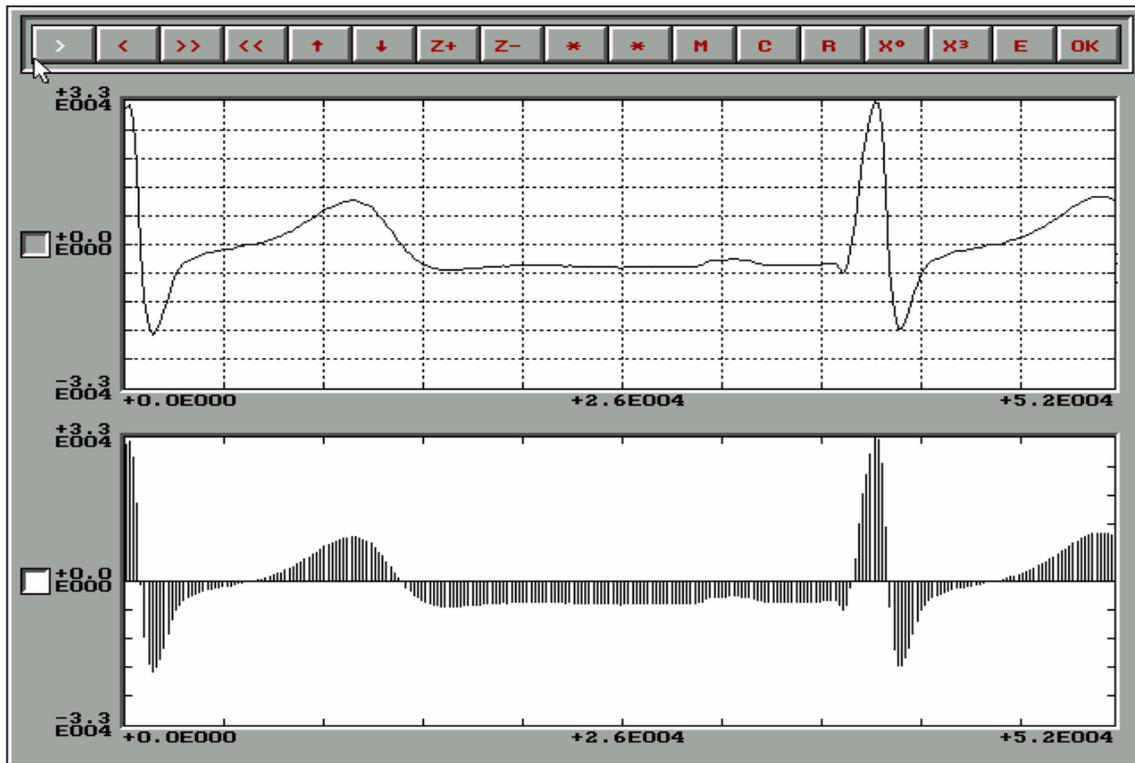


Figura 1 – Sinal de eletrocardiografia: acima, o sinal representado em tempo contínuo (analogico) e abaixo, sua contrapartida em tempo discreto (digital)

A Figura 2 apresenta um diagrama de blocos simplificado onde é ilustrado o processo de digitalização de um sinal. Como foi comentado no parágrafo anterior, o condicionamento de sinal é responsável pela adequação de amplitude de tensão e/ou de corrente elétrica e filtragem do sinal. O filtro de guarda identificado na figura possui uma característica de tornar o sinal analógico mais suave, minimizando as variações abruptas. Essa característica é associada ao comportamento no domínio das frequências e é denominada filtragem passa-baixa, que será discutida mais adiante. O filtro de guarda poderia estar inserido dentro do módulo de condicionamento de sinais. Contudo, dada a sua importância no processo de digitalização, ele é explicitado de forma independente. A interface Analógica/Digital recebe um sinal em tempo contínuo (analogico) e produz como saída um sinal em tempo discreto (digital). O processador de sinais recebe o sinal digital representado na forma binária e executa a tarefa fim do sistema.

A interface Analógica/Digital, na grande maioria das aplicações, opera a taxa fixa de digitalização. Para cada aplicação existe uma taxa de amostragem mínima que é conveniente para representação digital do sinal. Caso essa taxa mínima não seja obedecida, ocorre um fenômeno denominado superposição de espectros, ou *aliasing*, que acarreta perdas de informação na representação digital. O rigor matemático que define a taxa de amostragem mínima para se amostrar adequadamente um sinal foi desenvolvido em 1927 pelo engenheiro sueco Harry Nyquist, que na época trabalhava nos laboratórios da companhia telefônica americana Bell. O teorema da amostragem, ou teorema de Nyquist, diz que a taxa de amostragem mínima para se amostrar um sinal, ou a frequência de Nyquist, é o dobro da frequência da componente do sinal com frequência mais alta. Por exemplo, se um sinal tem componentes de frequência com amplitude significativa em

uma faixa de frequência que vai de 0 a 100 Hz, o sinal deve ser amostrado a uma taxa mínima de 200 amostras por segundo para que possa ser reconstruído sem perda de informação. O filtro de guarda mostrado na Figura 2 também é conhecido como filtro *antialiasing* e tem a finalidade de minimizar a superposição de espectros.

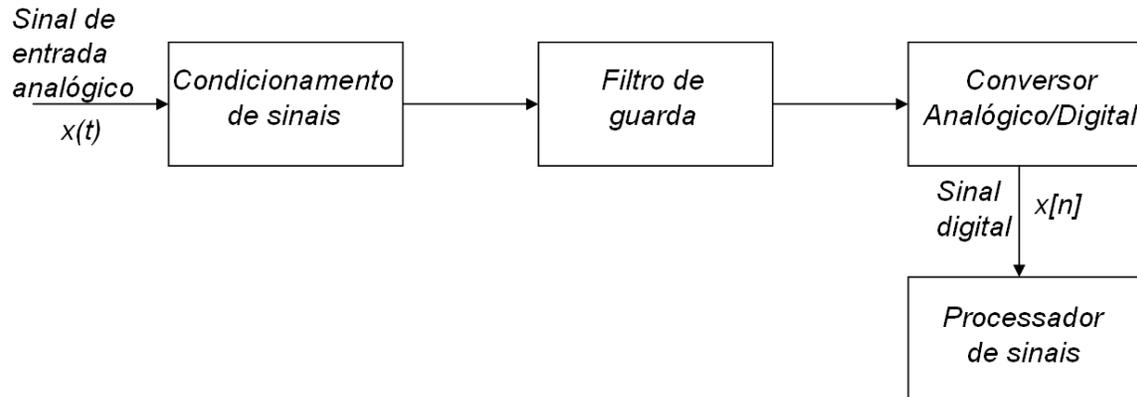


Figura 2 – Diagrama de blocos simplificado mostrando as etapas do processo de digitalização de um sinal

Existem diversas grandezas biomédicas para as quais a digitalização é vantajosa, seja para efeito de armazenamento para processamento *off-line*, ou para permitir o uso das técnicas de tratamento digital de sinais em aplicações em tempo-real, como é o caso de equipamentos como o eletrocardiógrafo digital. Um exemplo de grandeza biomédica de interesse é a diferença de potencial entre dois pontos do corpo (por exemplo, entre as extremidades dos dois braços), que é o eletrocardiograma (que é ilustrado na Figura 1). Este é um exemplo de sinal eletrofisiológico e é gerado pela atividade elétrica do coração. Existem diversos outros sinais eletrofisiológicos que são também reflexos de atividade bio-elétrica, como o eletromiograma (atividade elétrica gerada pelo músculos), o eletroencefalograma (atividade elétrica usada pelo cérebro e por nervos localizados na cabeça) e o eletrooculograma (atividade elétrica associada ao movimento dos olhos), entre outros. Exemplos de sinais biomédicos que não são eletrofisiológicos, mas também são bastante utilizadas em aplicações médicas, incluem medidas como temperatura, pressão, fluxo e resposta do tecido vivo a ultra-som, entre outras.

Para a captação de sinais eletrofisiológicos, são utilizados eletrodos metálicos, que transformam os potenciais em partes diferentes do corpo humano em uma diferença de potencial elétrica que varia em função do tempo. A maior dificuldade na captação dos sinais eletrofisiológicos está associada à amplitude destes, que em geral é muito baixa (muitas vezes da ordem de dezenas ou centenas de microvolts). É comum a interferência de um ruído tonal de 60 Hz causado pela proximidade com a rede de energia elétrica. Devido às baixas amplitudes dos sinais eletrofisiológicos, observa-se que as tensões induzidas pela rede elétrica são muito superiores às tensões do próprio sinal de interesse, impossibilitando a leitura correta do mesmo. A solução comumente aplicada para esse problema é o uso de amplificadores diferenciais no módulo de condicionamento de sinais. Esses amplificadores são sensíveis à diferença de potencial entre dois pontos. Como a tensão induzida pela rede elétrica é, em geral, quase igual nos fios por meio dos quais a captação é feita, um amplificador diferencial permite reduzir essa interferência, captando,

majoritariamente, o sinal eletrofisiológico. Os ganhos de tensão típicos usados para amplificar esse tipo de sinal vão de 100 a 10.000, e eles são escolhidos, geralmente, de forma que o sinal, após amplificação, apresente uma amplitude de alguns volts, que é um nível adequado para digitalização. A abordagem para as dificuldades tecnológicas apresentadas nesse parágrafo é resolvida no módulo de condicionamento de sinais mostrado na Figura 2. Para a captação de sinais que não são eletrofisiológicos, se utilizam outros tipos de captadores, como termistores e dispositivos piezoelétricos.

3. Arquitetura genérica de um sistema de processamento digital de sinais

Os sinais, já no formato digital, são tratados por meio de um processador, como no diagrama mostrado na Figura 2. Esse processador, dependendo da aplicação a que se destina, pode apresentar uma arquitetura embarcada baseada em um microcontrolador, em um processador de sinais (também conhecido como DSP, do inglês, *Digital Signal Processor*), ou em um processador X86 (arquitetura INTEL). O equipamento pode ainda utilizar uma plataforma hospedeira padrão, como é o caso de um microcomputador pessoal (PC – *Personal Computer*) em conjunto com condicionadores de sinais externos. A interface Analógica/Digital pode ser externa ao computador pessoal (e pode utilizar, por exemplo, uma interface padrão USB para comunicação), ou interna, conectada diretamente no barramento do hospedeiro. A Figura 3 é uma complementação do diagrama de blocos apresentado na Figura 2 e ilustra o processador de sinais e seus periféricos.

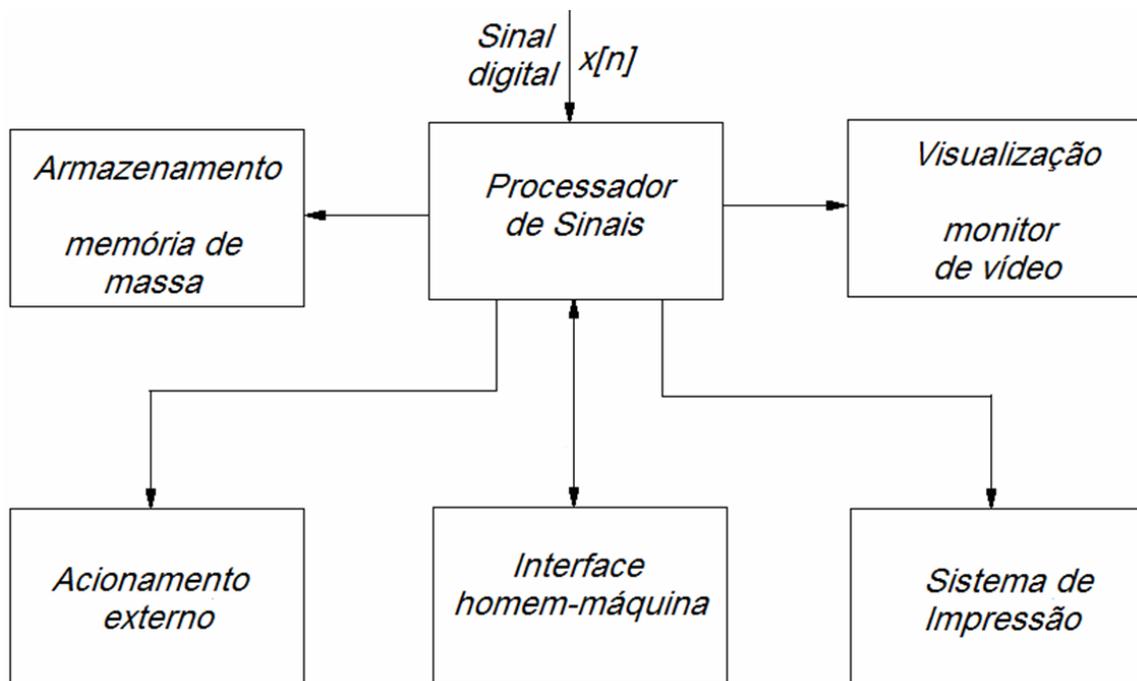


Figura 3 – Diagrama de blocos enfatizando o processador de sinais e alguns de seus periféricos mais comuns

Os periféricos mais comuns são os apresentados na Figura 3, embora exista uma infinidade de periféricos capazes de se comunicar com um sistema de processamento digital de sinais. Os periféricos mostrados na Figura 3 são detalhados a seguir:

- Armazenamento – Memória de massa: é uma memória para armazenamento de longo termo ou temporária e pode ser memória de acesso aleatório (RAM – *Random Access Memory*), memória *flash*, disco rígido, outra mídia magnética, óptica ou a combinação das duas.
- Visualização – Monitor de vídeo: periférico de visualização de informações que podem estar no formato texto ou gráfico. O dispositivo mais comum é o monitor de vídeo, mas em muitos sistemas embarcados o dispositivo de visualização é um *display*.
- Sistema de impressão: permite a impressão em papel de relatórios e dados diversos também para efeito de visualização e/ou armazenamento de informação.
- Acionamento externo: dispositivo de comando/controlado externo, como, por exemplo o controle automático da quantidade de um medicamento que é ministrado em um paciente por via intravenosa, de acordo com parâmetros biomédicos mensurados pelo equipamento.
- *Interface* homem-máquina: *interface* para troca de informações, por exemplo: teclado para configuração do equipamento, alarmes diversos, etc.

Esta breve apresentação de uma possível disposição de configuração de um sistema de processamento digital de sinais não pretende esgotar o assunto que é muito extenso, mas apenas ilustrar como pode ser concebida sua arquitetura. Nas seções a seguir serão apresentados conceitos básicos relativos às técnicas utilizadas para o tratamento do sinal digital.

4. Decomposição de Sinais em Componentes Senoidais

Uma técnica muito importante na área de processamento de sinais é a análise de Fourier, que foi criada por J. B. J. Fourier (BROWN e CHURCHIL, 2001). De acordo com essa técnica, qualquer sinal periódico pode ser descrito como a soma de diversos sinais senoidais. Considere-se, por exemplo, um sinal periódico denominado onda dente-de-serra, ilustrado na parte superior da Figura 4. É possível mostrar matematicamente que essa onda pode ser descrita como uma soma de um número infinito de componentes senoidais. Na figura, são mostradas as três primeiras componentes senoidais que formam o sinal. Note-se que a frequência da onda dente-de-serra é de 1 Hz. A primeira componente senoidal tem 1 Hz, e é denominada fundamental ou primeira harmônica. A segunda componente tem o dobro da frequência (2 Hz), é denominada segunda harmônica. A terceira componente tem o triplo (3 Hz) da frequência, e é denominada terceira harmônica, e assim por diante.

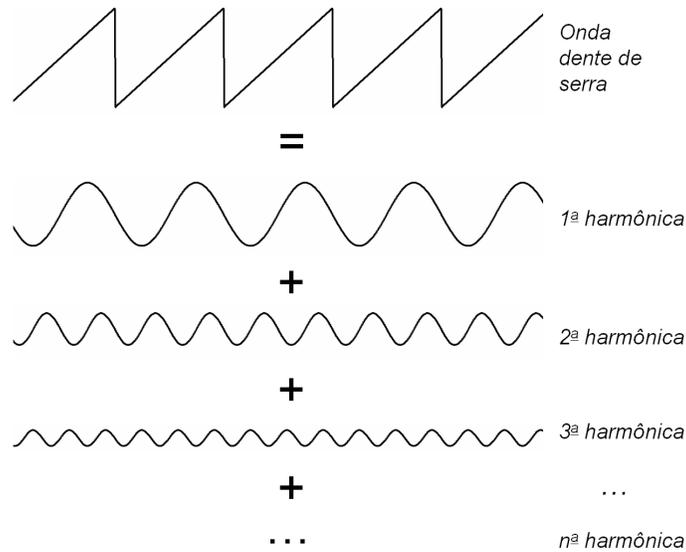


Figura 4 – A onda dente de serra pode ser decomposta em diversas componentes senoidais, denominadas harmônicas

Embora sinais periódicos em geral tenham um número infinito de harmônicas, a partir de uma certa frequência as amplitudes dessas harmônicas se tornam muito baixas, e podem ser desprezadas. Também é importante observar que, embora não seja o caso do exemplo da Figura 4, as componentes senoidais podem ter uma fase diferente de zero, sendo deslocadas em relação a uma senóide com fase zero. A representação de um sinal periódico como uma soma de componentes senoidais é denominada série de Fourier.

A descrição de sinais por meio de componentes senoidais dá origem ao conceito de espectro de frequência. Nesse caso, primeiramente o sinal original é decomposto em componentes senoidais. O espectro de amplitude do sinal, então, é um gráfico das amplitudes dos componentes senoidais em função da frequência da componente. O espectro de fase corresponde à fase de cada componente, também em função da frequência. A Figura 5 ilustra o espectro de amplitude do sinal dente-de-serra mostrado na Figura 4. Nesse sinal, em particular, a fase de todas as componentes é zero, e por isso o espectro de fase não é mostrado. A primeira harmônica tem amplitude 0,64, e frequência 1 Hz, a segunda, amplitude de 0,32 e frequência de 2 Hz, e a terceira, amplitude de 0,21 e frequência de 3 Hz.

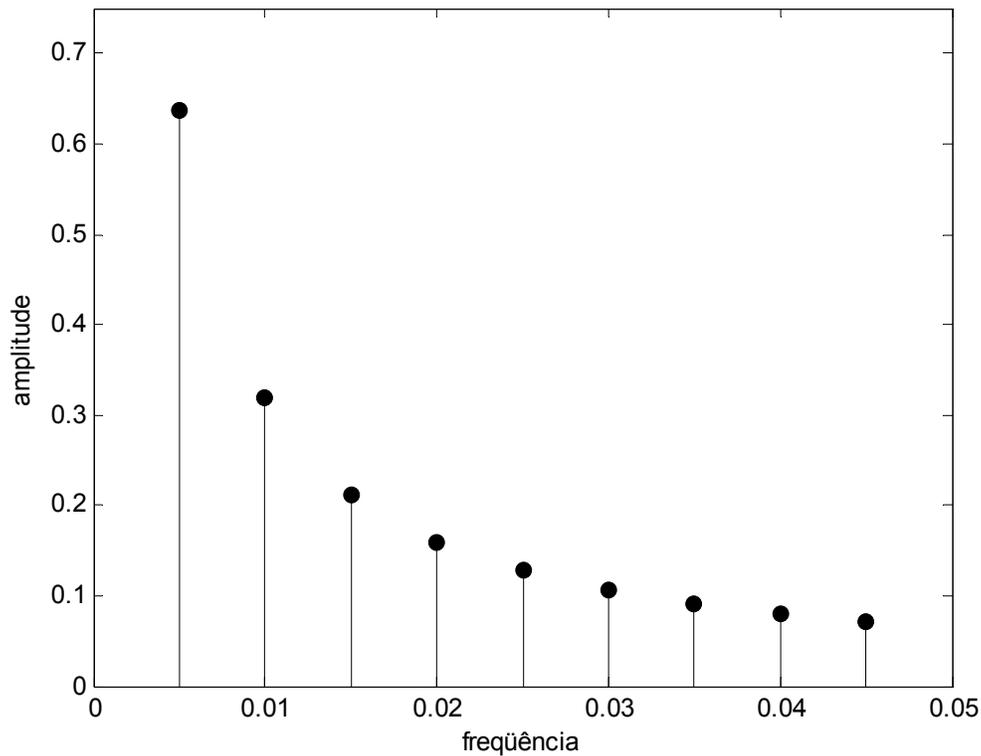


Figura 5 – Espectro de amplitude de uma onda dente de serra

Embora a série de Fourier tenha sido desenvolvida para a representação de sinais periódicos, é possível representar também sinais não-periódicos, usando uma técnica, denominada Transformada de Fourier (BAHER, 2001). Na verdade, a série de Fourier é um caso especial da Transformada de Fourier, que é capaz de representar tanto sinais periódicos como sinais não-periódicos como uma soma de infinitas componentes senoidais (ou cossenoidais). Embora não seja ainda objetivo desse capítulo, descrever essa técnica, um exemplo dessa decomposição é apresentada na Figura 6. A parte superior dessa figura mostra um sinal não-periódico, e a parte inferior mostra o seu espectro de frequência.

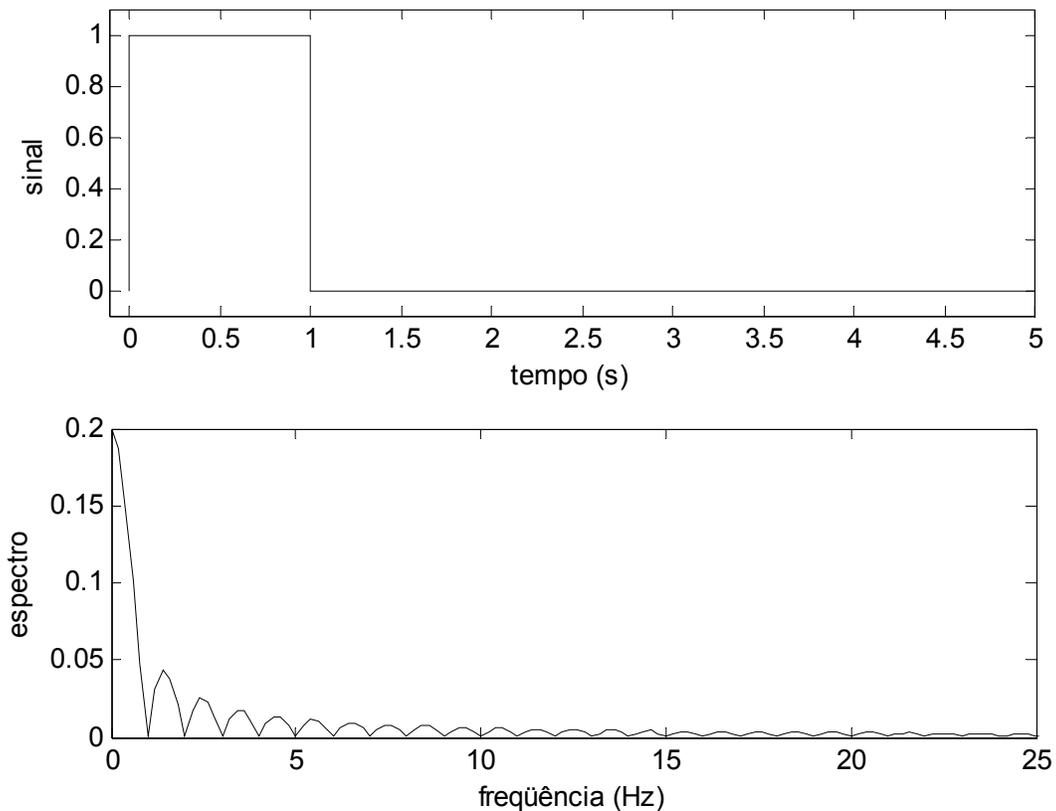


Figura 6 – Espectro de frequência de um sinal não-periódico

Quando o sinal é não-periódico, é possível demonstrar que ele pode ser escrito como uma soma de componentes senoidais em todas as frequências do espectro. Por isso o espectro na Figura 6 é contínuo e ocorre em todas as frequências, e não somente em frequências discretas, como na Figura 5 (BAHER, 2001).

5. Filtragem Analógica

Usando técnicas de síntese de circuitos eletrônicos é possível o projeto de circuitos que respondam de forma diferenciada aos diferentes componentes de frequência de um sinal. Esses circuitos são denominados filtros analógicos (BAHER, 2001). Por exemplo, é possível o projeto de filtros que deixem passar apenas as componentes senoidais do sinal as quais tenham frequência abaixo de uma certa frequência de corte, eliminando todas as componentes com frequência acima desta. Um gráfico que ilustra a forma como as diferentes componentes de frequência são atenuadas é denominado resposta em frequência do filtro. Exemplos de gráficos de resposta em frequência de amplitude são ilustrados na Figura 7.

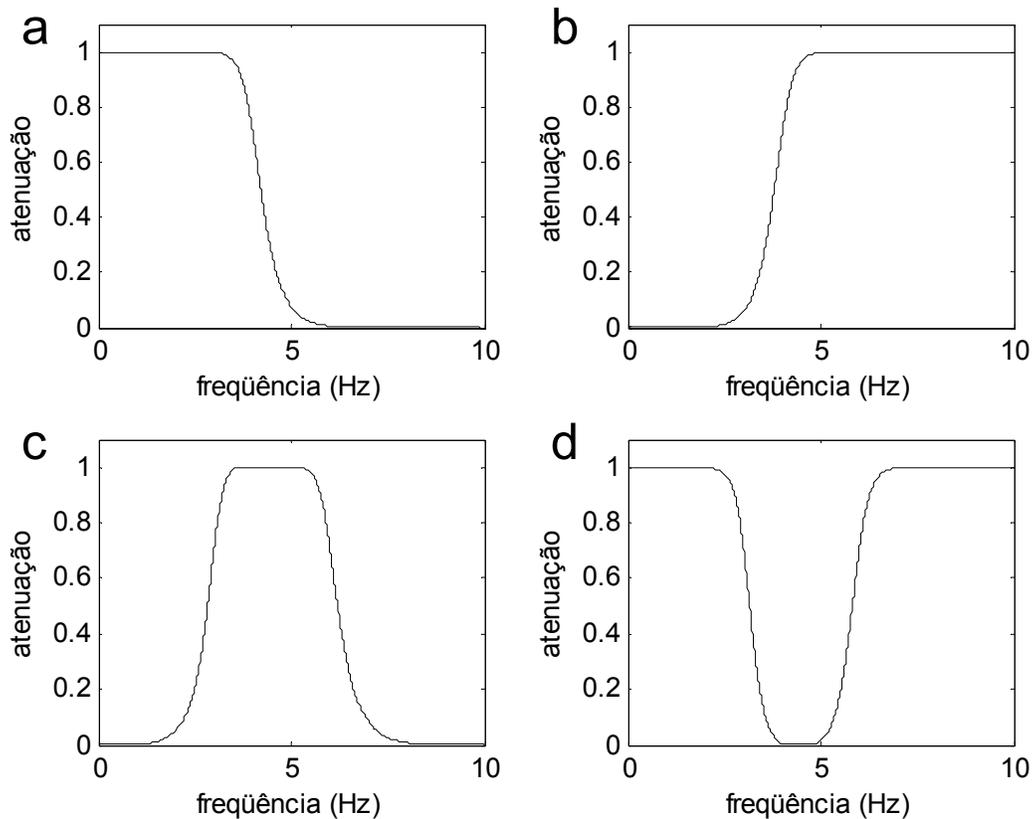


Figura 7 – Exemplos dos vários tipos de respostas em frequência de filtros digitais: (a) Filtro passa-baixa; (b) Filtro passa-alta; (c) Filtro passa-faixa; (d) Filtro rejeita-faixa

O filtro ilustrado na Figura 7a, por exemplo, é um filtro passa-baixa. A interpretação do gráfico de resposta em frequência é apresentada a seguir. Caso uma entrada senoidal ou cossenoidal seja aplicada ao filtro, para frequências mais baixas, a saída será uma senóide ou cossenóide com amplitude igual à amplitude do sinal de entrada. À medida que a frequência de entrada vai aumentando, a amplitude da senóide vai diminuindo, e, à medida que a frequência continua crescendo, a amplitude da saída tende a zero de forma assintótica. Como observado, este filtro não altera componentes abaixo da frequência de 4 Hz, e atenua as componentes acima dessa frequência. A frequência em questão é denominada frequência de corte do filtro. Além do filtro passa-baixa, existem também o filtro passa-alta, que deixa passar apenas as frequências acima de uma certa frequência (ilustrado na Figura 7b), o filtro passa-faixa (ilustrado na Figura 7c), que deixa passar componentes com frequência entre duas frequências específicas, o filtro rejeita-faixa (ilustrado da Figura 7d), que elimina apenas as componentes com frequência entre duas frequências específicas, e outros tipos de filtros. Todos esses circuitos, que eliminam frequências específicas sem afetar as frequências desejadas, têm diversas aplicações práticas, que serão discutidas mais adiante.

Uma das aplicações dos filtros passa-baixas é a chamada de filtragem *anti-aliasing*. Como discutido na Seção 2 deste capítulo, uma das etapas do processamento digital de sinais é a digitalização, em que o sinal analógico é transformado em sinal

digital. Também foi discutido que, para que as técnicas de processamento digital de sinais funcionem de forma efetiva, é preciso, antes da digitalização, garantir que o sinal que será digitalizado tenha componentes senoidais com uma determinada frequência máxima (metade da frequência de amostragem). Para garantir que isso ocorra, a solução é usar um filtro passa-baixa com frequência de corte igual à referida frequência máxima. Esse filtro é comumente chamado de filtro de guarda ou filtro *anti-aliasing*.

6. Filtragem Digital

Uma aplicação muito importante no processamento de sinais biomédicos é a filtragem digital (OPPENHEIM et al., 1999). Basicamente, um filtro digital altera os sinais biomédicos digitalizados de acordo com alguma regra matemática. A Figura 8 ilustra esse conceito. Um sinal de entrada, que é uma seqüência de amostras $x[n]$, passa por um sistema que aplica uma regra matemática a essas amostras, representado por $F[x]$, e o processamento gera uma seqüência de saída $y[n]$. $F[x]$ representa a operação realizada pelo filtro digital.

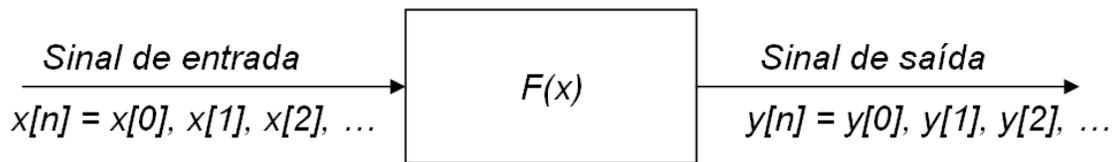


Figura 8 – Ilustração do processo de filtragem digital sinal biomédico

Embora existam diversas aplicações dos filtros digitais, as duas aplicações mais usuais envolvem: (i) a extração de uma parte do sinal biomédico que é indesejável (em geral, alguma forma de ruído); (ii) a atenuação de alguma característica do sinal e o enriquecimento de outra, de forma a facilitar algum aspecto da análise do sinal. Essas aplicações serão discutidas mais adiante.

Uma grande variedade de operações matemáticas pode ser realizado por um filtro $F[x]$. Um exemplo muito popular é o chamado filtro de média móvel (OPPENHEIM et al., 1999). Nesse filtro, uma amostra de saída, $y[n]$ é igual à média aritmética das últimas N amostras da entrada $x[n]$, onde N é o comprimento do filtro. Suponhamos, por exemplo, que um sinal de entrada $x[n]$ é formado por uma senóide com amplitude 1 e frequência de 1 Hz, e que, superposto a essa senóide, existe uma certa quantidade de ruído aleatório. Suponhamos que esse sinal seja amostrado a uma frequência de 20 Hz. Esse sinal de entrada é ilustrado na Figura 9, assim como o resultado da filtragem com um filtro média móvel de comprimento $N = 5$.

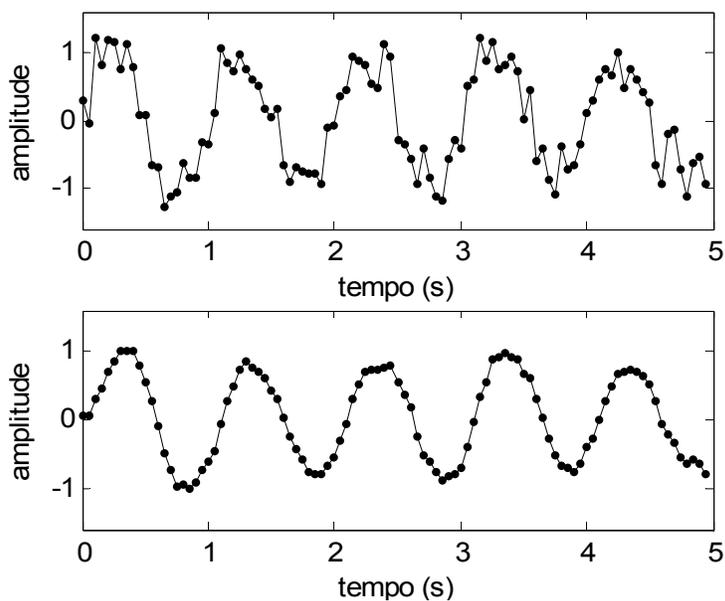


Figura 9 – Exemplo de filtragem de um sinal senoidal contaminado por ruído gaussiano aleatório por um filtro de média móvel de comprimento $N=5$. Parte superior da figura: sinal original; parte inferior da figura: sinal filtrado

Um filtro digital do tipo média móvel de comprimento $N=5$ funciona de forma que cada amostra $y[n]$ da saída seja dada pela média aritmética das últimas 5 amostras do sinal, conforme a Equação 1.

$$y[n] = \frac{1}{5}(x[n] + x[n-1] + x[n-2] + x[n-3] + x[n-4]) \quad (1)$$

Para cada amostra de entrada ($x[n]$) é calculada uma amostra de saída ($y[n]$). Na Figura 9, é possível observar que o processo de filtragem diminuiu a quantidade de ruído que estava presente no sinal senoidal. A redução de ruído indesejado é uma aplicação típica de filtros digitais.

Assim como os filtros analógicos, os filtros digitais alteram de forma diferenciada, as diferentes componentes de frequência. Também para filtros digitais é comum representar graficamente a amplitude de um filtro em função da frequência. Exemplos de tipos de filtros digitais incluem filtros passa-baixa, passa-alta, passa-faixa e rejeita-faixa, com resposta em frequência semelhantes às dos filtros analógicos, discutidos na Sessão 5 e ilustrados na Figura 7. Um outro tipo de filtro muito comumente usado é o filtro denominado filtro *notch*, que tem a função de rejeitar apenas uma frequência específica. A resposta em frequência de um filtro digital do tipo *notch*, que tem a função de rejeitar a componente de frequência de 5 Hz, é apresentada na Figura 10.

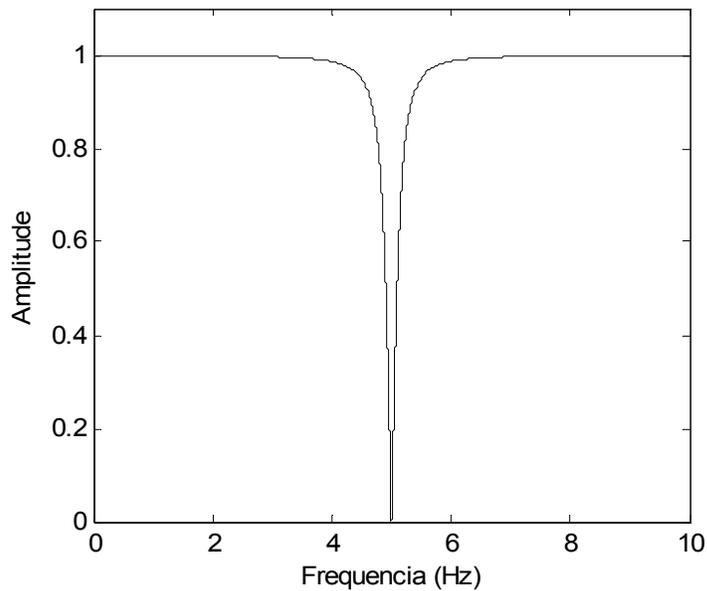


Figura 10 – Resposta em frequência de um filtro *notch*

Uma das formas de descrever um filtro digital é usando as chamadas equações de diferença. Um exemplo de equação de diferença é o mostrado na Equação 1 (a equação da média móvel). Uma pergunta que ocorre naturalmente é: O que ocorre quando um sinal digital é processado segundo a equação de diferença na equação 1?

Para responder a essa pergunta, vamos considerar que o sinal de entrada é uma senóide com frequência f , dada pela expressão $f(t) = \sin(2\pi ft)$, amostrada a uma frequência de 20 Hz. A expressão para essa função amostrada é dada pela Equação 2.

$$x[n] = \sin\left(2\pi f \frac{n}{200}\right) \quad (2)$$

A função amostrada é ilustrada na Figura 11.

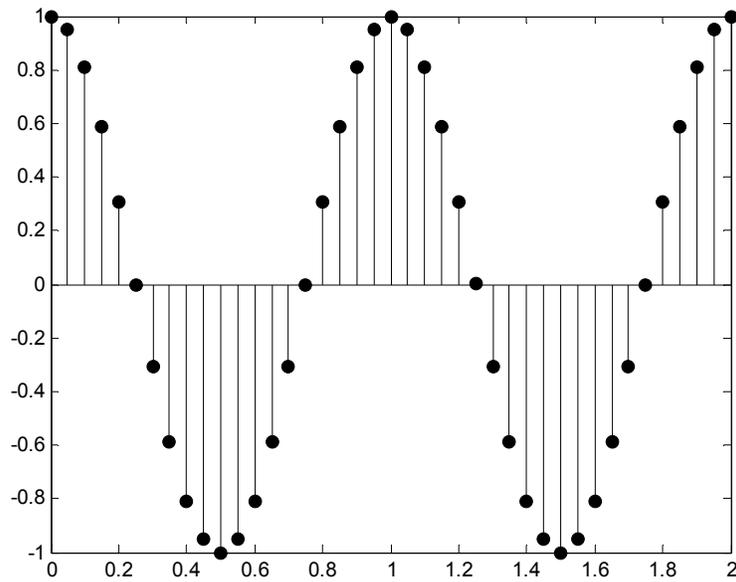


Figura 11 – Sinal senoidal amostrado

Aplicando a Equação de diferenças (1), teremos que a expressão para a equação de saída é dada por:

$$y[n] = \sin\left(2\pi f \frac{n}{20}\right) + \sin\left(2\pi f \frac{n-1}{20}\right) + \sin\left(2\pi f \frac{n-2}{20}\right) + \sin\left(2\pi f \frac{n-3}{20}\right) + \sin\left(2\pi f \frac{n-4}{20}\right) \quad (3)$$

Embora não seja intuitivamente óbvio, a saída $y[n]$ é também uma função senoidal com frequência f e uma amplitude que é uma função de f . A resposta em frequência do filtro descrito pela Equação 1 é apresentada na Figura 12. Nessa figura, por exemplo, uma senóide com frequência muito baixa tem amplitude 1. À medida que a frequência cresce, a amplitude da senóide de saída decai, e quando a frequência de entrada é 4 Hz ou 6 Hz a amplitude é zero. Assim, de forma geral, o filtro tem uma resposta em frequência que tem a forma geral de um filtro passa-baixa, pois deixa passar frequências mais baixas, atenuando sinais com frequência mais alta. Note-se que a resposta em frequência vai somente até 10 Hz. Essa é uma característica dos filtros digitais: sua resposta em frequência só faz sentido até uma frequência igual à metade da frequência de amostragem. Nesse caso, a frequência de amostragem é 20 Hz, e a resposta em frequência é apresentada apenas entre 0 e 10 Hz.

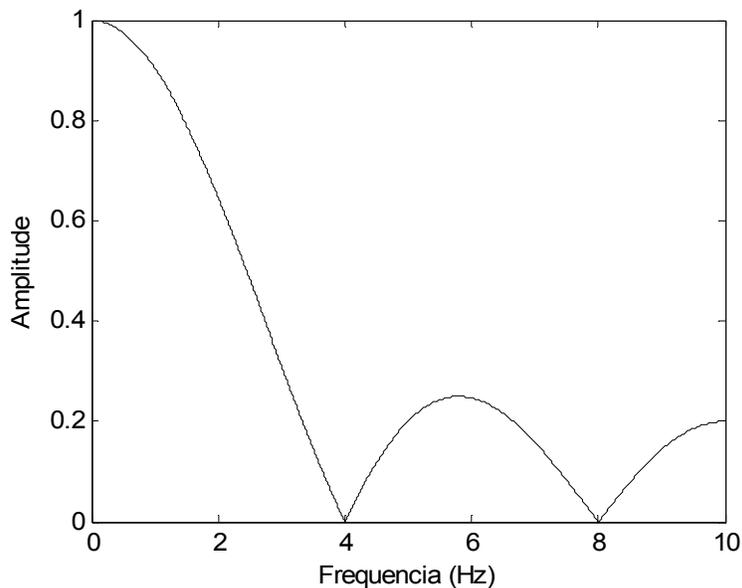


Figura 12 – Resposta em frequência de um filtro de média móvel de comprimento $N=5$

Entretanto fica claro que o filtro da Equação 1 não é um filtro passa-baixa muito eficiente. Em geral, espera-se que um bom filtro passa-baixa altere de forma mínima as componentes de baixas frequências, e atenuie ao máximo frequências acima de um certo limite. Diversas técnicas para o projeto de filtros digitais foram desenvolvidas e são discutidas em detalhes em diversos livros sobre processamento digital de sinais (OPPENHEIM et al., 1999; RABINER, 1975; PROAKIS e MANOLAKIS, 2006). Basicamente, existem dois tipos diferentes de filtros digitais lineares: os filtros de Resposta Impulsional Finita (FIR – *Finite Impulse Response*) e os filtros de Resposta Impulsional Infinita (IIR - *Infinite Impulse Response*). Nos filtros FIR, a saída é calculada como uma combinação linear (uma média ponderada) das últimas amostras de entrada. Nos filtros IIR, a saída é calculada como uma combinação das amostras de entrada, somada a uma combinação linear das últimas amostras de saída. Uma breve discussão sobre estes dois tipos de filtro é apresentada abaixo, seguida de alguns exemplos de aplicações de filtros digitais no processamento de sinais biomédicos.

6.1. Filtragem FIR

O filtro média móvel, discutido no início desta sessão, pertence a uma classe de filtros em que a saída é uma soma ponderada apenas de amostras do sinal de entrada. Esta classe é chamada de *Finite Impulse Response* (FIR), ou seja, com resposta impulsional finita. No caso particular do filtro da Equação 1, o peso pelo qual são multiplicadas todas as amostras é $1/5$. Entretanto, em geral, os pesos de cada amostra podem ter qualquer valor. Assim, uma expressão geral para esse tipo de filtro é a mostrada na Equação 4, onde os valores a_n são os pesos, ou coeficientes do filtro.

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_n x[n-k] \quad (4)$$

Em geral os filtros desse tipo não possuem apenas cinco termos e o comprimento do filtro (N), é bem maior (às vezes, maior que 100). Em geral, quanto maior o comprimento do filtro FIR, mais a resposta em frequência real do filtro digital se aproxima da resposta especificada ou desejada. A Figura 13 mostra a resposta em frequência de um filtro com 200 coeficientes, com frequência de corte em 4 Hz. É possível notar que trata-se de um filtro passa-baixa bastante satisfatório, pois deixa passar praticamente todas as componentes com frequências abaixo de 4 Hz, bloqueando todas as componentes acima de 4 Hz. Com o uso de técnicas adequadas de projeto, é possível o projeto de filtros de diversos tipos (passa-baixas, passa-altas, passa-faixas, rejeita-faixas, *notch*, e até mesmo filtros com uma resposta em frequência com forma arbitrária). Para o projeto do filtro, é necessário escolher de forma adequada os valores dos coeficientes a_n . Existem diversas técnicas para se escolher esses coeficientes, que são bastante sofisticadas, e fogem do escopo deste capítulo. Muitas destas técnicas para projeto de filtros FIR podem ser encontradas em diversas referências sobre processamento de sinais (OPPENHEIM et al., 1999; RABINER, 1975).

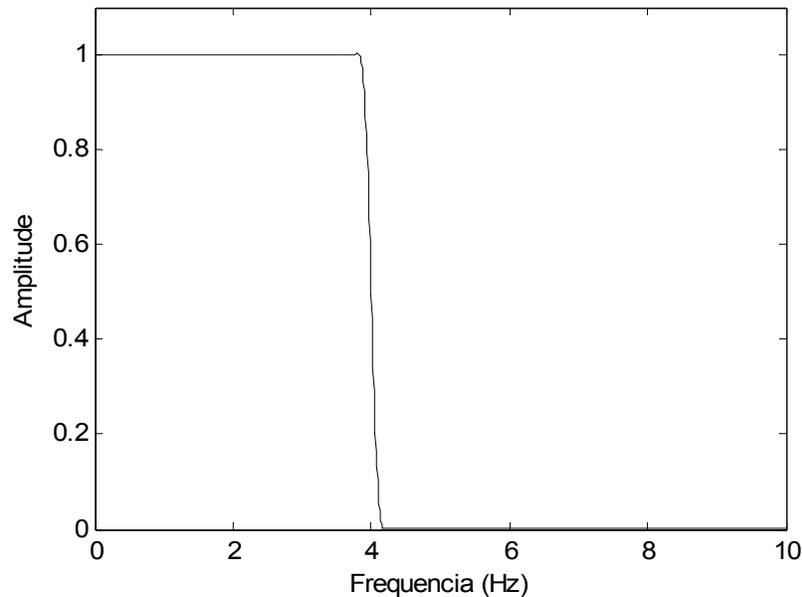


Figura 13 – Exemplo de filtro FIR passa-baixa, com 200 coeficientes e frequência de corte em 4 Hz

Uma das vantagens dos filtros FIR é que é possível projetar filtros com resposta linear em fase, o que faz com que o filtro distorça menos o sinal. A principal desvantagem dessa técnica é que, para que se obtenha bons filtros, é necessário o uso de filtros com muitos termos, que requerem um grande número de multiplicações e somas pelo processador, além de exigir maior quantidade de memória para armazenar as amostras e os coeficientes do filtro, e causar maior atraso temporal entre o sinal de entrada e o sinal de saída. Quando isto é um problema, em geral é preferível o uso de filtros IIR, discutidos a seguir.

6.2. Filtragem IIR

Enquanto nos filtros FIR a saída depende apenas dos valores anteriores das amostras da entrada, nos filtros IIR (*Infinite Impulse Response*, ou resposta impulsional infinita) a saída depende não só das amostras da entrada, mas também das amostras anteriores da saída. O diagrama de blocos de um filtro IIR é apresentado na Figura 14. Ao se comparar este diagrama de blocos com o da Figura 8, que representa um filtro FIR, nota-se que a principal diferença está no fato de que, nos filtros IIR, a saída é realimentada ao sistema, o que torna possível conseguir bons filtros com um número reduzido de coeficientes, mas que acarreta problemas como distorção de fase e instabilidade.

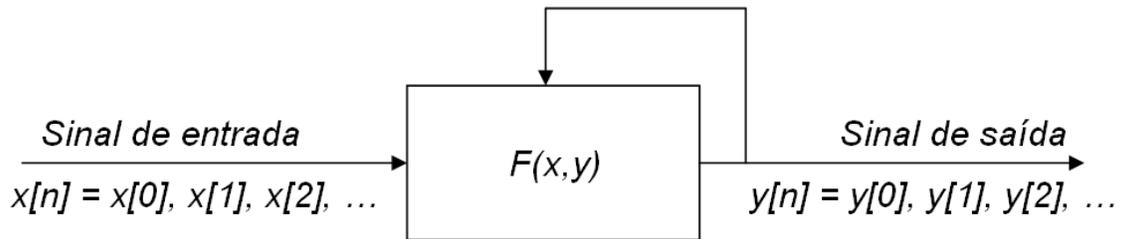


Figura 14 – Diagrama de blocos de um filtro IIR

Uma fórmula geral para os filtros do tipo IIR é apresentada na Equação 5.

$$y[n] = \sum_{p=0}^P a_p x[n-p] + \sum_{q=1}^Q a_q y[n-q] \quad (5)$$

O filtro representado pela Equação 5 tem efeitos diferentes para diferentes frequências. Assim como nos filtros FIR, a escolha cuidadosa dos coeficientes a_p e a_q permitem o projeto de filtros de diversos tipos. Como uma aplicação, é apresentado um exemplo de filtro IIR na Equação 6, cuja resposta em frequência é mostrada na Figura 15.

$$y[n] = 0,175x[n] + 0,5x[n-1] + 0,175x[n-2] + 0,5y[n-1] - 0,2y[n-2] \quad (6)$$

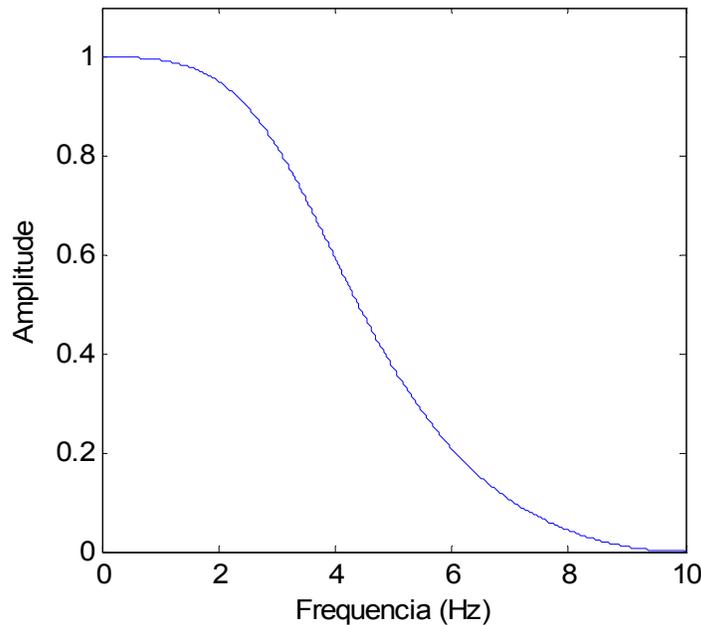


Figura 15 – Resposta do filtro da Equação 6

Como observado na Figura 15, a equação de diferenças em (6) se comporta como um filtro passa-baixa não muito eficiente, alterando muito pouco as componentes com frequências mais baixas, e atenuando as componentes com frequências mais altas. De forma geral, existe uma infinidade de valores que os coeficientes do filtro na Equação 5 podem assumir, e cada combinação de valores leva a um resultado diferente. Por meio dessa classe de equações, é possível realizar filtros de todos os tipos. Existem diversos métodos para se projetar filtros IIR, e esses métodos podem ser encontrados em diversas referências bibliográficas (OPPENHEIM et al., 1999; RABINER, 1975; PROAKIS e MANOLAKIS, 2006). De forma geral, quanto maior for o número de coeficientes do filtro (que determina a ordem do filtro), melhor será a qualidade do mesmo. A Figura 16 ilustra a resposta em frequência de um filtro passa-alta de ordem 4 (5 coeficientes $x[n]$ e 5 coeficientes $y[n]$), com frequência de corte em 4 Hz.

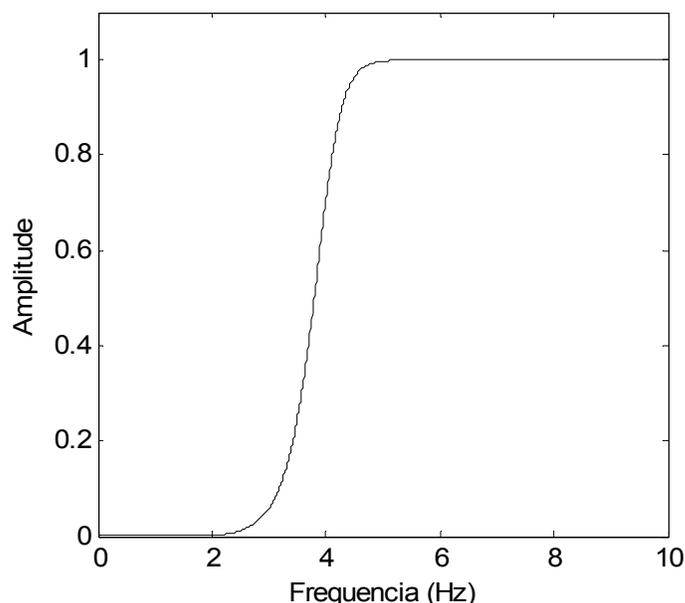


Figura 16 – Resposta em frequência de um filtro IIR de ordem 4, com frequência de corte em 4 Hz

Embora o exemplo apresentado na Figura 16 seja de um filtro passa-alta, é possível, pela escolha criteriosa dos coeficientes a_n e b_n da Equação 5, o projeto de todos os outros tipos de filtro.

Uma vantagem dos filtros IIR sobre os filtros FIR é que em geral eles requerem um número menor de coeficientes para resultados similares, exigindo assim menor capacidade de processamento por parte do processador, requerendo menos memória, e induzindo menor atraso nas amostras de saída em relação às amostras de entrada. Uma desvantagem é que, em geral, o grau de distorção indesejável causado por este tipo de filtro no sinal em geral é um pouco maior que aquela causada pelos filtros FIR, pois a resposta em fase não é linear. Assim, sempre que não há necessidade de alta velocidade de processamento muito alta, tende-se a escolher o uso de filtros FIR. Quando é necessária a operação de filtragem com muita rapidez, ou quando o processador de sinais não é computacionalmente poderoso ou tem restrições de memória, tende-se a escolher os filtros IIR.

6.3. Aplicações de filtros digitais ao processamento de sinais biomédicos

Existe um grande número de aplicações de filtros digitais no processamento de sinais biomédicos. Nessa seção são apresentados alguns exemplos significativos.

Em diversas situações práticas, surgem, no sinal EletroCardioGráfico (ECG), oscilações de baixa frequência que se superpõem ao sinal em questão. Essas oscilações surgem, em geral, devido a movimento do paciente, e são particularmente comuns em testes ergométricos. Um exemplo desse efeito é mostrado na parte superior da Figura 17, que apresenta um sinal de ECG com uma componente de 0.01 Hz superposta a ele.

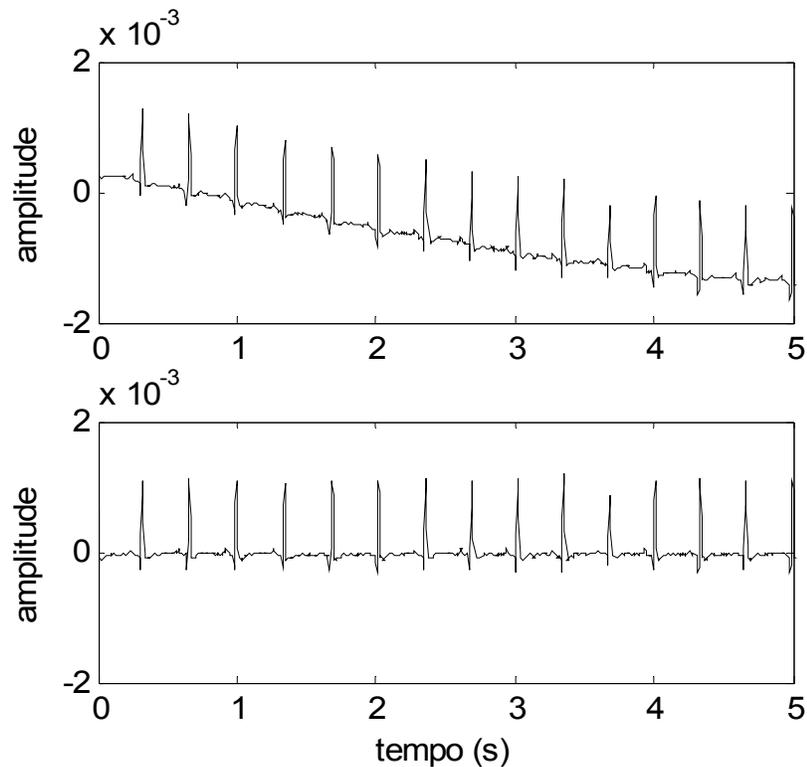


Figura 17 – Parte superior: sinal de ECG com variação lenta da linha de base. Parte inferior: resultado da filtragem com um filtro passa-alta FIR com frequência de corte em 0.7 Hz

O procedimento padrão para extrair essa informação indesejada, que é a variação lenta de linha de base, é usar um filtro passa-alta que deixa passar o sinal de ECG, eliminando o sinal de baixíssima frequência. Tipicamente, se for usado um filtro IIR, usa-se uma frequência de corte em torno de 0,05 Hz. Entretanto, quando é possível usar um filtro FIR, é possível usar uma frequência de corte de até 0,7 Hz, já que o filtro FIR causa menor distorção que o filtro IIR. A parte inferior da Figura 17 ilustra o resultado de se filtrar o sinal com um filtro FIR passa-alta de comprimento 200, com frequência de corte em 0,5 Hz. É possível perceber que a eliminação da variação da linha de base é bastante efetiva. O problema da filtragem da variação da linha de base é discutido em detalhes em (LAGUNA e SORNMO, 2005; MARCIÃO, 2005; LEBEIS, 2004).

Outra situação típica em que é necessário o uso de filtros digitais é a situação em que se requer a eliminação de interferência da rede elétrica. Os biopotenciais, tal como os sinais de ECG, EMG (EletroMioGramma) e EEG (EletroEncefaloGramma), têm amplitude muito baixa (tipicamente algumas centenas de milivolts). Infelizmente, é comum que, apesar de todos os cuidados nos projetos de equipamentos de captação, haja a captação do sinal de 60 Hz proveniente da rede elétrica. Quando isso acontece, o aspecto visual do sinal fisiológico é muito alterado, podendo ficar, inclusive, irreconhecível. Na parte superior da Figura 18 é ilustrado um sinal de ECG corrompido com interferência de 60 Hz, mostrando claramente a perda de qualidade no sinal.

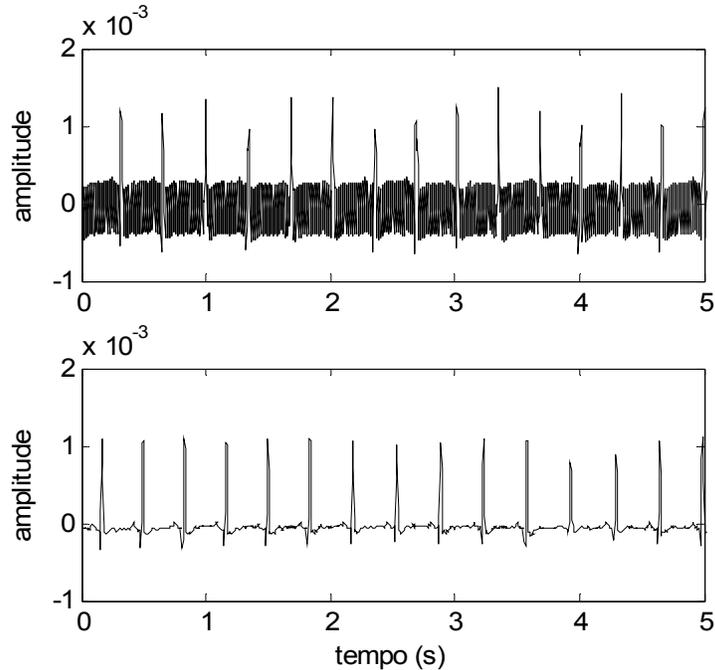


Figura 18 – Sinal de ECG com interferência de 60 Hz e filtrado com filtro *notch*

Nessa situação, é comum se utilizar um filtro *notch*. O filtro *notch* é um tipo de filtro que procura eliminar apenas a componente com frequência de 60 Hz. Um exemplo de resposta em frequência de um filtro *notch* é apresentado na Figura 10. Fica claro na figura que, além da frequência de 60 Hz, as componentes com frequências vizinhas a 60 Hz também são afetadas. Em geral os filtros *notch* são filtros do tipo IIR, que apresentam projeto bastante simples. Os detalhes da filtragem de interferência da rede elétrica podem ser encontrados em (LAGUNA e SORNMO, 2005; MARCIÃO, 2005; TATIANA, MORTARA, 1975). Essas referências discutem inclusive um tipo de filtro mais avançado, denominado filtro adaptativo, que procura detectar qual a frequência do sinal de interferência, adaptando-se no sentido de eliminar essa frequência, mesmo quando ocorrem pequenas oscilações no seu valor.

Filtros passa-baixas são também bastante utilizados no processamento de sinais biológicos. Em vários tipos de sinais biológicos pode ser conveniente atenuar componentes com frequência acima de um determinado valor. Em diversos casos, o sinal digitalizado contém não só o sinal fisiológico em questão como também ruído com componentes de frequência acima da faixa de frequência do sinal desejado. Nesse caso, pode-se usar um filtro passa-baixa para atenuar o ruído indesejado. Quando não é requerida grande velocidade de processamento, é comum o uso de filtros FIR para esse propósito.

Em algumas aplicações, filtros passa-faixas são bastante úteis. Em alguns sistemas de *biofeedback*, o sinal eletroencefalográfico é muito utilizado para determinar o estado mental de pacientes. O EEG possui componentes com várias frequências, sendo que cada frequência tem características específicas. Em algumas aplicações, é importante separar as componentes de cada faixa de frequência. Para isso, podem ser usados diversos

filtros FIR passa-faixas, que podem ser usados para estimar a intensidade das componentes de cada faixa de frequência.

Embora as aplicações mais comuns de filtragem digital envolvam a extração de ruídos indesejáveis, muitas outras aplicações requerem o uso de filtragem digital, especialmente em aplicações em que é necessário enriquecer ou atenuar alguma faixa particular de frequência. Diversas aplicações são apresentadas em (BRUCE, 2001; LAGUNA e SORNMO, 2005).

7. Análise Espectral

Na Sessão 6, foram discutidos os filtros digitais, que têm por função alterar o conteúdo espectral dos sinais. Em muitos casos, o que se quer não é alterar o espectro do sinal, mas, sim, visualizar o conteúdo espectral do sinal. Em muitos casos, a visualização do espectro do sinal no domínio da frequência, permite a visualização de características que não são notáveis em sinais no domínio do tempo. A seguir, serão discutidos os conceitos que permitem a análise das componentes espectrais de sinais biomédicos digitalizados.

7.1. Transformada de Fourier Discreta (DFT)

De maneira semelhante ao que foi discutido em relação a sinais analógicos, também é possível representar sinais digitais (amostrados) no domínio da frequência, usando casos especiais da transformada de Fourier. Sinais contínuos no tempo (ou analógicos) são representados pela série de Fourier se forem periódicos, e pela transformada de Fourier se forem não-periódicos. Como discutido na Sessão 4, a série de Fourier apresenta componentes não-nulas somente em determinadas frequências, em geral a componente fundamental (o período da onda), e suas harmônicas, que são múltiplos da frequência fundamental. Por outro lado, a transformada de Fourier pode assumir valores não nulos em qualquer frequência do espectro. Portanto, sinais analógicos periódicos são discretos no domínio da frequência, e sinais analógicos não-periódicos são contínuos no domínio da frequência. Esta afirmação é válida também para sinais digitais, ou discretos no tempo. Portanto, sinais periódicos discretos no tempo são representados no domínio da frequência pela série discreta de Fourier, que é discreta no domínio da frequência. Já sinais discretos no tempo, mas não-periódicos, são representados pela transformada de Fourier de tempo discreto, ou *Discrete-time Fourier Transform* (DTFT), que, por sua vez, é contínua no domínio da frequência. No domínio da frequência, a principal diferença entre a transformada e a série de Fourier para sinais contínuos e sinais discretos é que a amostragem no domínio do tempo causa periodicidade do espectro no domínio da frequência, da mesma forma que periodicidade no domínio do tempo faz com que o espectro se torne discreto no domínio da frequência (Figura 19).

Técnicas de processamento digital de sinais trabalham com sinais amostrados, ou discretos no tempo. Em geral, sinais biomédicos são não-periódicos. Mesmo sinais que apresentam certa periodicidade, como a respiração e o ECG, por exemplo, também apresentam certa variação ao longo dos períodos. Portanto, a série discreta de Fourier não se aplica, e a transformada de Fourier apropriada para sinais biológicos digitalizados é a

DTFT. No entanto, como discutido, a DTFT é contínua no domínio da frequência. Assim, em geral não é possível computar a DTFT diretamente usando programas de computador. Por isso, em processamento de sinais normalmente se usa a transformada discreta de Fourier, ou *Discrete Fourier Transform* (DFT), que é discreta não só no tempo, mas também na frequência (Figura 19), tornando possível representá-la na forma de uma seqüência de números e calculá-la usando um microprocessador. Na figura, Sinais periódicos no tempo têm espectros discretos no domínio da frequência. Sinais discretos no tempo têm espectros periódicos no domínio da frequência. Note a semelhança entre a DFT e a série discreta de Fourier.

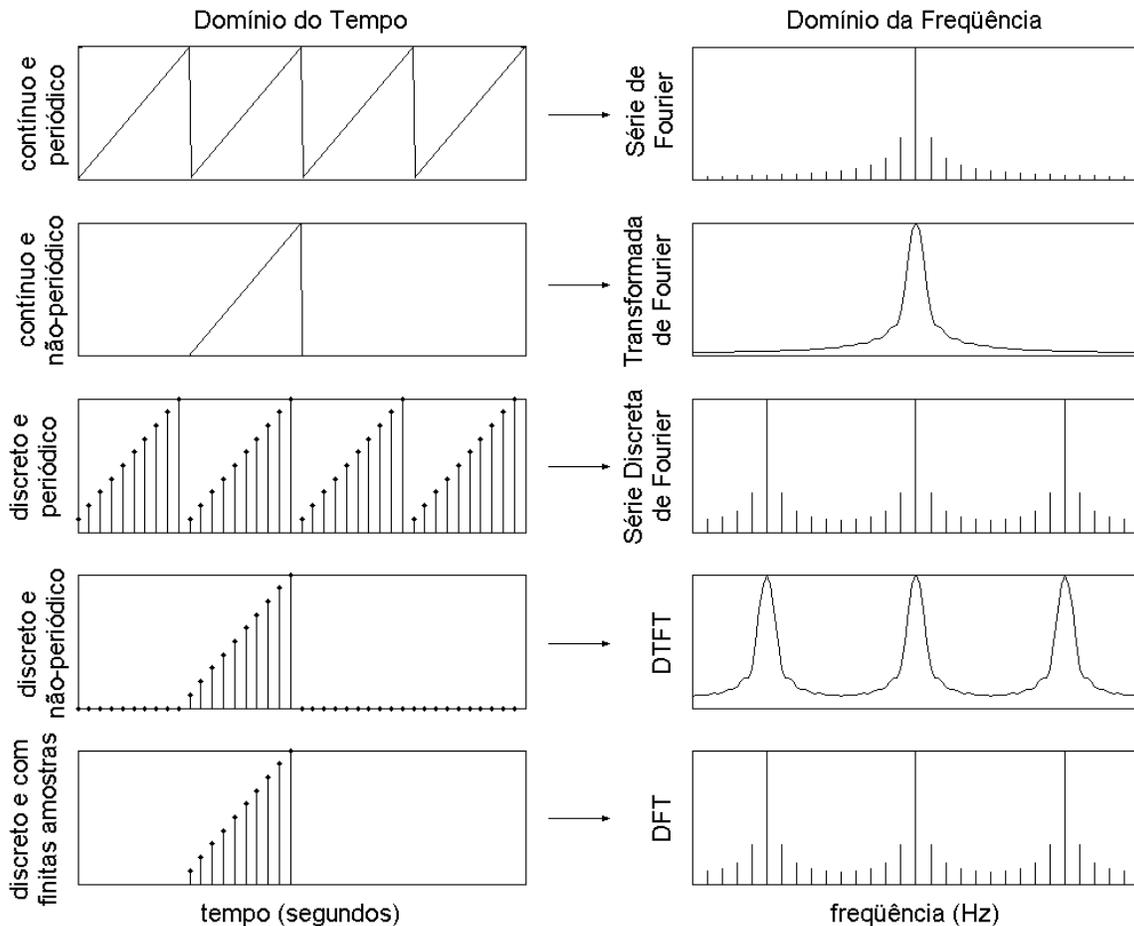


Figura 19 – Relação entre os diferentes casos especiais da transformada de Fourier

A DFT pode ser entendida como uma versão amostrada da DTFT, ou seja, cada coeficiente da DFT é na verdade uma amostra da DTFT. No entanto, há uma diferença importante. A DTFT é uma representação do sinal como um todo, ou seja ao longo de todo o eixo do tempo. Já a DFT é uma representação de um trecho de duração finita o sinal. Uma análise mais atenta revela que a DFT nada mais é que uma série discreta de Fourier. Na prática, o que se faz ao se calcular a DFT de um trecho do sinal é calcular a série discreta de Fourier de um sinal periódico, no qual cada período é exatamente igual ao trecho de sinal sendo analisado. Esta aproximação tem conseqüências importantes em várias propriedades da DFT, em comparação com as propriedades da DTFT. Uma

diferença diz respeito à convolução de sinais (usada na filtragem), que na DFT é circular, e na DTFT não. Outra diferença diz respeito à multiplicação por uma fase linear no domínio da frequência (também comum em filtragens), que na DTFT causa deslocamento no domínio do tempo. Na DFT o deslocamento é circular, ou seja, como o segmento de sinal (ou janela) tem um comprimento limitado de amostras, amostras que são deslocadas para fora da janela reaparecem do outro lado da mesma (Figura 20).

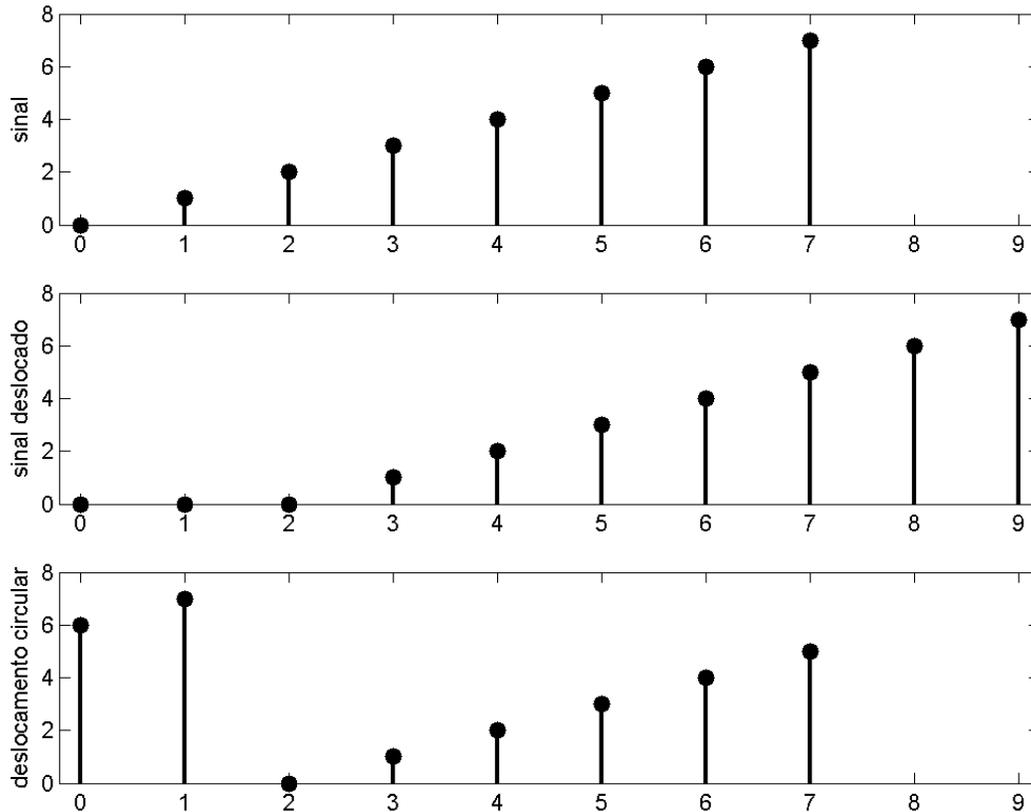


Figura 20 – Comparação entre deslocamento causado pela multiplicação por uma fase linear no domínio da frequência na DTFT (centro) e na DFT (em baixo)

7.2. Transformada Rápida de Fourier (FFT)

O cálculo da DFT pode ser computacionalmente intenso para sinais mais longos. Se o trecho de sinal sendo analisado tiver um comprimento total de N amostras, o número de operações complexas necessárias para o cálculo da DFT é de $2 \cdot N^2$. Note que a complexidade computacional da DFT aumenta exponencialmente com o comprimento do sinal. No entanto, se N for uma potência de 2 (256, 512, 1024, etc.), é possível usar uma implementação que reduz o número de operações complexas para $2 \cdot N \cdot \log_2(N)$. Este algoritmo para a rápida computação da DFT é chamado de transformada rápida de Fourier, ou *Fast Fourier Transform* (FFT). Esta implementação explora simetrias e redundâncias presentes na computação da DFT para tornar o cálculo mais rápido.

Note que a FFT e a DFT produzem resultados idênticos, ou seja, são a mesma transformada. A única diferença diz respeito ao número de operações necessárias para seu cálculo. Enquanto a DFT necessita de 2.097.152 operações para o cálculo da

transformada de um sinal de 1.024 amostras, a FFT utiliza apenas 20.480. A diferença é ainda mais significativa para comprimentos maiores de sinal. Caso o comprimento do sinal não seja uma potência de 2, pode-se completar o sinal com zeros para que se possa usar a FFT para calcular o espectro de frequência de maneira mais eficiente. Por exemplo, se o sinal tem 400 amostras, a DFT gastaria 320.000 operações. No entanto, ao se inserir 112 zeros ao final do sinal, completando o número de amostras para 512, pode-se utilizar a FFT, que gastará apenas 9.216 operações. O processo de inserir zeros ao final do sinal, em geral utilizado para aumentar o número de amostras a uma potência de 2, é chamado de *zero-padding*. Recentemente, pesquisadores do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) desenvolveram outro algoritmo rápido para o cálculo da DFT. Este algoritmo, apelidado de *Fastest Fourier Transform in the West* (FFTW), é capaz de acelerar o cálculo da DFT de tamanhos arbitrários sem a necessidade de *zero-padding*.

7.3. Modelo Auto-Regressivo (AR)

A análise espectral usando a DFT (ou a FFT) é muito útil para a observação de certas propriedades do sinal biológico, bem como extrair informações que possam não estar tão claras ou evidentes no domínio do tempo. Por exemplo, ao se calcular a DFT de um sinal de Variabilidade da Frequência Cardíaca (VFC), observam-se no domínio do tempo duas componentes principais de frequência. A de frequência mais baixa diz respeito à influência simpática do sistema nervoso no nódulo sinoatrial. Já a componente de frequência mais alta diz respeito à influência parassimpática. Avaliando a relação entre a amplitude dessas componentes, é possível diagnosticar deficiências no controle do sistema nervoso sobre a frequência cardíaca, avaliar *stress* fisiológico, medir o nível de maturidade em fetos e avaliar o risco de morte súbita, por exemplo.

No entanto, em muitos casos, a análise espectral usando a DFT não oferece resultados tão claros como se poderia esperar. Isso se deve a vários fatores, como curtos intervalos de observação e variações de comportamento do sinal durante o período de aquisição. Por isso, alguns autores preferem utilizar outros modelos para representar sinais biológicos no domínio da frequência. O mais popular destes modelos é a modelagem Auto-Regressiva (AR). Esta modelagem consiste em tentar aproximar a envoltória do espectro de frequência por meio de uma equação só de pólos. Pólos são bons para modelar picos de energia, mas não são tão bons para modelar vales. Todavia, usando um maior número de coeficientes, consegue-se aproximar bem o resultado ao obtido com a DFT. A vantagem é que o espectro de potência calculado com o modelo AR é em geral mais claro que o espectro de Fourier, pois quando há muitos picos em frequências próximas, a modelagem AR representa a energia desses picos com um único pico mais largo, tornando o gráfico mais limpo (Figura 21). Na figura, os vários picos próximos às faixas de 0.1 Hz e 0.3 Hz são representados por um único pico mais largo em cada frequência central, tornando o gráfico mais claro e a interpretação mais imediata.

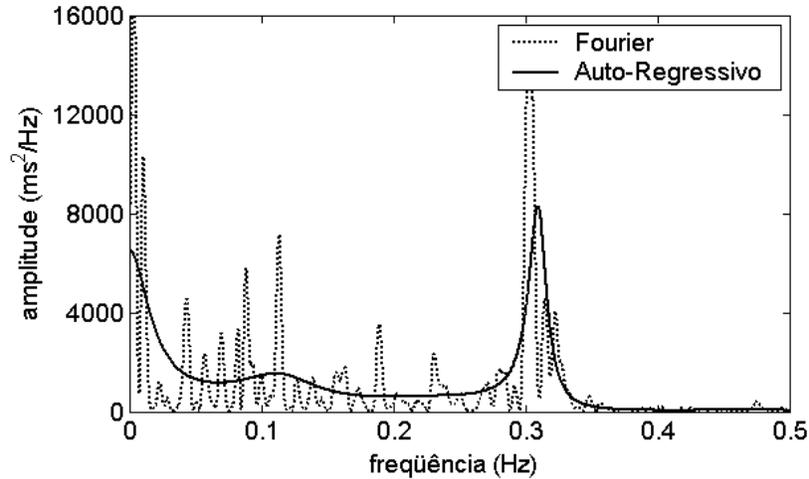


Figura 21 – Espectro de potência de Fourier (linha pontilhada) vs. espectro de potência calculado com modelagem auto-regressiva (linha sólida), para um sinal de VFC

8. Análise Tempo-freqüencial e Tempo-escala

Técnicas de análise de sinais no domínio do tempo ou no domínio da freqüência não permitem visualizar como as componentes de freqüência variam ao longo do tempo. Este é o objetivo da análise tempo-freqüencial. A mais tradicional técnica é a análise de Fourier de curto-termo, baseada em espectrogramas construídos a partir da transformada de Fourier janelada, a *Short-Time Fourier Transform* (STFT). Uma alternativa à STFT são as Transformadas Wavelets (MEYER, 1989), com os quais se obtêm os escalogramas, que implementam a análise tempo-escala.

8.1. Análise Tempo-freqüencial (Espectrograma)

Os espectrogramas são ferramentas muito populares, por exemplo, na análise de sinais de voz, possibilitando, entre outras coisas, o reconhecimento de interlocutor. A técnica mais usada é a transformada de Fourier janelada, ou transformada de Fourier de curto termo, a STFT. O objetivo da STFT é fornecer a informação sobre a distribuição de freqüência do sinal, mas fornecer também a informação sobre o comportamento temporal. Ao analisar-se um trecho de uma música, por exemplo, pode-se dizer que a transformada de Fourier permite descobrir que notas estão sendo tocadas naquele trecho da melodia, e qual a intensidade média de cada uma. Já a STFT permite distinguir não só que notas estão sendo tocadas, mas também com que duração, em que seqüência, e em que instante e com qual intensidade cada uma delas é tocada ao longo do tempo.

O que se faz na STFT é multiplicar cada senóide da transformada de Fourier por uma função que é diferente de zero em apenas um curto intervalo (ou janela) de tempo. Deslocando essa janela, têm-se segmentos de senóides em diferentes posições no tempo. Variando a freqüência da senóide, obtêm-se informação sobre a distribuição em freqüência do sinal naquele intervalo de tempo onde a janela é diferente de zero. Deslocando a janela, observa-se como essa distribuição de freqüência é alterada ao longo do tempo. Portanto, enquanto as funções de base da transformada de Fourier são

definidas por apenas um parâmetro (frequência), as funções de base da STFT são definidas por dois parâmetros: frequência e posição no tempo. O formato da janela e seu comprimento (ou duração) são fixos para a transformada, pois mexer nesses parâmetros, resulta em transformadas diferentes. O formato da janela determina sua resolução frequencial, ou a habilidade de se distinguir componentes de valores de frequência muito próximos. O comprimento da janela determina sua resolução temporal, ou a habilidade de se perceber eventos distintos que acontecem em um curto intervalo de tempo. A Figura 22 ilustra um pequeno subconjunto das funções de base da STFT, mostrando o que acontece ao se alterar os parâmetros frequência (da esquerda para direita) e posição no tempo (de cima para baixo).

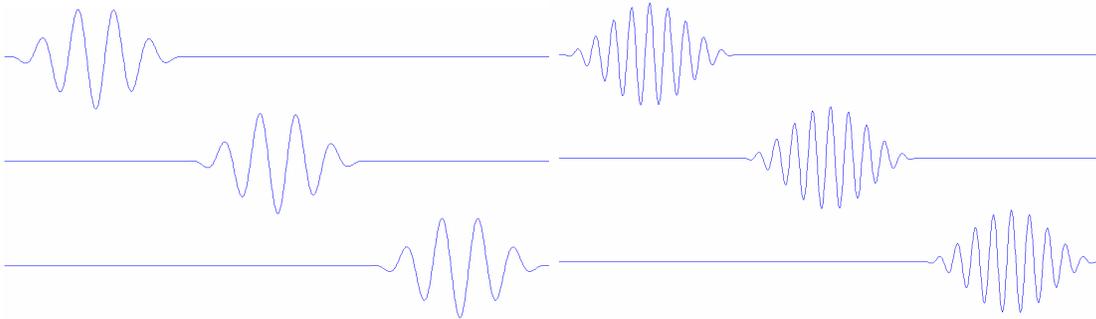


Figura 22 – Algumas funções de base da STFT

A Figura 23 ilustra a forma como o espectrograma representa a variação das características espectrais do sinal ao longo do tempo. A cor branca representa forte intensidade (um pico) e a cor preta representa uma intensidade baixa (um vale). Assim, a cada ponto da imagem está associado um instante no tempo, uma componente de frequência e uma intensidade de amplitude, tornando possível observar como a amplitude de cada componente de frequência varia ao longo do tempo.

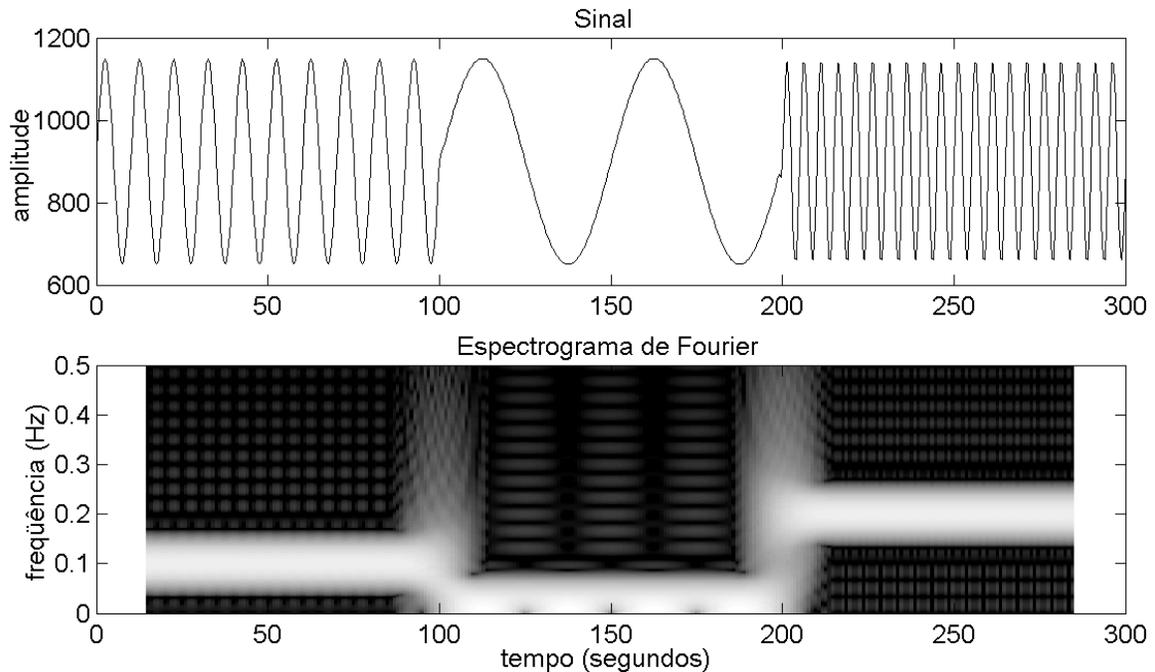


Figura 23 – Espectrograma de Fourier de um sinal formado por três senóides de frequências diferentes (0.10 Hz, 0.02 Hz e 0.20 Hz, respectivamente) que se alternam no tempo. A resolução temporal é de 30 segundos.

Diferentes tipos de janelas podem ser utilizados. A mais simples é a retangular, que é igual a 1 durante o intervalo de tempo que se pretende analisar, e igual a zero fora desse intervalo. A janela de Bartlett, ou janela triangular, é igual a 1 no centro da janela, decaindo linearmente até as extremidades da janela, onde retorna a zero. Já as janelas de Hamming, Hanning e Blackman, por exemplo, são criadas com base em funções trigonométricas (OPPENHEIM et al., 1999). A janela retangular tem um lóbulo principal de largura estreita, porém seus lóbulos laterais decaem lentamente à medida que se aumenta a frequência. Já a janela de Blackman, tem seu lóbulo principal mais largo, porém seus lóbulos laterais decaem rapidamente. As janelas de Bartlett, Hamming e Hanning, respectivamente, têm comportamentos intermediários ao da janela retangular e da janela de Blackman, como ilustra a Figura 24. Quanto mais estreito for o lóbulo principal, melhor a resolução freqüencial. No entanto, quanto mais estreito o lóbulo principal, mais altos se tornam os lóbulos laterais, que aparecem como ruído de fundo no espectrograma. A janela retangular fornece boa resolução freqüencial, mas os lóbulos laterais são muito altos, resultando em muito ruído de fundo. A janela de Blackman tem lóbulos laterais menores, mas fornece pior resolução freqüencial. As demais janelas são soluções intermediárias. Deve se escolher a janela que melhor se adapta as necessidades do sinal que se deseja analisar. Por exemplo, se as componentes de frequência do sinal são muito afastadas no domínio da frequência, então resolução freqüencial não é um problema, e a janela de Blackman pode ser adequada. Por outro lado, se as componentes são próximas entre si, melhor resolução freqüencial é necessária, e a janela de Blackman pode não ser adequada. Caso as componentes principais do sinal tenham valores de amplitude semelhantes, o ruído de fundo não é um problema, e pode-se então usar a janela retangular. Por outro lado, se os valores de amplitude das componentes forem

muito diferentes, o ruído de fundo pode cobrir as componentes menores, e nesse caso a janela retangular não é adequada. Portanto, se existirem componentes relativamente próximas entre si, e com valores de amplitude consideravelmente diferentes, é preciso buscar uma solução intermediária, como a janela de Hanning, por exemplo.

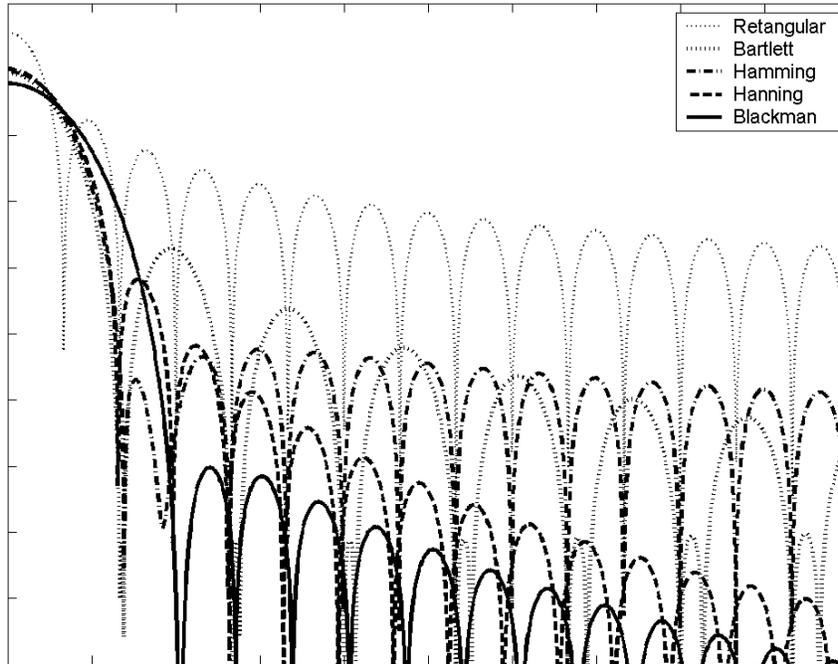


Figura 24 – Espectro de frequência dos modelos de janela mais utilizados

Outra decisão importante a ser tomada se refere ao comprimento da janela. Um comprimento de janela menor fornece maior precisão temporal. É possível perceber com maior precisão em que exato momento aconteceu um determinado evento no sinal. Por outro lado, perde-se em resolução freqüencial, tornando mais difícil distinguir componentes de freqüência muito próximas, por exemplo. O que se faz em alguns casos é analisar separadamente dois espectrogramas distintos: um obtido com uma janela de duração mais longa e outra de duração mais curta. Assim, a informação de um complementa a informação do outro. Caso isto não seja possível ou conveniente, deve-se escolher um comprimento de janela que forneça valores aceitáveis de resolução freqüencial e temporal. A Figura 25 mostra o que acontece com o espectro de freqüência da janela de Hanning quando se modifica seu comprimento. Uma janela de comprimento menor fornece uma melhor resolução temporal, mas é mais larga no domínio da freqüência. Por isso, ao se melhorar a resolução temporal, perde-se em resolução freqüencial. A Figura 26 apresenta espectrogramas de um sinal de Variabilidade da Freqüência Cardíaca (VFC), exemplificando o compromisso tempo-freqüência característico da STFT. Na Figura 26, em (d) têm-se uma excelente resolução espectral, e é possível distinguir várias raias estreitas, no entanto a resolução temporal é ruim. Em (b) a resolução temporal é boa, mas perde-se bastante em resolução freqüencial.

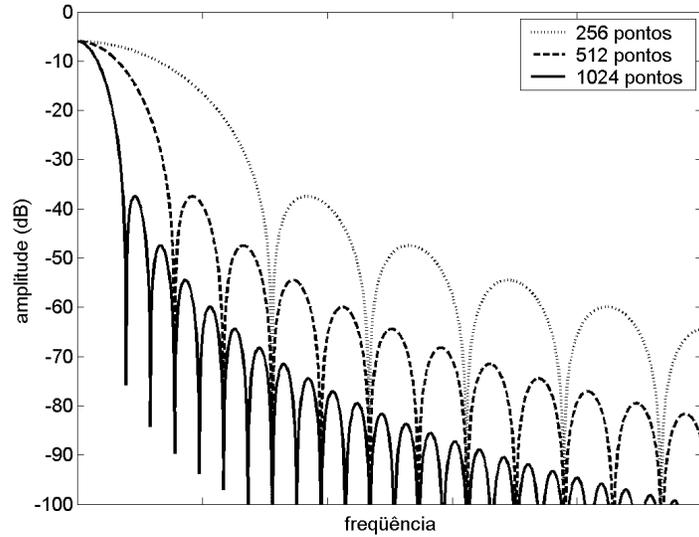


Figura 25 – Respostas de janelas de diferentes comprimentos

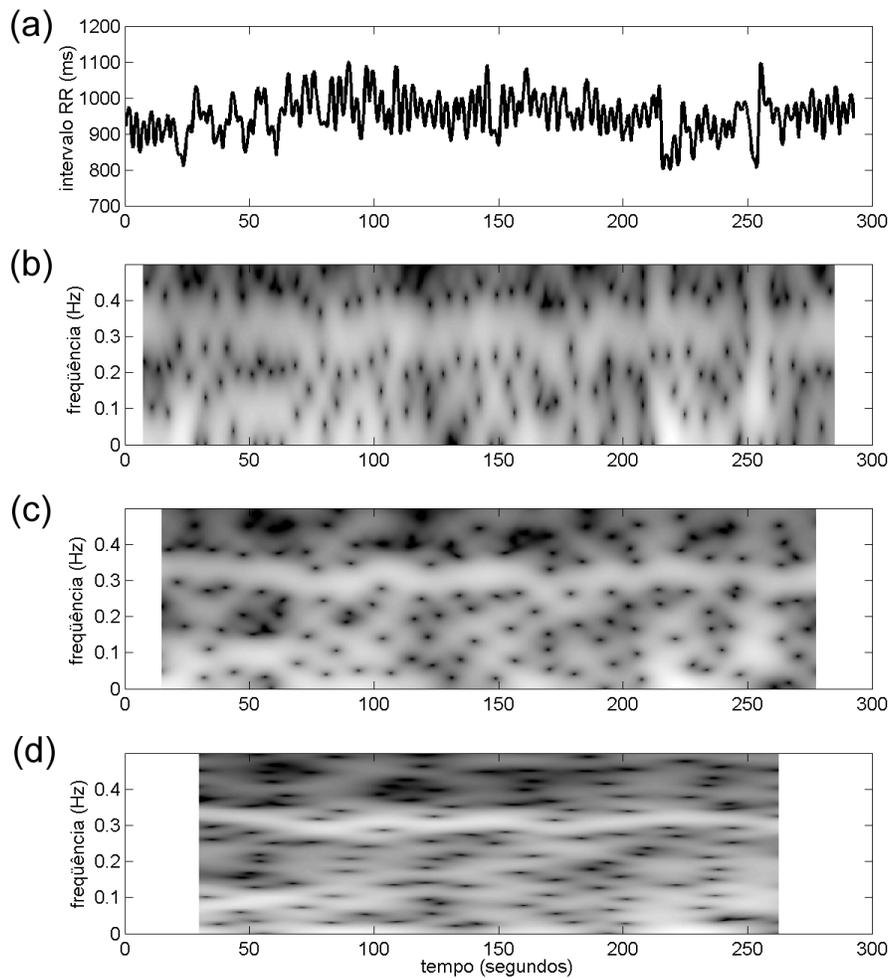


Figura 26 – Sinal de VFC (a) e espectrogramas de Fourier desse sinal usando janelas de Hanning de diferentes comprimentos: 15 segundos (b), 30 segundos (c) e 64 segundos (d)

8.2. Análise Tempo-escala (Escalograma)

A maior deficiência da STFT é o compromisso entre resolução temporal e resolução freqüencial (Figura 26). Uma forma de minimizar esse compromisso foi proposta, baseando-se em outro tipo de funções de base: as wavelets. Os espectrogramas baseados em wavelets, ou “escalogramas”, podem ser obtidos a partir da transformada wavelet contínua (CWT – Continuous Wavelet Transform). A CWT é uma transformada cujas funções de base são obtidas comprimindo e dilatando uma wavelet mãe e deslocando-a no tempo. A diferença mais marcante entre as funções de base da CWT e da STFT é o modo como, na CWT, o suporte da wavelet, ou seja, o comprimento da janela, varia de acordo com a escala. Quando se deseja analisar componentes em uma escala com mais detalhes (alta freqüência), comprime-se a wavelet, para que esta translate em freqüência em direção à componente de alta freqüência que se deseja estimar. A Figura 27 mostra, no domínio do tempo, o efeito de mudar a escala da wavelet. A wavelet mãe (no alto) é comprimida de modo varrer as escalas mais altas. Note que, ao se comprimir a wavelet, seu suporte diminui, melhorando a resolução temporal. Já a Figura 28 mostra o que acontece no domínio da freqüência. Ao se comprimir a wavelet mãe (de cima para baixo), a freqüência aumenta. Com isso consegue-se varrer as diferentes escalas (ou freqüências). Note que ao aumentar a freqüência da wavelet, a largura do lóbulo aumenta, piorando a resolução freqüencial.

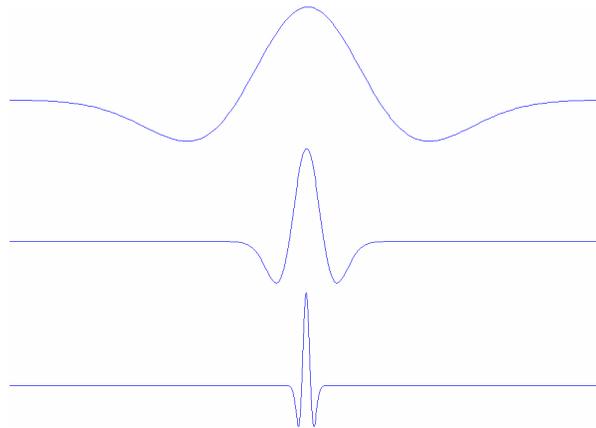


Figura 27 – Ilustração de uma wavelet-mãe e suas versões comprimidas

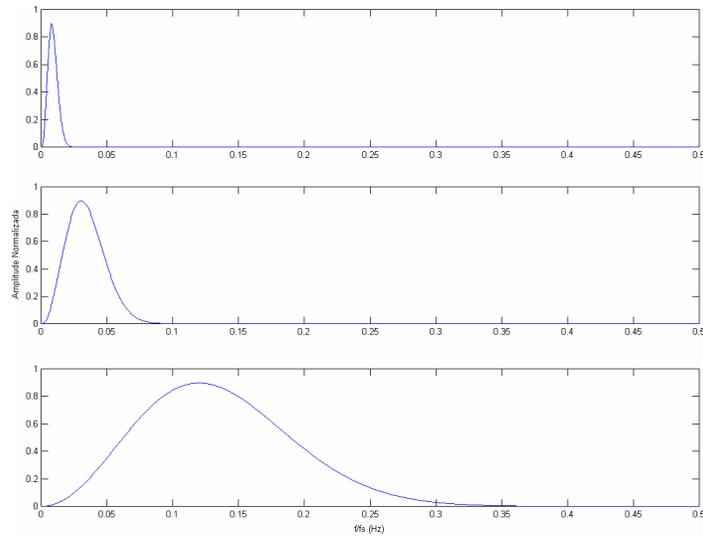


Figura 28 – Efeito da mudança de escala de uma wavelet em seu espectro de frequência

Portanto, a transformada wavelet contínua é obtida deslocando a wavelet mãe no tempo, e variando sua escala a cada instante de tempo (Figura 29), de modo a separar os diferentes níveis de detalhe do sinal. De certa forma, pode-se dizer que se está varrendo toda a faixa de frequência do sinal que se pretende analisar. Assim, obtém-se o escalograma, como ilustrado na Figura 30. A Figura 31 apresenta o escalograma de um sinal de VFC, no qual pode ser observado que as wavelets fornecem, nas escalas (ou frequências) mais altas, boa resolução temporal e pouca resolução espectral. Já nas escalas mais baixas, o efeito é o inverso: tem-se uma boa resolução frequencial, mas uma baixa resolução temporal. A razão fica evidente ao se observar novamente as Figuras 29 e 30: ao se comprimir uma wavelet, seu suporte diminui, melhorando a resolução temporal, mas o seu espectro se alarga, prejudicando a resolução espectral.

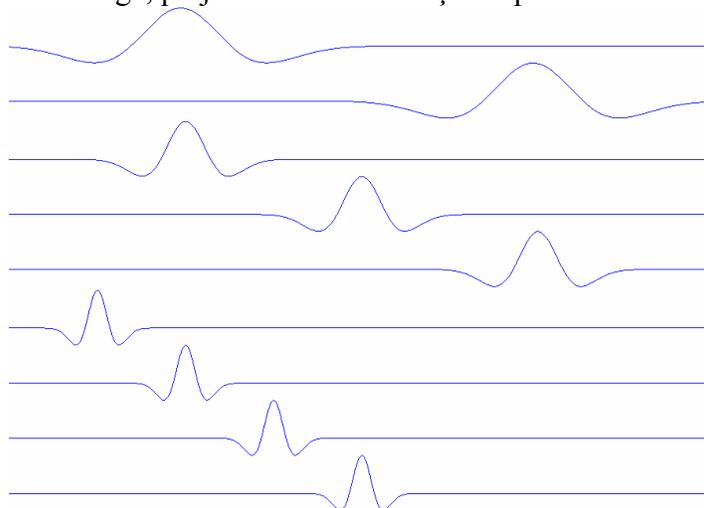


Figura 29 – Funções de base da CWT

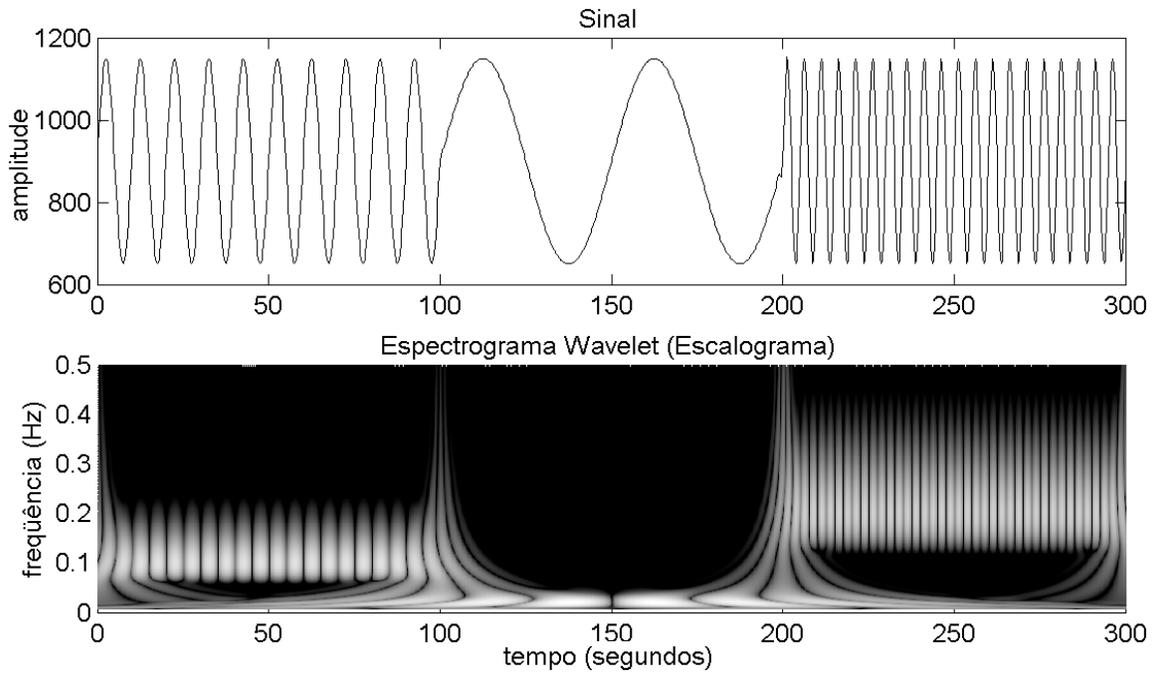


Figura 30 – Escalograma de um sinal formado por três senóides de frequências diferentes (0.10 Hz, 0.02 Hz e 0.20 Hz respectivamente) que se alternam no tempo

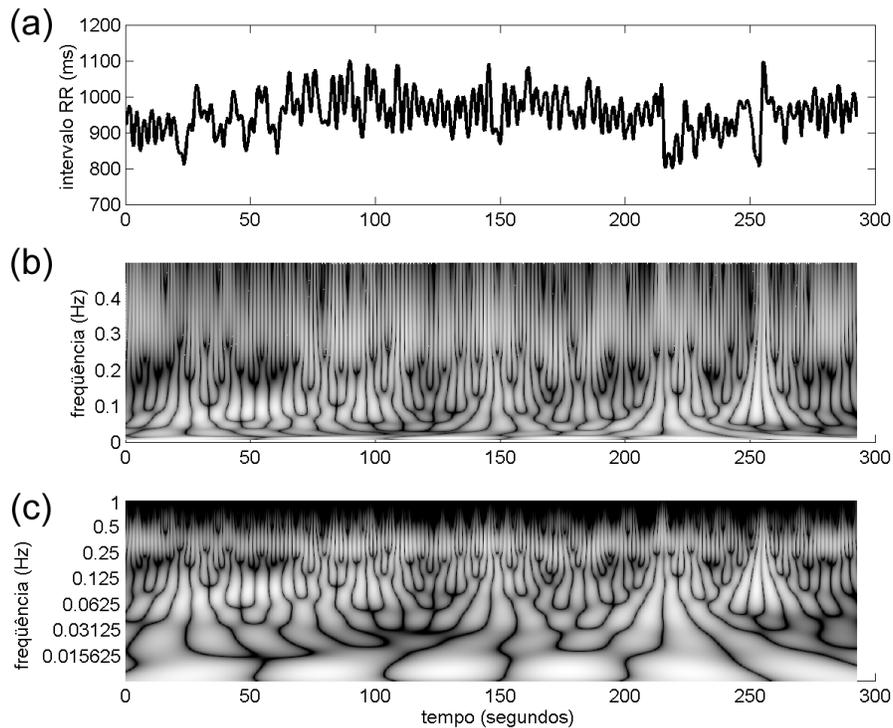


Figura 31 – Escalograma (b) de um sinal de HRV (a). Alguns autores preferem a visualização em escala logarítmica (c)

9. Compressão de Sinais Biomédicos

Atualmente os sinais biomédicos, na sua forma digital, vêm sendo utilizados em sistemas de monitoramento ambulatorial, transmissão através de linhas telefônicas, armazenamento em bancos de dados e em um grande número de outras aplicações na área da saúde e da engenharia biomédica. Essas aplicações têm ajudado especialistas no diagnóstico e no tratamento de diversas patologias, de forma rápida e muitas vezes com o paciente em localidades remotas. Por exemplo, a transmissão digital de sinais de ECG iniciada da casa do paciente, ou da ambulância, para o hospital tem se mostrado extremamente útil no diagnóstico antecipado de enfartos.

Sinais biomédicos devem ser armazenados ou transmitidos digitalmente com um grande número de amostras por segundo e com uma grande quantidade de *bits* por amostra para garantir a fidelidade da forma de onda necessária na inspeção visual por especialistas. Por isso, a utilização de técnicas de compressão de sinais é essencial para reduzir custos e viabilizar tecnologicamente o armazenamento e a transmissão de sinais biomédicos.

O principal objetivo de qualquer técnica de compressão de sinais é reduzir ao máximo a quantidade de *bits* necessária para representar o sinal, preservando suas características morfológicas significativas após a reconstrução. Conceitualmente, a compressão de sinais é o processo pelo qual são detectadas e eliminadas as redundâncias de informação contidas nos sinais. Shannon definiu redundância como: “aquela fração da informação que é desnecessária e, portanto, repetitiva no sentido de que se estivesse faltando a informação ainda seria essencialmente completa, ou pelo menos poderia ser completada” (SHANNON, 1948).

A compressão de sinais é um assunto que tem sido muito estudado ao longo das últimas décadas e diversas referências tratam do assunto de forma extensiva: (SAYOOD, 1996; JAYANT e NOLL, 1982; GERSHO e GRAY,1992). O objetivo desta seção é mostrar alguns dos conceitos básicos a respeito das técnicas de compressão de sinais que são a base para o conhecimento utilizado em algoritmos de compressão de sinais biomédicos.

As técnicas de compressão de sinais são comumente classificadas em duas categorias principais: compressão sem perdas e compressão com perdas. Uma compressão sem perdas significa que o sinal reconstruído após a compressão é idêntico ao sinal original. Já na compressão com perdas, uma quantidade controlada de distorção é permitida na reconstrução do sinal. As técnicas de compressão com perdas apresentam ganhos de compressão bem maiores do que as técnicas de compressão sem perdas.

9.1 Compressão sem perdas

Embora as técnicas de compressão sem perdas sejam menos eficientes em termos de ganhos de compressão, elas são muitas vezes utilizadas em conjunto com as técnicas de compressão com perdas, principalmente quando a distorção máxima permitida pela aplicação já foi alcançada e necessita-se de um ganho adicional na compressão dos sinais. Dentre as técnicas de compressão sem perdas mais utilizadas na compressão de sinais biomédicos destacamos a codificação por entropia (GERSHO e GRAY,1992), Run-length e Huffman (HUFFMAN, 1952) e a codificação Delta (KEN, 1985).

Codificação Run-Length

Arquivos de dados freqüentemente apresentam caracteres repetidos várias vezes em seqüência, o que chamamos de uma corrida de caracteres. Por exemplo, arquivos de texto utilizam múltiplos espaços para separar sentenças e parágrafos. Sinais digitais também podem conter o mesmo valor (ou o caractere que representa esse valor no seu arquivo de dados) repetido muitas vezes em seqüência, indicando que o sinal não está mudando, a exemplo das porções isoeletricas dos sinais de ECG. Outro exemplo é uma imagem do céu à noite que apresentará uma repetição de caracteres que representam o fundo preto no seu arquivo de dados. A codificação Run-Length é um método simples e eficiente para a compressão desses tipos de dados.

A Figura 32 mostra um exemplo da codificação Run-Length de um conjunto de dados que contém corridas de zeros. Cada vez que o codificador encontra um zero nos dados de entrada, dois valores são representados nos dados de saída. O primeiro desses valores é um zero indicando que a codificação Run-Length foi iniciada. O segundo é a quantidade de zeros da seqüência. Se a corrida de zeros no conjunto de dados de entrada é em média maior do que dois, então o codificador Run-Length conseguirá a compressão dos dados.

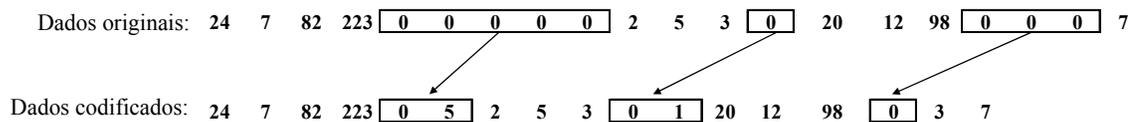


Figura 32 – Exemplo da codificação Run-Length

Corridas de zeros são muito comuns nos dados de compressão com perdas que utilizam transformadas ortogonais e, neste caso, a codificação Run-Length é freqüentemente utilizada como uma técnica de compressão adicional.

Codificação de Huffman

Na codificação de Huffman, os dados são representados como um conjunto de palavras binárias de tamanho variável que dependem da freqüência de ocorrência do caractere ou símbolo utilizado na representação dos valores dos sinais. Assim, caracteres que são utilizados com mais freqüência recebem poucos *bits* e caracteres utilizados raramente são codificados com mais *bits*.

A Figura 33 mostra um exemplo de como um código de Huffman é gerado, dado um conjunto de dados X com probabilidades de ocorrência $p(X)$ dos caracteres, conhecidas *a priori*. No esquema mostrado, os códigos para os caracteres são gerados concatenando-se os *bits* dos dois caracteres com menor probabilidade de ocorrência, somando-se suas probabilidades e reiniciando o processo até que sobre apenas um caractere. Esse processo gera uma árvore com ramificações associadas aos *bits* 0 e 1, e os códigos para cada caractere são tomados no caminho inverso dessas ramificações. Observe que não importa a forma como os caracteres estão arranjados inicialmente. Além disso, neste exemplo escolhemos codificar as ramificações superiores com o *bit* 0 e as inferiores com o *bit* 1, mas o contrário também poderia ser feito. Por fim, se durante o processo de geração do código surgir ramificações com probabilidades iguais, qualquer critério de desempate pode ser escolhido.

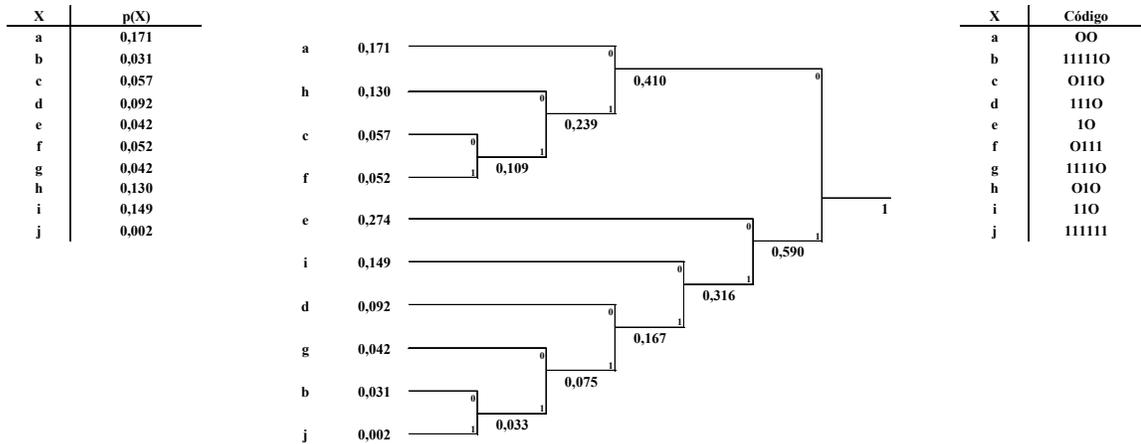


Figura 33 – Exemplo de construção de um código de Huffman

Uma técnica de compressão com uma versão mais sofisticada da filosofia da codificação de Huffman é chamada de codificação aritmética. Nessa codificação, seqüências de caracteres são representadas por códigos individuais, dependendo de suas probabilidades de ocorrência. A codificação de Huffman e a codificação aritmética são muito utilizadas em conjunto com a codificação Run-Length na compressão dos dados resultantes da compressão por transformadas ortogonais de sinais biomédicos.

Codificação Delta

Chama-se de codificação Delta o conjunto de técnicas de compressão de sinais que armazenam o sinal digital como uma diferença entre amostras sucessivas. A Figura 34 apresenta um exemplo de como isso é feito. A primeira amostra do sinal codificado é igual à primeira amostra do sinal original, as outras amostras codificadas são iguais à diferença entre a amostra atual e a amostra anterior do sinal original.

Sinal original:	23	20	19	21	11	75	79	84 ...
Sinal Codificado:	23	-3	-1	2	-10	64	4	5 ...

Figura 34 – Exemplo de codificação Delta

O ponto chave dessa técnica de codificação é que o sinal codificado tem uma faixa de variação de amplitude menor do que o sinal original, dessa forma gasta-se menos *bits* para armazenar ou transmitir o sinal codificado. A codificação Delta é um caso particular da codificação *Differential Pulse Code Modulation* (DPCM), usada em conjunto com o codificador de Huffman em vários algoritmos de compressão de sinais biomédicos.

9.2 Compressão com perdas

Na compressão de sinais biomédicos podemos destacar duas categorias principais das técnicas de compressão com perdas: Métodos Diretos e Compressão por Transformadas.

Métodos Diretos

Os métodos diretos codificam os sinais no domínio do tempo e os seus algoritmos geralmente dependem da morfologia do sinal de entrada. Na maioria dos casos, esses métodos são muito complexos e apresentam um desempenho, em termos de ganho de compressão, bem inferior ao dos codificadores por transformadas estudados na próxima seção. Por isso apresentaremos nesta seção alguns conceitos básicos e algumas referências para o leitor que pretende se aprofundar no assunto.

Os métodos diretos de compressão trabalham com processos sofisticados e “inteligentes” de decimação e interpolação dos sinais. Ou seja, esses métodos extraem K amostras “significativas” do sinal original $x(n)$, de forma que:

$$(n, x(n)), n = 0, \dots, N - 1 \rightarrow (n_k, x(n_k)), k = 0, \dots, K - 1, \quad (7)$$

onde $K < N$. A reconstrução dos valores entre as amostras significativas é realizada por um processo de interpolação utilizando a expressão genérica:

$$\hat{x}(n) = \begin{cases} x(n), & n = n_0, \dots, n_{K-1}; \\ f_{n_0, n_1}(n), & n = n_0 + 1, \dots, n_1 - 1; \\ \vdots & \vdots \\ f_{n_{K-2}, n_{K-1}}(n) & n = n_{K-2} + 1, \dots, n_{K-1} - 1; \end{cases} \quad (8)$$

O processo de escolha das amostras significativas depende das características do sinal e é normalmente baseado em um critério que garante que o erro de reconstrução permanece dentro de uma faixa de tolerância. A função de interpolação $f_{n_{k-1}, n_k}(n)$ é geralmente um polinômio de baixa ordem, ou seja, um polinômio de ordem zero ou de primeira ordem. Esses polinômios aproximam o sinal original com uma série de linhas horizontais e retas inclinadas entre as K amostras significativas. Os parâmetros dessas linhas e retas (por exemplo, comprimento e inclinação) é que são armazenados no lugar das amostras descartadas, proporcionando uma redução na quantidade de dados que precisa ser armazenada ou transmitida. Alguns exemplos da utilização dessa técnica na compressão de sinais de ECG são: *Amplitude Zone Time Epoch Coding* (AZTEC) (COX et al., 1968), *Turning Point* (TP) (MUELLER, 1978), *Coordinate Reduction Time Encoding System* (ABENSTEIN e TOMPKINS, 1982), algoritmo FAN? (DIPERSIO e BARR, 1985), SLOPE? (TAI, 1991) e *Scan Along Polygonal Aproximation* (SAPA) (SHAHEIN e ABBAS, 1994).

Compressão por Transformadas

Dentre os muitos métodos de compressão de sinais desenvolvidos, as técnicas de compressão por transformadas são as que apresentam o melhor desempenho em termos de ganho de compressão *versus* fidelidade da forma de onda do sinal reconstruído.

Dado um vetor de dados $x=[x(1) x(2) \dots x(N)]$ podemos definir uma transformação ortogonal como uma operação linear dada por uma matriz de transformação T , da seguinte forma:

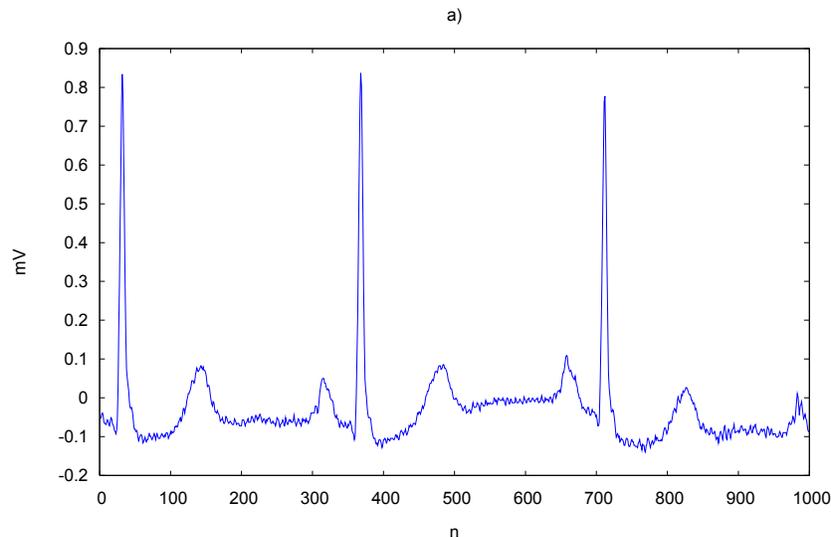
$$y = Tx, \quad (9)$$

onde $y=[y(1) y(2) \dots y(N)]$ representa um vetor de coeficientes transformados e T satisfaz a condição de ortogonalidade:

$$T^t = T^{-1} \quad (10)$$

A compressão por transformadas ortogonais se baseia em uma premissa simples: quando o sinal é processado por uma transformada ortogonal a energia do sinal (informação) que estava distribuída por todas as amostras no domínio do tempo é concentrada em um número reduzido de coeficientes transformados.

Este comportamento pode ser observado na Figura 34, onde apresentamos um sinal de ECG e seus coeficientes correspondentes no domínio transformado. Neste exemplo utilizamos a transformada de co-seno discreta, *Discrete Cosine Transform* (DCT). A transformada DCT é usada no padrão mais popular de compressão de imagens, o *Joint Picture Expert Group* (JPEG).



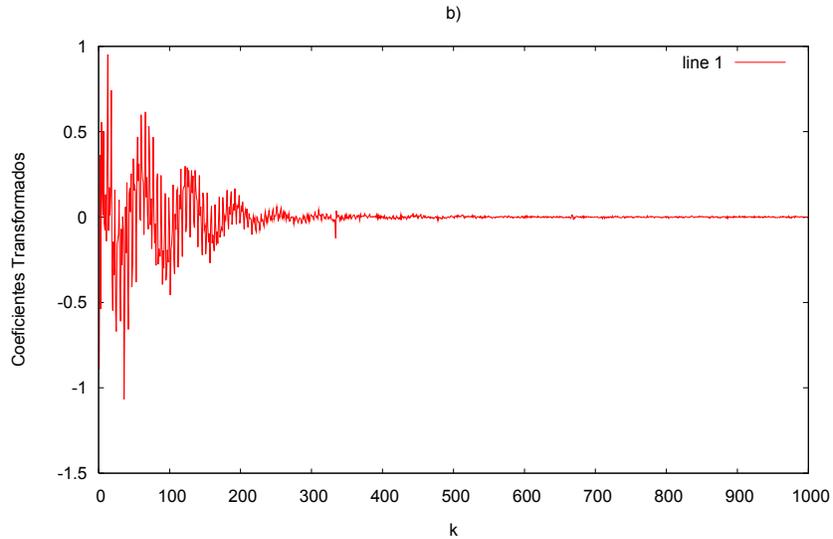
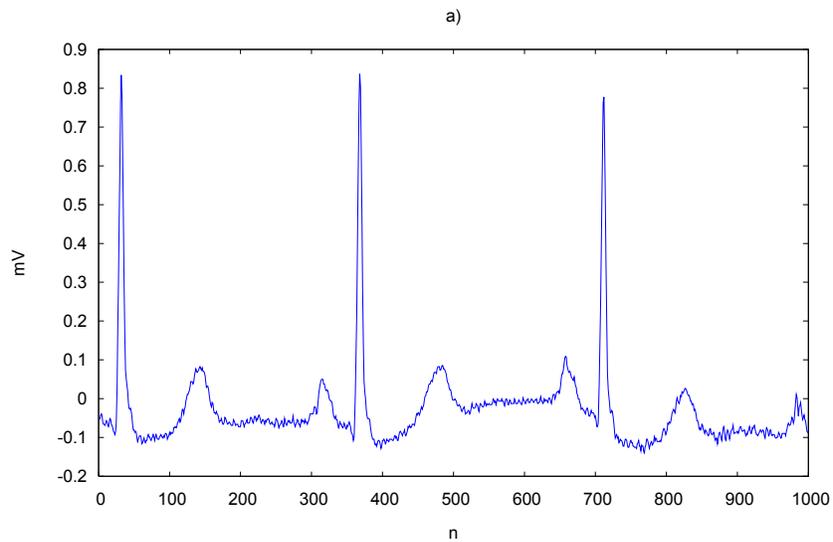


Figura 34 – a) Sinal de ECG original; b) Coeficientes transformados

Observe que no domínio transformado a energia do sinal está concentrada em alguns poucos coeficientes de índices pequenos, indicando que se armazenarmos esses poucos coeficientes e descartarmos os coeficientes de maiores índices (baixa amplitude) ainda teremos uma boa reconstrução do sinal (tomando-se a transformada inversa). A Figura 35 mostra o mesmo sinal de ECG da Figura 34 e uma versão reconstruída após eliminar 80% dos coeficientes DCT.



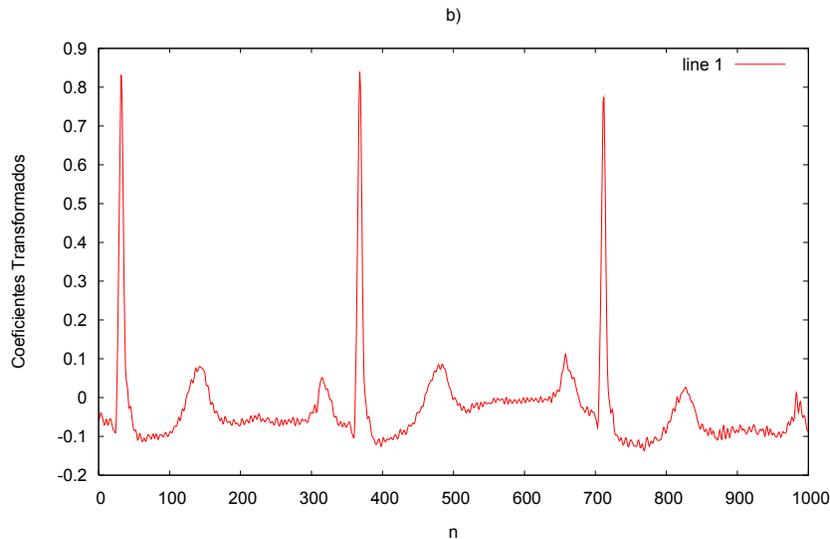


Figura 35 – a) Sinal de ECG original; b) Sinal de ECG reconstruído após eliminar 80% dos coeficientes DCT

Observe que armazenando apenas 20% dos coeficientes DCT é possível reconstruir o sinal original sem distorções visíveis.

A transformada mais utilizada na área de codificação de sinais biomédicos na atualidade é a transformada wavelet discreta (DAUBECHIES, 1988; MALLAT, 1989; MEYER, 1989). A transformada wavelet é utilizada no estado da arte para compressão de imagens, o padrão JPEG 2000 e nos mais recentes estudos sobre a compressão de sinais biomédicos, por exemplo, na compressão de sinais de ECG (ISTEPANIAN, 2002; HILTON, 1997; LU *et al.*, 2000) e na compressão de sinais de EMG (GUERRERO e MAIHES, 1997; WELLIG *et al.*, 1998; NORRIS *et al.*, 2001; BERGER *et al.*, 2006).

10. Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os conceitos básicos para o entendimento das técnicas de processamento digital de sinais, bem como foram apresentadas algumas das aplicações mais comuns dessa tecnologia, com o intuito de dar ao leitor uma idéia do que é possível fazer com a mesma.

É importante ressaltar, entretanto, que a área de processamento de sinais biomédicos é imensa e para se obter um domínio mínimo da mesma é necessário, em geral, a participação em pelo menos um curso de processamento digital de sinais, a leitura de um ou mais livros-textos em processamento de sinais biomédicos, como os indicados ao longo do texto, e a leitura de artigos científicos na área.

Grande parte das principais aplicações envolvendo as modernas tecnologias emprega, de alguma forma, técnicas de processamento de sinais e o entendimento dos princípios básicos dessa tecnologia é importante para que se tenha uma noção das características dos equipamentos e de suas limitações.

Referências Bibliográficas

- Abenstein J. e Tompkins W., “New data-reduction algorithm for real-time ECG analysis”, *IEEE Trans. Biomed. Engineering*, v. 29, p. 43-48, 1982.
- Akay, M., *Biomedical Signal Processing*, Academic Press, 1994.
- Baher, H., *Analog & Digital Signal Processing*, 2^a. Edição, John Wiley & Sons, 2001.
- Berger P. A., Nascimento F. A. O., Carmo J. C. e Rocha A. F., “Compression of EMG Signals with Wavelet Transform and Artificial Neural Networks”, *Physiological Measurement*, v. 27, p. 457-465, 2006.
- Brown, J. W., Churchill, R. V., *Fourier Series and Boundary Value Problems*, McGraw-Hill, 2000.
- Cox J., Noelle F., Fozzard H. e Oliver G., “AZTEC: A preprocessing program for real-time ECG rhythm analysis”, *IEEE Trans. Biomed. Engineering*, v. 15, p. 128-129, 1968.
- Daubechies I., *Ten lectures on Wavelets*, Philadelphia, 1992.
- Daubechies I., “Orthogonal Bases of compactly Supported Wavelets”, *Comm. Pur. Appl. Math.*, v. 41, p. 909-996, 1988.
- Dipersio D. A. e Barr R. C., “Evaluation of the FAN method of adaptive sampling on human eletrocardiograms”, *Med. Biomed. Eng. Computing*, p. 401-410, 1985.
- Guerrero A. and Maihes C., “On the choice of an electromyogram data compression method”, *Proc. 19th annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine Biology Society*, p. 1558–1561, 1997.
- Gersho A. and Gray R., *Vector Quantization and Signal Compression*; Kluwer Acad. Publication, 1992.
- Hilton M. L., “Wavelet and wavelet packet compression of electrocardiograms”, *IEEE Trans. Biomed. Engineering*, v. 44, p. 394-402, 1997.
- Huffman D. A., “A method for the construction of minimum redundancy codes”. *Proc. IRE* 40, v. 10, p. 1098-1101, 1952.
- Istepanian R. S. H., Hadjileontiadis L., Panas S., “ECG Data Compression using Wavelets and higher order Statistics Methods for Telemedical Applications”, *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, v. 5, n. 2, p. 108-115, 2001.
- Jayant N. S. e Noll P., *Digital Coding of Waveforms – Principles and Application to Speech and Video*; Prentice Hall, 1982.
- Ken C. P., *Principles of Digital Audio*, 2^a Edição. Sams/Prentice-Hall Computer Publishing, 1985.
- Lebeis, T. S. F., *Estudo e Análise de Algoritmos para Eliminação da Variação da Linha de Base e da Interferência do Ruído de 60 Hz*, Tese de Mestrado, Universidade de Brasília, 2004.
- Lu Z., Kim D. Y., Pearlman W. A., “Wavelet compression of ECG signals by the set partitioning in hierarchical trees (SPIHT) algorithm”, *IEEE Trans. Signal Processing*, v. 47, p. 849-856, 2000.
- Mallat S., “A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation”, *Proc. IEEE Trans on Pattern Anal. and Math. intel.*, v. 11(7), 1989.
- Marcião, S. S., *Avaliação de Algoritmos para Eliminação da Variação da Linha de Base de Sinais Eletrocardiográficos*, Tese de Mestrado, Universidade de Brasília, 2005.
- Meyer Y., *Wavelets*, Ed. J.M. Combes et al., Springer Verlag, Berlin, p. 21, 1989.

- Mortara, D., "Digital Filters for ECG Signals", in *Computers in Cardiology*, pp. 511-514, IEEE Computer Society Press, 1977.
- Mueller W., "Arrhythmia detection program for an ambulatory ECG monitor", *IEEE Trans. Biomed. Engineering*, v. 14, p. 81-85, 1978.
- Openheim, A. V., Shafer, R. W., Buck, J. R., *Discrete-time Signal Processing*, 2^a. Edição, Prentice-Hall, 1999.
- Proakis, J. G., Manolakis, D. K., *Digital Signal Processing*, 4^a. Edição, Prentice-Hall, 2006.
- Rabiner, L., *Theory and Application of Digital Signal Processing*, Prentice-Hall, 1975.
- Rangayyan, R. M., *Biomedical Signal Analysis: A Case-Study Approach (IEEE Series on Biomedical Engineering)*, Wiley-IEEE Press, 2001.
- Sayood K., *Introduction to Data Compression*; Morgan Kaufman, 1996.
- Shahein C.F. e Abbas H.M., "ECG data-compression via cubic-splines and scan along polygonal approximation", *Signal Processing*, v. 35, n 3, p. 269-283.
- Shannon C.E., Bell System Tech., Vol. 27, p.379, 1948.
- Sornmo, L., Laguna, P., *Bioelectrical Signal Processing in Cardiac and Neurological Application*, Elsevier Academic Press, 2005.
- Tai S. C., 1991, "Slope – A real-time ECG data compressor", *L Biomed. Eng. Computing*, v. 29, p. 175-179.
- Tompkins, W. J., *Biomedical Digital Signal Processing: C Language Examples and Laboratory Experiments for the IBM-PC*, Prentice-Hall, 1993.
- Wellig P., Zhenlan C., Semling M. and Moschytz G. S., "Electromyogram data compression using single-tree and modified zero-tree wavelet encoding", *Engineering in Medicine and Biology Society 23rd Annual International Conference of the IEEE*, p. 3 1303-1306, 1998.