

# Reconstrução Melhorada de Dados de Ressonância Magnética Usando Aproximação de Ordem Baixa Baseada em Decomposição por Valores Singulares

Davi Marco Lyra-Leite (davi@ieee.org)

João Paulo Carvalho Lustosa da Costa (jpdacosta@unb.br)

João Luiz Azevedo de Carvalho (joaoluiz@pgea.unb.br)

Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília-DF, Brasil

## Introdução

A decomposição em valores singulares (DVS) é uma abordagem conhecida para compressão de dados [1], bem como para remoção de ruído [2]. Algumas aplicações já foram apresentadas para o caso de dados de ressonância magnética (RM) [3]. Além disso, para caso de sistemas multi-canais de RM, a DVS pode ser utilizado para compressão dos dados das várias bobinas [4]. As aproximações baseadas em redução de ordem a partir de DVS podem ser aplicadas tanto no espaço- $k$  como no domínio da imagem. Para a seleção do número de componentes a ser utilizado na reconstrução dos dados, foi utilizado o critério de informação de Akaike [5].

## Teoria

### Formulação Matemática do Sinal de RM:

O sinal de ressonância magnética adquirido em um dado instante no tempo corresponde a uma amostra da transformada de Fourier  $A(k_x, k_y)$  da imagem  $A(x, y)$ :

$$A(k_x, k_y) = \int_x \int_y A(x, y) e^{-j2\pi(k_x x + k_y y)} dy dx \quad (1)$$

### Decomposição em Valores Singulares:

Considerando-se o sinal correspondente à imagem, que é usualmente uma matriz de tamanho  $M \times N$ , é possível obter os seus valores e vetores singulares de acordo com [6,7]:

$$A = USV^T = \sum_{i=1}^N \sigma_i u_i v_i^H \quad (2)$$

$$A = U \cdot S \cdot V^H$$

$$= \sum_{i=1}^r \sigma_i \cdot u_i \cdot v_i^H$$

Figure: Esquema de decomposição de uma matriz  $A$  em suas matrizes de componentes:  $U$  – vetores singulares da esquerda;  $S$  – dalores singulares; e  $V^T$  – vetores singulares da direita.

## Modelo

**Critério de Informação de Akaike:** O critério de informação de Akaike é usado para selecionar o número necessário de componentes que descreve um sinal sem perda de informação. Na análise proposta, o número AIC é calculado minimizando-se a seguinte equação [8]:

$$AIC = -N \cdot (M - m) \cdot \log \frac{g(m)}{a(m)} + m \cdot (2M - m) \quad (3)$$

**Aplicação da Seleção de Ordem do Modelo:** Após encontrar a ordem do modelo que descreve o sinal, é possível reduzir as matrizes dos valores singulares e dos vetores singulares, selecionando apenas os elementos que descrevem corretamente o sinal, ficando assim com:

$$A = U_S S_S V_S^T = \sum_{i=1}^D \sigma_i u_i v_i^H \quad (4)$$

Em que:  $1 \leq D \leq \min(M, N)$ .

## Métodos

A uma imagem de RM cerebral foi adicionado ruído Gaussiano branco e foram avaliados os processos de DVS com seleção de ordem pelo critério de Akaike (AIC) no domínio da imagem e no espaço- $k$ , analisando-se qualitativa e quantitativamente os resultados (inspeção visual e por meio de EQM e SER).

## Resultados

Segundo os resultados do AIC, pode-se reconstruir as imagens utilizando-se apenas 30 componentes dos valores singulares, tanto para a aplicação no domínio da imagem, como para no espaço- $k$ .

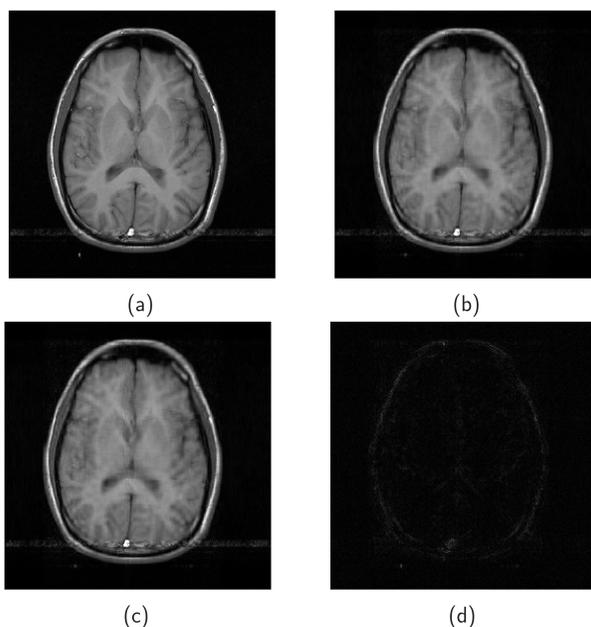


Figure: (a) Imagem original reconstruída utilizando-se todos os componentes dos valores singulares (referência); (b) imagem obtida utilizando-se o modelo proposto no domínio da imagem; (c) imagem obtida utilizando-se o modelo proposto no domínio da frequência; e (d) erro entre as reconstruções usando o modelo proposto e a imagem de referência.

## Resultados

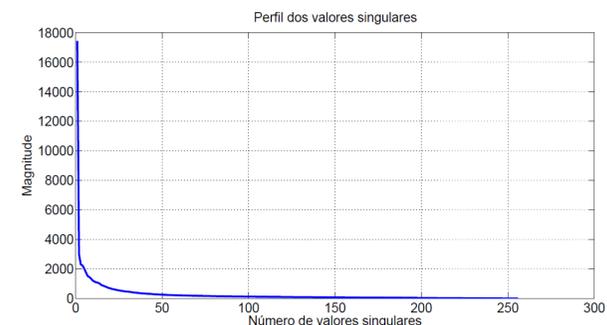


Figure: Perfil dos valores singulares para a DVS no espaço- $k$ .

Table: Razões sinal-erro (em dB) para reconstruções no espaço- $k$  (DF) e domínio da imagem (DI), além dos valores do EQM, para diferentes números de componentes.

Número de Componentes	SER <sub>DF</sub> (dB)	SER <sub>DI</sub> (dB)	EQM (dB)
10	13,4	13,4	-6,7
31	19,0	19,0	-9,5
79	24,9	24,9	-12,5
109	27,9	27,9	-13,9
130	30,1	30,1	-15,0

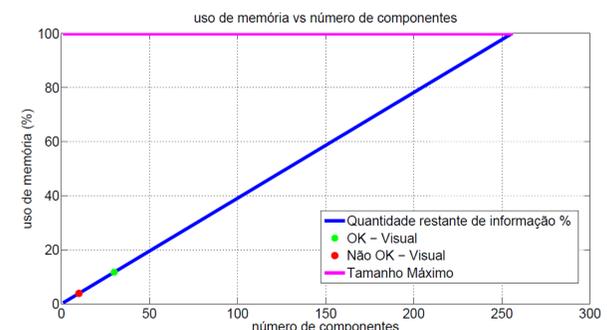


Figure: Quantidade de memória de armazenamento para os dados reconstruídos de acordo com o número de componentes utilizados no processo de reconstrução.

## Conclusão

Os resultados sugerem que o truncamento baseado nos valores singulares funciona para dados de RM e pode melhorar a reconstrução ao reduzir o nível de ruído observado e diminuir a demanda computacional do processo. Os resultados ainda mostraram que é indiferente realizar o processo no domínio da imagem ou no espaço- $k$ , visto que os resultados apresentados são idênticos tanto para a análise qualitativa como para quantitativa. Desse modo, é viável e recomendado utilizar o processo ainda no espaço- $k$ , visto ser esse o domínio em que os dados foram adquiridos.

## Referências

- [1] Chen W and Duan W. MSc Dis, 2009. [2] Patel V et al. ISBI 2011. [3] Yaacoub F et al. IEEE CBMS, 2008. [4] Buehrer M et al. MRM 57:1131-1139, 2007. [5] Bozdogan H. JMP 44:62-91, 2000. [6] Haykin S. Adaptive Filter Theory, 1993. [7] Wall M et al. A Practical Approach to Microarray Data Analysis, 2003. [8] Wash M and Kailath T. IEEE TASSP 33:387-392, 1985.