

## Simulações Computacionais de Escoamento Sanguíneo Guiadas por Dados de Contraste de Fase

V. C. Rispoli\*, J-F. Nielsen\*\*, K. S. Nayak\*\*\*, J. L. A. Carvalho\*

\*Universidade de Brasília, Brasília, Brasil

\*\* University of Michigan, Ann Arbor, EUA

\*\*\* University of Southern California, Los Angeles, EUA

e-mail: vrispoli@pgea.unb.br

**Resumo:** Neste trabalho apresentamos uma metodologia numérica capaz de integrar medidas de velocidade obtidas com ressonância magnética por contraste de fase (CF) dentro de um algoritmo da dinâmica dos fluidos computacional. O objetivo dessa metodologia é ser capaz de obter campos de velocidade simulados mais próximos das medidas reais por CF e que também satisfazem as equações do movimento (momento e continuidade). Para tal utilizamos campos de velocidade medidos por CF de alta resolução espacial e alta relação sinal-ruído de um *phantom* de escoamento pulsátil e mostramos que a solução numérica altamente influenciada pelo CF tem um ganho de 6,56 dB na relação sinal-erro comparada a solução computacional sem influência da ressonância magnética, considerando os campos medido com CF como *ground truth*.

**Palavras-chave:** Ressonância magnética, dinâmica dos fluidos computacional, contraste de fase.

**Abstract:** *This work presents a numerical framework to integrate 3D PC-MRI data within a computational fluid dynamics solver. The purpose of this methodology is to obtain a simulated velocity field closer to the actual PC-MRI measurements that also satisfies the fluid dynamics equations (momentum and continuity). We used PC-MRI measured velocity fields with high spatial resolution and high SNR from a pulsatile flow phantom to show that PC-MRI highly influenced numerical solution signal-to-error ratio is increased by 6.56 dB compared to the computational solution with no influence of magnetic resonance, considering PC-MRI data as ground truth.*

**Keywords:** *Magnetic resonance, computational fluid dynamics, phase contrast.*

### Introdução

O conhecimento dos padrões de escoamento do sangue no corpo humano é um componente importante na pesquisa e diagnóstico de algumas doenças cardiovasculares. Estão à disposição de médicos e pesquisadores atualmente duas abordagens diferentes para quantificação tridimensional do escoamento sanguíneo: aquisição direta do perfil de velocidade, sem influência de modelagens física e matemática, usando a ressonância magnética (RM) por contraste de fase (CF) [1,2,3] e simulações computacionais do escoamento usando modelos físicos da dinâmica dos fluidos

computacional (DFC) [4,5,6,7]. Entre os métodos diretos o CF [1,2,3] ganhou destaque nos últimos anos devido à sua cobertura anatômica tridimensional irrestrita e a mínima dependência do operador. No entanto, o CF fornece resolução espacial e temporal limitadas e aquisições tridimensionais em diversas fases cardíacas demandam longos tempos de leitura (dezenas de minutos), o que pode limitar o seu uso em algumas situações clínicas. A DFC [4,5,6,7] é uma alternativa usada para prever os padrões de escoamento em diversas geometrias vasculares. Na DFC convencional, a anatomia tridimensional do lúmen é especificada juntamente com os perfis de velocidade do sangue na entrada e na saída do domínio de cálculo. As equações que descrevem o escoamento de um fluido Newtoniano são então resolvidas numericamente. Essa abordagem proporciona arbitrariamente alta resolução temporal e espacial, e é, em princípio, capaz de estimar campos de velocidade para geometrias de vasos sanguíneos suficientemente complexas.

Atualmente, o CF e a modelagem da DFC são, em geral, as abordagens mutuamente excludentes, em que o campo de escoamento no interior do domínio tridimensional é ditada por meio das medições de CF ou pelo modelo físico assumido, mas não ambos. Em outras palavras, mesmo quando as medições por CF de um ou mais componentes de velocidade estão disponíveis, não há nenhuma maneira de se fazer uso desses dados para influenciar a solução da DFC.

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma rotina numérica de fácil implementação capaz de utilizar as medidas de velocidade por CF para a construção de uma solução baseada na DFC mais robusta e, potencialmente, mais precisa que aquela obtida apenas pela DFC. Na DFC convencional, são especificadas apenas as velocidades de entrada e saída do domínio e o modelo físico é quem dita a solução no interior do domínio de cálculo. O método apresentado aqui faz uso de medidas de CF de um ou mais componentes de velocidade no interior da todo volume tridimensional para influenciar a solução computacional.

A viabilidade da abordagem proposta é demonstrada na bifurcação carotídea de um *phantom* de escoamento pulsátil, onde mostramos que a solução combinada produz campos de escoamento que estão em melhor concordância com medições por CF do que as

soluções computacionais obtidas pela DFC. Mostramos também que utilizando todas as três componentes de velocidade na rotina computacional proposta aumenta a precisão de todas as três componentes de velocidade simuladas ( $u$ ,  $v$ , e  $w$ ) e aumenta também a taxa de convergência da rotina da DFC. Além disso, os campos de velocidade produzidos pelo algoritmo satisfazem ambas as equações do momento e da continuidade.

## Teoria

Neste trabalho, o fluido é modelado como sendo Newtoniano, incompressível e isotérmico com viscosidade constante  $\mu$  e densidade constante  $\rho$ . Estamos assumindo que não há forças externas agindo sobre o escoamento. Então, as equações do momento de Navier-Stokes [8] são dadas por:

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \right] = -\nabla p + \mu \Delta \vec{v} \quad (1)$$

em que  $\vec{v} = (u, v, w)$  é o campo de velocidade,  $p$  é a pressão,  $\nabla$  é o operador gradiente e  $\Delta$  é o operador Laplaciano. Como não há nenhuma fonte de fluido no interior da artéria simulada, o campo de velocidades deve satisfazer também a equação da conservação da massa (ou continuidade) [8], que é expressa por:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2)$$

As Eqs.(1) e (2) precisam ser resolvidas para as variáveis escalares do campo de escoamento  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , e  $p$ . Para determinar a solução, é necessária uma rotina da dinâmica dos fluidos computacional capaz de resolver as equações do momento e continuidade sujeita as condições de fronteira e iniciais.

A rotina computacional que acopla os dados de RM ao modelo físico da DFC foi construída baseada no algoritmo SIMPLER desenvolvido por Patankar [9], que é uma rotina numérica bem conhecida e aceita na comunidade acadêmica para solucionar as Eqs. (1) e (2). O algoritmo SIMPLER foi escolhido para este trabalho por não precisar de uma estimativa inicial para a pressão, mas apenas de uma estimativa para a velocidade.

A discretização das equações do momento (1), que formam a base da rotina numérica da DFC, gera três sistemas lineares na forma:

$$A_{v,n-1} \vec{v}_n = \vec{b}_{v,n-1}, \quad (3)$$

um para cada componente de velocidade  $v (= u, v \text{ e } w)$ , em que  $A_{v,n-1}$  é uma matriz hepta-diagonal quadrada e esparsa contendo informações sobre a velocidade, densidade e viscosidade na iteração passada e possui dimensão  $N \times N$ , com  $N = N_u \cdot N_v \cdot N_w$  em que  $N_s$  é o número de pontos da malha na direção  $s$ ,  $\vec{v}_n (= \vec{u}_n, \vec{v}_n \text{ e } \vec{w}_n)$  é a componente de velocidade em todos os voxels do domínio tridimensional de cálculo computacional (empilhados na forma de vetor coluna  $N \times 1$ ),  $\vec{b}_{v,n-1}$  é um vetor constante  $N \times 1$  que contém informações sobre os parâmetros físicos, velocidade na iteração anterior e a diferença de pressão.

É importante observar que as variáveis escalares do escoamento  $u$ ,  $v$  e  $w$  precisam ser definidas em uma malha regular deslocada com respeito à malha

da pressão  $p$ , com o objetivo de evitar soluções oscilatórias para a pressão e para o campo de velocidades [4].

Para uma descrição detalhada da discretização das equações de Navier-Stokes o leitor é convidado a consultar a referência [9].

## Metodologia

O passo chave da abordagem aqui descrita é adicionar novas linhas aos vetores  $\vec{b}_{v,n-1}$  e novas linhas e colunas às matrizes  $A_{v,n-1}$ , de modo que estes incorporem um ou mais componentes de velocidade medidos usando RM (ou outro método qualquer). A hipótese básica utilizada é de que o vetor de velocidade medido por contraste de fase, em um determinado ponto da malha é igual a média dos vetores de velocidade dos *spins* contidos no voxel centrado nesse ponto e, portanto, pode ser expressado como uma combinação linear das velocidades sobre a malha de cálculo da simulação computacional.

Em geral, para cada componente de velocidade  $v (= u, v \text{ and } w)$  podemos escrever:

$$\vec{v}_{mri} = A_{v,mri} \vec{v}_n, \quad (4)$$

em que o tamanho da matriz  $A_{v,mri}$  depende da malha computacional da DFC e do tamanho do voxel do CF. Como as Eqs.(3) and (4) estão na mesma malha computacional, podemos combinar ambas, para cada componente de velocidade, resultando nos sistemas sobredeterminados:

$$\begin{bmatrix} A_{v,n-1} \\ A_{v,mri} \end{bmatrix} \vec{v}_n = \begin{bmatrix} \vec{b}_{v,n-1} \\ \vec{v}_{mri} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Então, os sistemas sobredeterminados são solucionados no sentido dos mínimos quadrados para cada uma das componentes de velocidade empilhadas  $\vec{v}_n (= \vec{u}_n, \vec{v}_n \text{ and } \vec{w}_n)$ .

No tempo  $t$ , a solução numérica de uma componente de velocidade  $\vec{v}_n (= \vec{u}_n, \vec{v}_n \text{ and } \vec{w}_n)$ , na  $n$ -ésima iteração do algoritmo SIMPLER representa uma estimativa em mínimos quadrados com contribuições do modelo físico e as medidas diretas de RM. O campo de velocidade, na forma Cartesiana,  $\vec{v} = (u, v, w)$  converge para a solução  $\vec{v}_{cfd} = (u_{cfd}, v_{cfd}, w_{cfd})$  no tempo  $t$  quando a equação da continuidade para  $\vec{v}_{cfd}$  é satisfeita no algoritmo SIMPLER. O tempo então é incrementado por uma quantidade  $\delta t$ , e o procedimento numérico é repetido para obter uma solução no tempo  $t + \delta t$ . Dessa forma, é possível prever um campo de velocidades em função do tempo e iremos calcular o escoamento no estado estacionário:

$$\vec{v}_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \vec{v}_{cfd}(\vec{x}, t). \quad (6)$$

sujeito às velocidades de entrada e saída medidas por CF. Além disso, assumiremos que o campo de velocidade medido em uma certa fase representa o escoamento estacionário dadas as velocidades de entrada e saída naquela fase.

É importante observar que os sistemas sobredeterminados são resolvidos em cada etapa do algoritmo SIMPLER, assim, a solução no estado

estacionário  $\vec{v}_\infty$  é a mais próxima do CF, no sentido dos mínimos quadrados, que satisfaz ambas as equações da mecânica dos fluidos (Eqs. (1) e (2)).

### Aparato Experimental para a Demonstração *In vitro*

Dados de CF com alta resolução espacial e alta relação sinal ruído (SNR) foram obtidas através de imagens volumétricas 3DFT *fast gradient echo* em oito instantes de tempo distintos de um phantom de escoamento carotídeo (Fig. 1) (tamanho do voxel  $0,5 \times 0,5 \times 1,0 \text{ mm}^3$ ; TR 11,4 ms; ângulo de *flip*  $8,5^\circ$ ; resolução temporal 91,2 ms; VENC 50 cm/s; 40 minutos por aquisição; 9 NEX), em um sistema GE Discovery MR750 3T (50 mT/m de amplitude máxima do gradiente e 200 T/m/s de taxa máxima de variação) com um arranjo de bobinas para cabeça de 32 canais. O eixo perpendicular ao plano de corte ( $z$ ) foi orientado na direção S/I. As componentes de velocidade  $u_{mri}$ ,  $v_{mri}$  e  $w_{mri}$  medidas com o contraste de fase foram reconstruídas usando os dados de todos os canais da bobina de recepção. O lúmen foi segmentado manualmente limitando a fronteira do vaso em uma pilha de cortes axiais bidimensionais.



Figura 1: *Phantom* de escoamento pulsátil (*Phantoms by Design, Inc., Bothell, WA*) usado para validar o método proposto.

A solução numérica foi obtida assumindo a viscosidade do fluido como  $\mu = 0,005 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  e a densidade como  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$  (ambos os valores foram fornecidos pelo fabricante). Os cálculos foram feitos com passo de tempo  $\delta t = 0,1 \text{ ms}$  em uma malha Cartesiana com voxel de tamanho  $0,5 \times 0,5 \times 1 \text{ mm}^3$ , dessa forma cada matriz  $A_{v,mri}$  será uma matriz identidade. O domínio de cálculo é retangular de tamanho  $39 \times 12,5 \times 32,5 \text{ mm}^3$ .

Três campos de velocidade simulados foram obtidos nesse trabalho. Inicialmente, calculamos a velocidade estacionária  $\vec{v}_\infty$  usando o algoritmo SIMPLER considerando a influência da ressonância magnética na solução numérica usando apenas as velocidades de entrada e saída do phantom de escoamento carotídeo. Em seguida, apenas uma componente de velocidade medida por CF, na fase próxima ao pico do escoamento, foi usada para influenciar os cálculos da DFC. Neste caso, foi escolhida a componente de velocidade que está na

direção principal do escoamento  $z$ . Logo, a velocidade no estado estacionário  $\vec{v}_\infty$  obtida numericamente está parcialmente ligada a componente de velocidade medida por CF  $w_{mri}$ , enquanto as componentes  $u$  e  $v$  são calculadas apenas usando o modelo físico. Finalmente, todas as três componentes de velocidade  $u_{mri}$ ,  $v_{mri}$  e  $w_{mri}$  foram incorporadas na solução computacional e novamente o campo vetorial  $\vec{v}_\infty$  no estado estacionário foi calculado. Produzindo, assim, uma solução altamente influenciada pelas medidas do CF. Cada uma das simulações precisou de 89, 40 e 5 iterações, respectivamente, para convergir.

### Resultados

Na Fig.2 é mostrada uma comparação entre as componentes de velocidade medidas com RM e simuladas e o divergente do campo de velocidades associado. Observamos inicialmente que o campo de velocidades medido por CF (Fig. 2a) não satisfaz a equação da continuidade, pois o seu divergente é não nulo no interior do lúmen. A solução computacional pura (Fig. 2b) produz uma solução que satisfaz o modelo físico, mas difere ligeiramente das medidas por CF de forma qualitativa. Usando as velocidades medidas por CF para guiar a solução computacional temos soluções que são qualitativamente similares àquelas adquiridas usando o CF e também que satisfazem a equação da continuidade e do momento (Figs. 2c e 2d). Se apenas uma componente de velocidade ( $w_{mri}$ ) é usada para guiar as simulações da DFC (Fig. 2c) é possível observar uma boa semelhança entre a solução computacional e o CF para todas as três componentes, comparada à solução DFC pura. Se todas as três componentes de velocidade são utilizadas para influenciar a solução computacional (metodologia proposta), a semelhança com o CF é visivelmente maior que a das outras abordagens para todas as três componentes (Fig. 2d). Essas considerações são melhor apreciadas quando se visualiza o campo de velocidades em todo o volume tridimensional (Fig. 3).

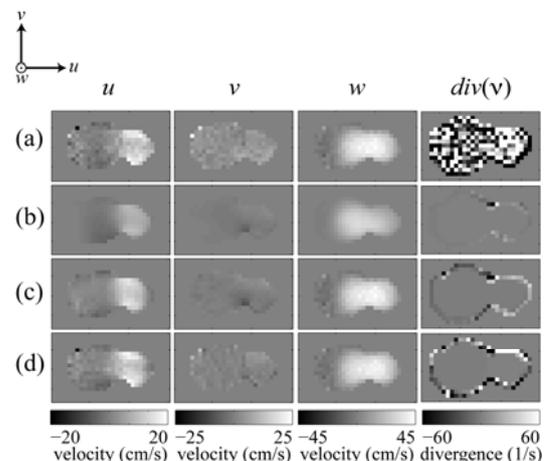


Figura 2: Componentes e divergente do campo de velocidade  $\vec{v} = (u, v, w)$ , na bifurcação do *phantom*: (a) CF; (b) DFC; (c) DFC guiado por CF com velocidade no eixo  $z$ ; e (d) DFC guiado por CF 3D.

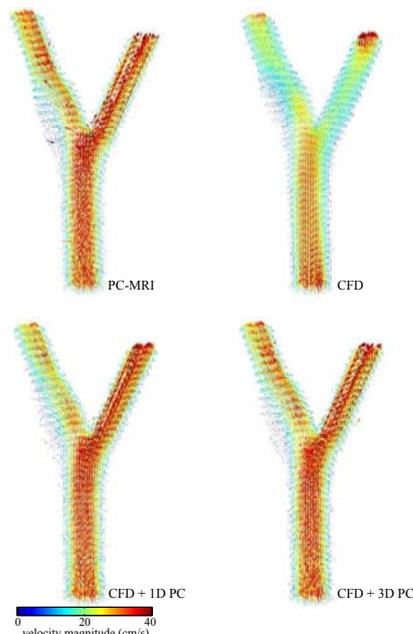


Figura 3: Visualização do campo de vetores do *phantom* próximo à fase de pico do escoamento.

Com o intuito de fazer uma comparação quantitativa entre os campos de velocidade simulados e o medido com CF, calculamos a relação sinal-erro entre os dados. O erro foi definido pela diferença entre o campo de velocidades medido com CF e os simulados. Assim, calcularemos a relação sinal-erro (SER) como:

$$SER = 10 \log_{10} \left( \frac{\sum \|\vec{v}_{mri}\|_2^2}{\sum \|\vec{v}_{mri} - \vec{v}_{cfd}\|_2^2} \right). \quad (7)$$

A SER também foi calculada individualmente para cada uma das componentes de cada uma das simulações realizadas. É possível ver na Tabela 1 que a abordagem que utiliza apenas uma dimensão de velocidade para guiar a simulação da DFC fornece um resultado quantitativo melhor que a solução da DFC pura. A solução da DFC que considera todas as três dimensões de velocidade como guia é aquela que se aproxima mais dos campos de velocidade adquiridos por CF quantitativamente, apresentando o maior SER tanto para cada componente como para o campo como um todo. Cabe observar que a SER é menor para as componentes de velocidade  $u$  e  $v$  do que para a componente  $w$  para todas as abordagens, pois sendo o movimento predominantemente na direção  $z$ , é ela que possui mais sinal.

Tabela 1: Relação sinal-erro entre os dados de CF do *phantom* e as abordagens da DFC.

	DFC	DFC+1DCF	DFC+3DCF
$u$	2,97 dB	4,16 dB (↑)	6,74 dB (↑)
$v$	-0,25 dB	-0,30 dB (≈)	2,03 dB (↑)
$w$	5,44 dB	16,53 dB (↑)	13,46 dB (↑)
$\vec{v} = (u, v, w)$	6,57 dB	8,38 dB (↑)	13,13 dB (↑↑)

## Conclusão

Propusemos neste trabalho um procedimento numérico para obter estimativas de campos de velocidade sanguíneo que são influenciadas por medidas adquiridas com CF e também por um modelo físico da mecânica dos fluidos. A metodologia descrita aqui oferece uma abordagem complementar para a quantificação e reconstrução do escoamento sanguíneo *in vivo* usando o CF. A abordagem sugerida também pode ser utilizada para diminuir o tempo de aquisição. Permitindo, assim, o estudo e diagnóstico de uma larga gama de aplicações envolvendo o escoamento cardiovascular.

## Agradecimentos

Bolsista CAPES processo número: 8195-13-7.

## Referências

- [1] M. O'Donnell, NMR blood flow imaging using multiecho, phase contrast sequences. *Med Phys*, v. 12(1), p. 59–64, 1985.
- [2] N.J. Pelc, R.J. Herfkens, A. Shimakawa, and D.R. Enzmann. Phase-contrast CINE magnetic resonance imaging. *Magn Reson Q*, 7:229–254, 1991.
- [3] N.J. Pelc, F.G. Sommer, K.C. Li, T.J. Brosnan, R.J. Herfkens, and D.R. Enzmann. Quantitative magnetic resonance flow imaging. *Magn Reson Q*, 10:125–147, 1994.
- [4] D. A. Steinman, J. B. Thomas, H. M. Ladak, J. S. Milner, B. K. Rutt, and J. D. Spence. Reconstruction of carotid bifurcation hemodynamics and wall thickness using computational fluid dynamics and MRI. *Magn Reson Med*, 47(1):149–159, 2002.
- [5] P. Papanthanasopoulou, S. Zhao, U. Köhler, M. B. Robertson, Q. Long, P. Hoskins, X. Y. Xu, and I. Marshall. MRI measurement of time-resolved wall shear stress vectors in a carotid bifurcation model, and comparison with CFD predictions. *JMRI*, 17:153–162, 2003.
- [6] J-F. Nielsen, K. S. Krishna, MR-driven Computational Fluid Dynamics, *ISMRM 17*, p.3858, 2009.
- [7] V. C. Rispoli, J. L. A. Carvalho, J-F. Nielsen, K. S. Krishna, Computational fluid dynamics simulations guided by 3D PC-MRI data, *ISMRM 22*, p.2490, 2014.
- [8] R. Bird, R. Armstrong, and O. Hassager. *Dynamics Of Polymeric Liquids: Fluid Mechanics*, volume 1. Wiley, 1987.
- [9] S. V. Patankar. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- [10] U. Ghia, K. Ghia, and C. Shin. High-re solutions for incompressible flow using the navier-stokes equations and a multigrid method. *Journal of Computational Physics*, 48:387–411, 1982.