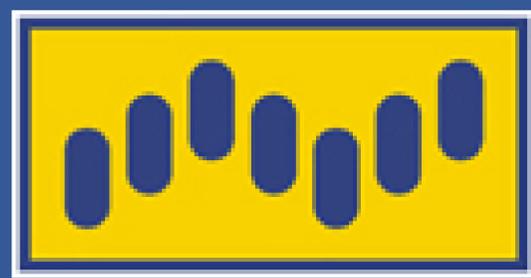


Reconstrução de Imagens de Ressonância Magnética de Fluxo com Compressed Sensing

Gabriel Lemes Silva Luciano de Oliveira
João Luiz Azevedo de Carvalho (Orientador)

Grupo de Processamento Digital de Sinais (GPDS)
Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília - UnB



Motivação e Objetivos

Doenças cardiovasculares são responsáveis por uma parcela significativa das internações e óbitos no Brasil. A visualização e quantificação do fluxo cardiovascular trazem informações valiosas.

- ▶ *Ultrassonografia Doppler*: inadequada quando há gordura, ar, osso ou cicatriz no caminho do feixe;
- ▶ *Ressonância magnética nuclear (RMN)*: alternativa proeminente com o potencial para um exame cardiovascular completo.

A técnica de RMN denominada *spiral Fourier velocity encoding* (spiral FVE) [1] é capaz de oferecer dados equivalentes aos da ultrassonografia Doppler. Limitação: longo tempo de aquisição.

Objetivos: Encontrar representações esparsas para dados de spiral FVE, possibilitando a redução do tempo de aquisição por meio da técnica *compressed sensing* (CS).

Compressed Sensing

Permite reduzir o tempo de aquisição em RMN via sub-amostragem sem perda de qualidade.

Imagens são compressíveis: parte dos dados pode ser descartada sem prejuízo para a qualidade subjetiva.

Pergunta: É possível reconstruir uma imagem a partir de um subconjunto incompleto de informações, sabendo apenas que, em princípio, parte da informação poderia ser descartada?

Queremos encontrar uma imagem s_a de m pixels a partir de $n < m$ fragmentos de informação contidos em $S_a = I_n(s_a)$. Se os fragmentos de informação são combinações lineares dos m pixels, o problema é um sistema linear indeterminado: número infinito de soluções. A teoria de CS [2] dá uma resposta afirmativa à pergunta.

Resposta: A imagem s_a pode ser recuperada *exatamente* de S_a se:

- ▶ s_a tiver uma representação esparsa $h_s = \mathbf{H}s_a$ através de uma transformada ortogonal \mathbf{H} conhecida;
- ▶ $I_n(\cdot)$ for escolhido adequadamente.

Conhecido \mathbf{H} , pode-se construir com facilidade I_n quase-ótimo. A imagem s_a é reconstruída como a solução do seguinte problema de otimização convexa:

$$\begin{aligned} \text{minimizar : } & \|\mathbf{H}s_a\|_1 \\ \text{sujeito a : } & I_n(s_a) = S_a. \end{aligned} \quad (1)$$

Isto força consistência com os dados em S_a enquanto favorece uma solução com representação esparsa no contra-domínio de \mathbf{H} .

Sub-amostragem no Domínio da Frequência

Em RMN, os fragmentos de informação coletados são amostras da transformada de Fourier da imagem.

- ▶ $s_a(x, y)$ é a imagem desejada;
- ▶ $S_a(k_x, k_y)$ é a transformada de Fourier da imagem.
- ▶ Portanto, $I_n(\cdot) = \mathcal{F}_n[\cdot]$.

Se $n = m$ e as amostras são igualmente espaçadas em $k_x k_y$, então $S_a = I_m(s_a) = \mathcal{F}[s_a]$ é a transformada discreta de Fourier (DFT) de s_a . Nesse caso, $s_a = \mathcal{F}^{-1}[S_a]$ é simplesmente a DFT inversa de S_a . Fazer $n < m$ corresponde a sub-amostrar a imagem no domínio da frequência, o que gera *aliasing*. É possível encontrar s_a de $S_a = \mathcal{F}_n[s_a]$ com $n \ll m$ *exatamente* se [3]:

- ▶ $\mathcal{F}_n[\cdot]$ tomar n amostras de $S_a(k_x, k_y)$ *aleatoriamente*, com probabilidade uniforme;
- ▶ $s_a(x, y)$ for esparsa (apenas $m_{nz} \ll m$ pixels não-nulos).

Nesse caso, s_a pode ser obtida de S_a através de

$$\begin{aligned} \text{minimizar : } & \|s_a\|_1 \\ \text{sujeito a : } & \mathcal{F}_n s_a = S_a. \end{aligned} \quad (2)$$

Para imagens constantes por partes, s_a pode ser encontrada através de

$$\begin{aligned} \text{minimizar : } & \|s_a\|_{TV} \\ \text{sujeito a : } & \mathcal{F}_n s_a = S_a. \end{aligned} \quad (3)$$

em que

$$\|h(x, y)\|_{TV} = \sum_{x,y} \sqrt{|D_1 h|^2 + |D_2 h|^2}$$

é a norma da variação total e

$$D_1 h(x, y) = h(x, y) - h(x - 1, y)$$

$$D_2 h(x, y) = h(x, y) - h(x, y - 1)$$

são as diferenças finitas nas direções x e y , respectivamente. Isto é ilustrado na fig. 1.

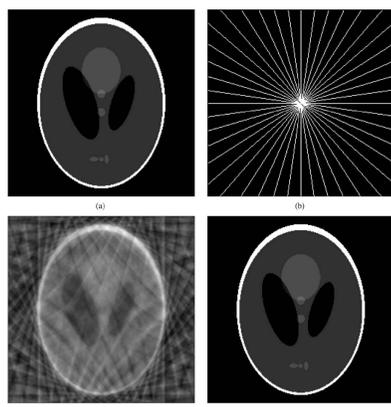


Fig. 1: (a) imagem de teste, (b) amostras no domínio de Fourier, (c) reconstrução por energia mínima, (d) reconstrução por CS [3].

Ressonância Magnética — Tempos de Aquisição Reduzidos via Compressed Sensing

O sucesso das técnicas de codificação com perdas sugere que encontrar uma representação rigorosamente esparsa para os dados não é necessário. Basta encontrar \mathbf{H} tal que a energia do sinal esteja fortemente concentrada em alguns poucos coeficientes de $h_s = \mathbf{H}s_a$ no domínio transformado da imagem (fig. 2).

- ▶ Buscamos uma transformação \mathbf{H} que permita *comprimir* a imagem.
- ▶ Escolhemos \mathcal{F}_n tal que $S_a = \mathcal{F}_n s_a$ consista em amostras *aleatórias* de s_a no domínio de Fourier.
- ▶ Reconstruímos a imagem com um procedimento não linear. A aproximação \hat{s}_a é obtida de S_a como a solução do seguinte problema de otimização convexa [4]:

$$\begin{aligned} \text{minimizar : } & \|\mathbf{H}\hat{s}_a\|_1 \\ \text{sujeito a : } & \|\mathcal{F}_n \hat{s}_a - S_a\|_2 \leq \varepsilon \end{aligned} \quad (4)$$

onde ε é um parâmetro controlando a consistência com os dados coletados (S_a). O problema (4) pode ser abordado via programação linear. A aleatoriedade na amostragem é crucial para que os artefatos gerados pela sub-amostragem sejam incoerentes no domínio esparsa, com características similares às de ruído. A fig. 3 avalia a performance do método CS para uma imagem de teste.

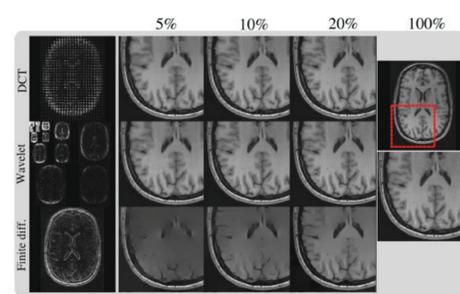


Fig. 2: Imagem original (direita), coeficientes transformados (esquerda) e reconstruções com 5, 10 e 15% dos coeficientes transformados (colunas centrais). A wavelet (topo) e a DCT (centro) esparsificam melhor os dados que as diferenças finitas (embaixo).

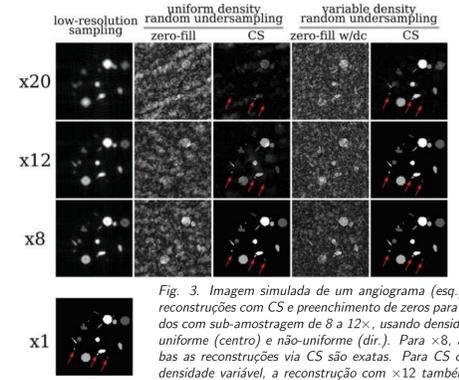


Fig. 3: Imagem simulada de um angiograma (esq.), e reconstruções com CS e preenchimento de zeros para dados com sub-amostragem de 8 a 12x, usando densidade uniforme (centro) e não-uniforme (dir.). Para x8, ambas as reconstruções via CS são exatas. Para CS com densidade variável, a reconstrução com x12 também é exata.

Cronograma

Atividade	Bimestres					
	1º	2º	3º	4º	5º	6º
Etapa 1: Estudo Dirigido						
(a) Processamento digital de sinais, MATLAB, etc.	✓	✓				
Etapa 2: Estudo específico						
(b) CS para dados Cartesianos		✓				
(c) CS para dados em espiral			⊗			
Etapa 3: Desenvolvimento						
(d) Avaliação de transformada para spiral FVE			⊗	⊗	⊗	
(e) Preparação de artigos sobre resultados obtidos					⊗	⊗

Tabela 1: Cronograma. Marcações com ✓ indicam atividades já realizadas; marcações com ⊗ indicam atividades ainda não realizadas.

Métodos e Abordagem

- ▶ Dados de spiral FVE serão transformados para domínios diversos, explorando várias combinações de transformadas conhecidas ao longo de cada dimensão.
- ▶ Para cada representação, aproximações serão geradas com uma reconstrução pela equação (4) para diferentes frações dos coeficientes transformados.
- ▶ Para cada aproximação, a relação sinal-erro será avaliada; buscaremos a representação que permite a melhor aproximação com o menor número de coeficientes.

Conclusão — Progresso e Perspectivas

A tabela 1 detalha o progresso realizado desde o início dos trabalhos do bolsista, em maio deste ano. O conteúdo apresentado expressa a compreensão qualitativa desenvolvida acerca do tema e ilustra a bagagem teórica adquirida até então. O bolsista continuará as atividades deste projeto no período 2011–2012.

Referências

- [1] Carvalho JLA et al. *Magn Res Med* 57:639, 2007.
- [2] Donoho D. *IEEE Trans Inform Theory* 52:1289, 2006.
- [3] Candès E et al. *IEEE Trans Inform Theory* 52:489, 2006.
- [4] Lustig M et al. *Magn Res Med* 58:1182, 2007.