

# Reconstrução de Imagens de Ressonância Magnética de Fluxo com Compressed Sensing

Gabriel Lemes S. L. de Oliveira, João Luiz Azevedo de Carvalho (orientador)

Departamento de Engenharia Elétrica  
UnB – Campus Darcy Ribeiro, Asa Norte  
Brasília, DF – Brasil

**Resumo** – O objetivo estabelecido no plano de trabalho do autor é encontrar um domínio transformado em que dados de uma ressonância magnética cardiovascular de fluxo adquiridos através da técnica *spiral Fourier velocity encoding* (FVE) sejam representados de forma esparsa, viabilizando uma abordagem via *compressed sensing* (CS) para reduzir o tempo de aquisição. Em razão da sua incorporação tardia ao grupo, o autor não tem, até a data da elaboração deste texto, qualquer resultado que se refira diretamente ao seu objetivo final. Sendo assim, a intenção deste relatório é simplesmente mostrar em que ponto se encontram os progressos do autor e avaliar as suas perspectivas para o andamento do projeto no futuro.

**Palavras-chave** – ressonância magnética de fluxo; *spiral FVE*; tempo de aquisição; representação esparsa; domínio esparso; esparsidade; *compressed sensing*; reconstrução esparsa; reconstrução não-linear

## I. INTRODUÇÃO

Doenças cardiovasculares são responsáveis por uma parcela significativa das internações e óbitos no Brasil. No entanto, em grande parte das ocorrências, se o paciente for diagnosticado a tempo, podem-se determinar tratamentos mais simples, seguros e eficientes para a doença ou mesmo evitar o seu desenvolvimento. A visualização e a quantificação precisas do fluxo cardiovascular trazem informações valiosas para esses diagnósticos, o que justifica o interesse por técnicas não invasivas que permitam a medição do fluxo sanguíneo. A principal dessas técnicas é a ultrassonografia Doppler que, no entanto, se mostra inadequada quando há gordura, ar, osso ou cicatriz cirúrgica no caminho do feixe de ultrassom. Uma alternativa proeminente é a ressonância magnética nuclear (RMN), que oferece a perspectiva de avaliar todos os aspectos das doenças cardiovasculares, mostrando o potencial para um exame cardiovascular completo.

Uma parte importante da avaliação cardiovascular consistirá em exames capazes de medir a velocidade de pico em jatos de fluxo causados por estenose ou regurgitação aórtica. Até o momento, não existem técnicas de RMN capazes de fornecer essas informações com qualidade satisfatória. No entanto, a técnica de RMN denominada *spiral Fourier velocity encoding* (*spiral FVE*) [1], desenvolvida pelo orientador deste trabalho, pode vir a suprir essa necessidade. Essa técnica é capaz de oferecer dados equivalentes àqueles obtidos via ultrassonografia Doppler de onda pulsada em um curto período

de apnéia e oferece informação espacial completa dentro do plano de aquisição, o que permite a medição do fluxo em locais diferentes com uma única aquisição. Atualmente, porém, a técnica ainda necessita de longos tempos de aquisição, o que limita sua aplicabilidade.

O plano de trabalho estabelecido para o autor tem como objetivo encontrar representações esparsas para dados obtidos em exames cardiovasculares com RMN utilizando *spiral FVE*, de forma a possibilitar uma abordagem via *compressed sensing* (CS) [2]. Essa abordagem permite que, sob certas circunstâncias, uma imagem seja reconstruída a partir de dados consideravelmente sub-amostrados no domínio da frequência sem degradação qualitativamente perceptível [3], possibilitando reduções drásticas no tempo de aquisição. Resultados promissores para algumas imagens de RMN com amostragem Cartesiana foram obtidos [4], justificando a expectativa por tempos de aquisição reduzidos em RMN com *spiral FVE* e motivando a busca pelo objetivo definido acima.

O autor iniciou suas atividades no projeto há apenas quatro meses, após uma substituição. Durante esse período, foi realizada uma revisão bibliográfica sobre o assunto e, por isso, o autor ainda não tem nenhum resultado concreto a apresentar a respeito do objetivo do trabalho, já que ainda não teve a chance de abordá-lo diretamente. Tendo essas considerações em mente, o objetivo deste relatório é mostrar em que ponto se encontra esse processo de capacitação e avaliar as perspectivas do autor para o prosseguimento do trabalho.

## II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A ideia por trás da expectativa de se reduzir o tempo de aquisição sem degradar a qualidade da imagem através da redução do número de amostras, o que viola o critério de Nyquist, é inspirada no sucesso de técnicas de compressão com perdas. Essas técnicas consistem, a grosso modo, em descartar a parte da informação presente no objeto a ser comprimido que não contribui para a sua qualidade subjetiva. Questiona-se então sobre a possibilidade de se obter somente a informação relevante logo na aquisição, já que o resto da informação pode ser descartada em seguida sem prejuízo para a qualidade. A teoria de CS fornece uma resposta afirmativa sob certas condições. Felizmente, essas condições são satisfeitas em muitos dos casos de interesse e a teoria já foi aplicada com sucesso na redução de tempos de aquisição em RMN no contexto de algumas técnicas.

### A. Compressed Sensing

A teoria, desenvolvida em [2] para o caso geral, trata do problema de encontrar um objeto  $x \in \mathbb{R}^m$  (no caso de interesse, uma imagem com  $m$  pixels) dados  $n < m$  fragmentos de informação que tomam a forma de combinações lineares dos componentes de  $x$ :  $y_n = I_n(x) = \mathbf{I}_n x$ . Assim, o problema tem a forma de um sistema linear indeterminado que tem, em geral, um número infinito de soluções.

O resultado de interesse aqui da teoria de CS é que é possível determinar  $x$  a partir de  $y_n$  para  $n$  a partir de algum  $n_0 < m$  se for conhecida uma base ortonormal em que  $x$  tem uma representação esparsa  $h = \mathbf{H}x$  e se o operador  $I_n$  for escolhido adequadamente. Talvez até mais importante, a teoria informa que é possível determinar um operador  $I_n$  quase-ótimo com facilidade se a transformada  $\mathbf{H}$  for conhecida e que nesse caso existe um método de reconstrução quase-ótimo que pode ser abordado via programação linear. O método consiste em resolver o seguinte problema de otimização convexa:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \|\mathbf{H}x\|_1 \\ & \text{sujeito a } I_n(x) = y_n. \end{aligned} \quad (1)$$

Nesse problema, a objetiva é a norma  $L_1$  da representação  $h = \mathbf{H}x$  do objeto  $x$  no domínio transformado em que a norma  $L_p$  é dada por

$$\|h\|_p = \left( \sum_{i=1}^m |h_i|^p \right)^{1/p}.$$

É importante notar que a restrição força consistência com as  $n$  medidas em  $y_n$  enquanto a objetiva força uma solução que tenha uma representação esparsa no contra-domínio de  $\mathbf{H}$ . Intuitivamente, isso acontece porque norma  $L_1$  favorece soluções com poucos coeficientes de energia mais alta ao invés de soluções com mais coeficientes relativamente menores.

### B. Sub-amostragem no Domínio da Frequência

Os dados coletados em RMN são amostras da imagem desejada no domínio da frequência. Tomando como exemplo o caso de uma imagem  $s = s(x, y)$ , em geral, o que se deseja é uma reconstrução  $s_a$  a partir de amostras  $S_a$  de  $S = S(k_x, k_y)$ . Assim, do ponto de vista do sinal, o processo de RMN consiste na escolha de um operador de informação tal que  $I_n(s) = S_a$  e sabe-se que, se  $n = m$ , em que  $m$  é o número de pixels em  $s_a$ , a imagem pode ser reconstruída com a resolução desejada se  $I_n$  tomar  $m$  amostras de  $S(k_x, k_y)$  igualmente espaçadas e se  $m$  for escolhido adequadamente. Nesse caso, o operador  $I_n$  efetua simplesmente a transformada discreta de Fourier (DFT) e a reconstrução  $s_a$  pode ser obtida diretamente de  $S_a$  com a transformada discreta de Fourier inversa (IDFT).

A questão que nos interessa aqui é a seguinte: é possível escolher  $I_n$  com  $n < m$  de forma que  $s_a$  represente  $s$  de forma aceitável? Ou seja, é possível estimar  $s$  com  $m$  pixels em  $s_a$  dadas  $n < m$  amostras de  $S$  em  $S_a$ ? Sabemos que, se as  $n$  amostras em  $S_a$  estiverem igualmente espaçadas no plano  $k_x k_y$ , a reconstrução  $s_{inc}$  a partir dos dados espectrais incompletos apresentará o fenômeno de *aliasing*. No entanto, os resultados em [3] mostram que, se as frequências em  $S_a$  forem escolhidas aleatoriamente com probabilidade uniforme,  $s_a$  pode ser encontrada *exatamente* a partir desses dados incompletos, para

a maior parte dos esquemas de amostragem resultantes dessa amostragem aleatória, com probabilidade dominante para  $m$  grande, desde que se saiba *a priori* que a imagem é *esparsa* no próprio domínio da imagem. Mais precisamente, se soubermos *a priori* que somente  $m_{nz} < m$  dos  $m$  pixels da imagem que queremos obter são não-nulos (note que não é necessário saber quais, nem os seus valores), é possível, com probabilidade pelo menos  $1 - O(m^{-M})$ , obter  $s_a$  exatamente a partir das  $n < m$  amostras, desde que  $n \cdot C_M \geq m_{nz} \cdot \log(m)$ , como a solução de um problema de otimização convexa, a saber:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \|s_a\|_1 \\ & \text{sujeito a } I_n(s_a) = S_a. \end{aligned} \quad (2)$$

Aqui,  $M$  é um parâmetro controlando a probabilidade de sucesso desejada e  $C_M$  determina o  $n$  mínimo (valores numéricos para  $C_M$  são fornecidos em [3]).

Embora a restrição a imagens esparsas no domínio da própria imagem pareça severo demais para nossos propósitos, deve-se observar a semelhança entre (1) e (2). Nota-se que (2) é um caso particular de (1) com  $\mathbf{H} = \mathbf{I}_m$  sendo a identidade  $m \times m$  e com  $I_n$  assumindo uma forma particular em (2). Além disso, [3] fornece também um resultado semelhante para uma segunda classe de imagens, a saber, aquelas constantes por partes. Nesse caso, sob condições e observações semelhantes,  $s_a$  pode ser encontrada como a solução de

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \|s_a\|_{TV} \\ & \text{sujeito a } I_n(s_a) = S_a. \end{aligned} \quad (3)$$

em que

$$\|h(x, y)\|_{TV} = \sum_{x, y} \sqrt{|D_1 h|^2 + |D_2 h|^2}$$

é a norma da variação total e:

$$\begin{aligned} D_1 h(x, y) &= h(x, y) - h(x - 1, y) \\ D_2 h(x, y) &= h(x, y) - h(x, y - 1). \end{aligned}$$

Mais uma vez, nota-se que (3) é um caso particular de (1), agora com  $\mathbf{H} = (D_1 + jD_2)$ . Não se trata de uma coincidência, já que imagens constantes por partes possuem diferenças finitas esparsas. Em geral, se  $\mathbf{H}$  esparsifica  $s_a$  e as frequências amostradas por  $I_n$  em  $S_a$  forem escolhidas aleatoriamente, é verdade, no sentido probabilístico discutido em (2), sob circunstâncias e observações semelhantes, que  $s_a$  pode ser recuperado *exatamente* de  $S_a$  como a solução de (1) com  $y_n = S_a$ .

### C. Ressonância Magnética com Tempo de Aquisição Reduzido por Compressed Sensing

Conforme os resultados discutidos na subseção anterior, uma imagem pode ser recuperada de dados sub-amostrados na frequência desde que se saiba *a priori* que a imagem tem uma representação esparsa em algum domínio transformado conhecido, o que nutre a esperança de se reduzir os tempos de aquisição em RMN via sub-amostragem. Resta saber se existe uma tal representação para imagens de RMN. Naturalmente, é improvável que esse tipo de imagem complexa tenha uma representação rigorosamente esparsa com alguma transformada simples. No entanto, como fica evidente no sucesso das diversas técnicas de compressão com perdas, isso não é necessário. Basta que a energia esteja fortemente concentrada

em algum número reduzido de coeficientes, não necessariamente toda lá. Nesse caso, a imagem pode ser *aproximadamente* reconstruída de um número reduzido de coeficientes dado um critério de fidelidade, fazendo os demais coeficientes iguais a zero. Note-se que a reconstrução deixa de ser exata como prometido pela teoria de CS e parte da informação é efetivamente perdida, mas isso pode ser feito sem prejuízo para a qualidade da imagem, como ilustrado pelos padrões de compressão JPEG e JPEG-2000 (embora a *qualidade* seja naturalmente subjetiva, podem-se desenvolver *critérios de fidelidade* que preservem aspectos dessa qualidade num dado contexto). Assim, ao invés de nos perguntarmos se imagens de RMN têm uma representação *rigorosamente* esparsa, nos perguntamos se elas são esparsas num sentido mais brando, a saber, se elas são *compressíveis*, e se, nesse caso, o problema de otimização convexa em (1) encontra a aproximação desejada.

Os resultados encontrados em [4] são promissores e constituem a principal motivação para a presente pesquisa. Nesse artigo, os autores fornecem como exemplo resultados impressionantes para dois tipos de imagens obtidas com RMN e traçam uma estratégia quase-ótima para esquemas de amostragem cartesiana. Em particular, nota-se que a escolha aleatória das frequências *não precisa ter probabilidade uniforme*. De fato, resultados melhores foram obtidos com densidades de probabilidade maiores em regiões que tendem a concentrar mais energia no domínio da frequência (se essas regiões forem conhecidas *a priori*). Nota-se também que esquemas de amostragem verdadeiramente aleatórios em todas as dimensões são impraticáveis, por limitações físicas e fisiológicas, e propõe-se um método para criar um esquema de amostragem com as qualidades desejadas que pode ser utilizado para medições futuras (de objetos semelhantes). Por fim, o principal resultado do artigo é que uma aproximação quase-ótima  $s_a$  para o objeto desejado pode ser encontrada (num sentido probabilístico semelhante ao da subseção anterior) de dados espectrais incompletos  $S_a$  se for conhecido um domínio transformado em que a imagem tenha uma representação *esparsa* (no sentido mais brando definido aqui). Nesse caso, a aproximação  $s_a$  será encontrada por (a notação é semelhante à das subseções anteriores):

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \|\mathbf{H}s_a\|_1 & (4) \\ & \text{sujeito a } \|I_n(s_a) - S_a\|_2 < \varepsilon, \end{aligned}$$

em que  $\varepsilon$  é um parâmetro controlando a fidelidade aos dados observados.

### III. METODOLOGIA

Até o momento da escrita deste relatório, o autor ainda não se encontra plenamente capaz de perseguir o objetivo proposto, de forma que não há qualquer êxito ou fracasso a ser relatado. Isso porque sua adesão ao grupo se deu há apenas quatro meses, após uma substituição e, por isso, ele ainda se encontra em fase de capacitação. Sendo assim, o objetivo deste relatório é avaliar o progresso dessa capacitação e as perspectivas do autor para o futuro da pesquisa. Nessa seção, são apresentados os métodos a serem utilizados futuramente na abordagem do problema proposto, propriamente dito, e um resumo do

cronograma estabelecido, estabelecendo os parâmetros para as avaliações que este relatório se propõe a fazer.

#### A. Métodos

Utilizando dados obtidos durante o doutoramento do seu orientador como um resultado típico de uma RMN com spiral FVE, o método proposto para o autor consiste em obter representações para esses dados em domínios transformados diversos e avaliar cada um deles quanto à esparsidade. Para cada uma dessas representações, serão obtidas aproximações dos dados originais para diversos números de coeficientes dominantes (zerando os demais) e a relação sinal-erro será avaliada para cada aproximação. Então, procurar-se-á pela representação que permita a aproximação com o menor número de coeficientes dada uma relação sinal-erro.

As transformadas, as aproximações e a avaliação das suas relações sinal-erro serão implementadas no ambiente MATLAB de programação. Os dados representam um objeto de quatro dimensões e serão investigadas transformadas diversas ao longo de dimensões variadas tais como Fourier ao longo do eixo do tempo e wavelets ao longo dos eixos espaciais, entre outras possibilidades.

#### B. Cronograma

O plano de trabalho proposto para o autor (o estudante no que se segue) prevê o desenvolvimento das seguintes atividades:

1) *Estudo dirigido*: Nessa etapa, o estudante deve adquirir os conhecimentos que fornecerão os fundamentos para o estudo específico que se segue, abordando tópicos como álgebra linear, teoria de transformadas, programação em MATLAB, fisiologia cardiovascular, imageamento por RMN e reconstrução de dados de RMN.

2) *Estudo específico*: Nessa etapa, o estudante deve se familiarizar com a teoria de CS e a sua aplicação à RMN.

3) *Desenvolvimento*: Nessa etapa, o estudante deve implementar o método discutido na subseção anterior na busca por uma representação esparsa para dados de RMN de fluxo com spiral FVE.

O cronograma descrito no plano de trabalho prevê que os estudos dirigido e específico se estendam do primeiro ao terceiro bimestre aproximadamente e que a etapa de desenvolvimento, incluindo a preparação de artigos, se estenda do terceiro ao sexto bimestre.

### IV. RESULTADOS

Conforme explicado na seção anterior, este relatório visa avaliar o progresso do autor em relação ao seu plano de trabalho. Sendo assim, os resultados apresentados aqui se referem aos avanços na sua capacitação, e não aos objetivos do projeto propriamente. Nesse sentido, parte dos resultados é a própria elaboração deste texto, particularmente a seção II. Embora as ideias desenvolvidas ali estejam fortemente apoiadas nas referências citadas, houve um esforço por parte do autor no sentido de colocá-las nas próprias palavras, de forma que o texto apresentado expressa o seu grau de assimilação do

assunto. Nota-se boa compreensão pelo menos dos aspectos mais fundamentais das teorias abordadas.

Ainda no mesmo sentido, a outra parte dos resultados se refere ao domínio do autor sobre programação em ambiente MATLAB. Foi realizada uma extensa revisão sobre processamento digital de sinais (PDS) na forma de um estudo dirigido em que se enfocou a implementação das técnicas de PDS em ambiente MATLAB. Como resultado, houve a familiarização com técnicas e conceitos fundamentais de programação em MATLAB e com algumas das suas aplicações ao processamento digital de sinais.

#### V. DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Tendo em vista que os contatos entre o autor e o seu orientador se iniciaram há apenas quatro meses, notando que a sua adesão ao grupo foi efetivada há apenas três meses, percebe-se que os trabalhos estão progredindo conforme esperado. O estudante mostra boa compreensão do contexto em que a pesquisa está inserida e já domina algumas das ferramentas que lhe servirão de base ao longo do desenvolvimento do seu trabalho. Neste momento, os resultados das etapas referentes aos estudos dirigido e específico já lhe permitem alguns passos na etapa de

desenvolvimento. Certamente que ainda há muito espaço para expansões e refinamentos desses conhecimentos. No entanto, esse processo de expansão e refinamento só tem a ganhar com o avanço para essa etapa.

No momento, além dos estudos dirigidos previstos no plano de trabalho, o estudante está também cursando uma disciplina ministrada pelo seu orientador em que são abordados alguns dos tópicos relevantes para a pesquisa. O autor acredita que essa experiência há de enriquecer e acelerar o curso dos trabalhos.

#### REFERÊNCIAS

- [1] Carvalho JLA, Nayak KS. Rapid quantitation of cardiovascular flow using slice-selective Fourier velocity encoding with spiral readouts. *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 57, 639–646, 2007.
- [2] Donoho D. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, 1289–1306, 2006.
- [3] Candès E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, 489–509, 2006.
- [4] Lustig M, Donoho D, Pauly JM. Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 58, 1182–1195, 2007.