



Nome: _____ Matrícula: _____

2^a PROVA

$$G(z) = (1 - z^{-1}) Z \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}$$

s	k	z
$\frac{1}{s}$	$1(kT)$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{s+a}$	e^{-akT}	$\frac{z}{z - e^{-aT}}$

1^a Questão: (1,5 pts) Considere os seguintes processos e os seguintes controladores.

1. Processo de nível de líquidos, três tanques – Processo não-linear, lento, ruído de oscilação da água .
 2. Processo térmico – Sistema a parâmetros distribuídos, lento, ruído térmico e de quantização.
 3. Motor de corrente contínua – Linear, rápido, ruído de 60 Hz de máquinas vizinhas.
- a. Controlador PI
 - b. Controlador em avanço e atraso
 - c. Controlador PID com Anti-Windup
 - d. Controlador no Espaço-de-Estados clássico
 - e. Controlador no Espaço-de-Estados com canal integral
 - f. Controlador no Espaço-de-Estados com observador de perturbações senoidais.
 - g. Outro (indique)

Se a especificação for “seguir o mais rapidamente possível uma onda quadrada de referência”, indique um controlador para cada processo, justificando em cada caso a sua resposta. Entre opções equivalentes, a solução mais simples e/ou mais barata tem preferência.

1. e - Nível Líquidos 3^a ordem não-linear -> Espaço de estados com canal integral

A grande maioria dos processos reais é não linear e o controle é feito pela linearização no ponto de operação (ADL). A “resposta mais rápida possível” só pode ser obtida, em princípio, se todos os pólos do sistema puderem ser deslocados. Os controladores de 1^a e 2^a ordem PI Avanço/Atraso e PID ficam portanto descartados. Restam como candidatos, os controladores no espaço de estado.

Quando o processo opera na vizinhança do ponto de operação (utilizado para fazer o projeto), há necessidade de se compensar os erros de modelo (além dos erros induzidos pelas perturbações) o que pode ser feito adequadamente por um canal integral.

2. c - PID com Anti-Windup

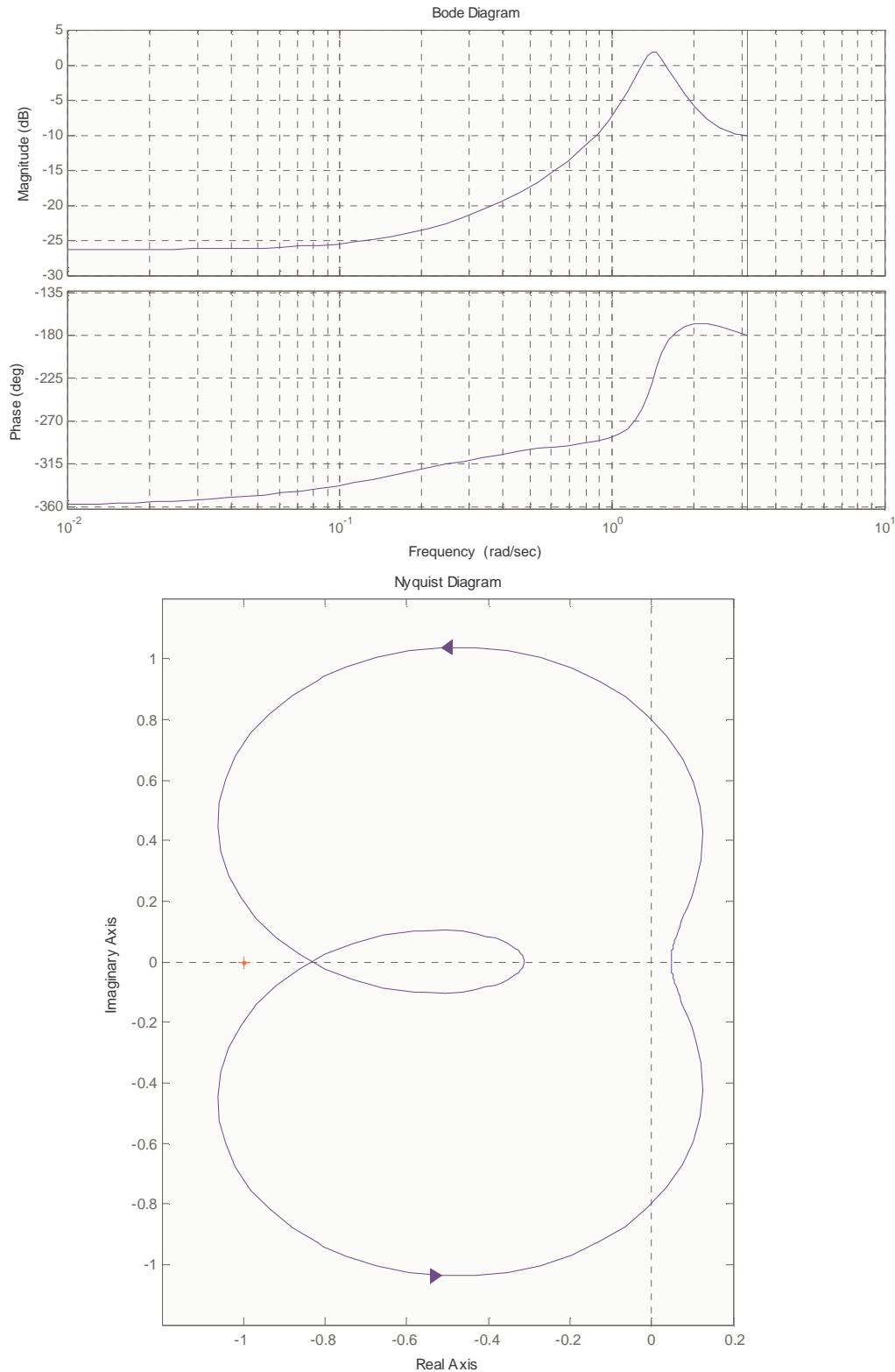
O circuito Anti-Windup permite que o projeto de um controlador com canal integral tenha pólos mais rápidos do que teria se fosse deliberadamente evitada a saturação do processo (conforme visto no Lab.). Há de se notar que há limites para a alocação de pólos com Anti-Windup e um controlador liga-desliga pode ser obtido em casos extremos.

Para um modelo mais preciso do processo térmico (P2DZ, dois pólos, zero, e atraso) apenas o PID tem graus de liberdade suficientes para alocar os pólos do sistema (o atraso não é afetado).

3. f - EE com observador de perturbações senoidais

Das opções oferecidas é a única a compensar as perturbações senoidais. Na prática seria interessante acrescentar um canal integral pois há perturbações aleatórias e o modelo real nunca é absolutamente conhecido.

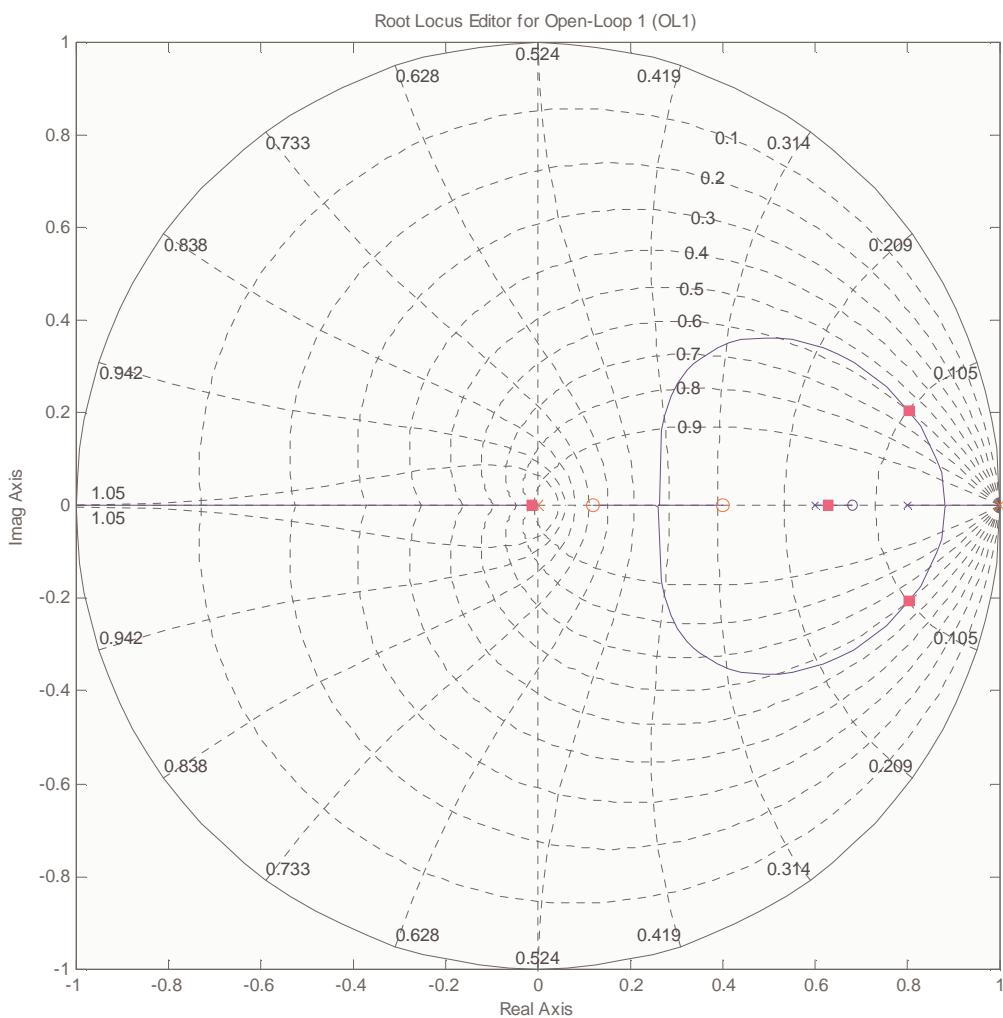
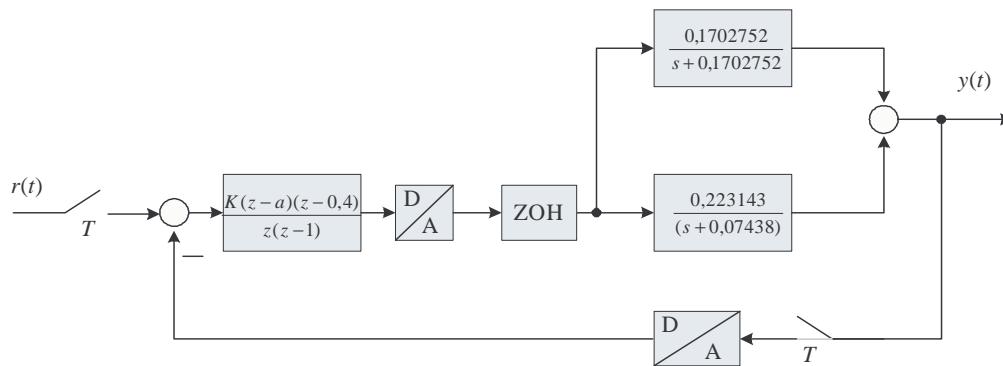
4. 2ª Questão: (2pts) Considere a resposta em freqüência e o correspondente diagrama de Nyquist de um sistema discreto em malha aberta. Sabe-se que, nesta situação, dois pólos estão fora do círculo unitário. Para um controlador proporcional com realimentação unitária que faixa de ganhos K estabiliza o sistema?



Com $P=2$, devemos ter $N=2$, no sentido anti-horário, para que $Z = P-N = 0$.
Pelo gráfico os limites de estabilidade são ($-1/K$):

-1/0.83 e -1/0.31 assim: $1.2 < K < 3.2$

3ª Questão: (3pts) Considere o seguinte sistema de controle digital, com taxa de amostragem $T = 3 \text{ seg}$. Utilizando o LGR complete o projeto do PID discreto calculando valores de K e a de tal forma que os pólos dominantes em malha fechada tenham fator de amortecimento 0,6 e freqüência natural 0,105 rad(seg).



Função de transferência discreta $G(z) = \frac{z-0,68}{(z-0,8)(z-0,6)}$ (pólos e zeros estavam indicados no plano z)

Fase do LGR na posição dos pólos dominantes especificados: $\left| \frac{z-0,68}{(z-0,8)(z-0,6)} \frac{(z-0,4)}{z(z-1)} \right|_{z=0,802+0,206j} = 163,2^\circ$

Ângulo a ser fornecido pelo zero em $a = 180^\circ - 163,2 = 16,8^\circ$. $\tan 16,8^\circ = \frac{0,206}{0,802 - a} \rightarrow a = 0,12$

Condição de módulo do LGR: $K \left| \frac{(z-0,68)}{(z-0,8)(z-0,6)} \frac{(z-0,12)(z-0,4)}{z(z-1)} \right|_{z=0,802+0,206j} = 1 \rightarrow K = 0,18$

4ª Questão: (3.5 pts) Considere o seguinte sistema discreto

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0,9 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y(k) = [0,2 \ 0] \mathbf{x}(k) \end{cases}$$

- a) (1) Projete um observador de estados preditos com pólos em $z_{1,2} = 0,2$
- b) (1) Projete um controlador no espaço de estados discreto com canal integral de tal forma que todos os autovalores estejam em $z = 0,5$.
- c) (1) Apresente o fluxografo do sistema completo (processo, observador e controlador c/ canal integral).
- d) (.5) Acrescente ao fluxografo um observador de perturbações senoidais ω_0

Obs:

$$\text{Equação de erro de observação predito: } \tilde{\mathbf{x}}(k+1) = [\Phi - \mathbf{L}_p \mathbf{H}] \tilde{\mathbf{x}}(k)$$

$$\text{Equação característica do sistema aumentado: } |z\mathbf{I} - \Phi_a + \Gamma_a \mathbf{K}_a|$$

Sistema aumentado:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_I(k+1) \\ \mathbf{x}(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & H \\ 0 & \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} r(k) \\ y(k) &= [0 \ H] \begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Senóide discreta } \frac{\alpha}{s^2 + \omega^2} \leftrightarrow \text{sen}\omega t \rightarrow \text{sen}\omega kT \leftrightarrow \frac{z \text{sen}\omega T}{z^2 - 2z \cos\omega T + 1}$$

Resolução:

a) Dinâmica do observador: $|z\mathbf{I} - \Phi + \mathbf{L}_p \mathbf{H}| = z^2 - 0,4z + 0,04$

$$\mathbf{L}_p \mathbf{H} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} [0,2 \ 0] = \begin{bmatrix} 0,2l_1 & 0 \\ 0,2l_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} z + 0,2l_1 & -1 \\ -1 + 0,2l_2 & z - 0,9 \end{vmatrix} = z^2 + z(0,2l_1 - 0,9) - 0,18l_1 + 0,2l - 1 \quad \Rightarrow \boxed{\mathbf{L}_p = \begin{bmatrix} 2,5 \\ 7,45 \end{bmatrix}}$$

b) Integral do erro: $x_I(k+1) = x_I(k) + y(k) - r(k)$

$$\begin{bmatrix} x_I(k+1) \\ \mathbf{x}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & H \\ 0 & \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} r(k)$$

Sistema aumentado:

$$y(k) = [0 \ H] \begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_I \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} (k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0,9 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} y(k) + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} r(k)$$

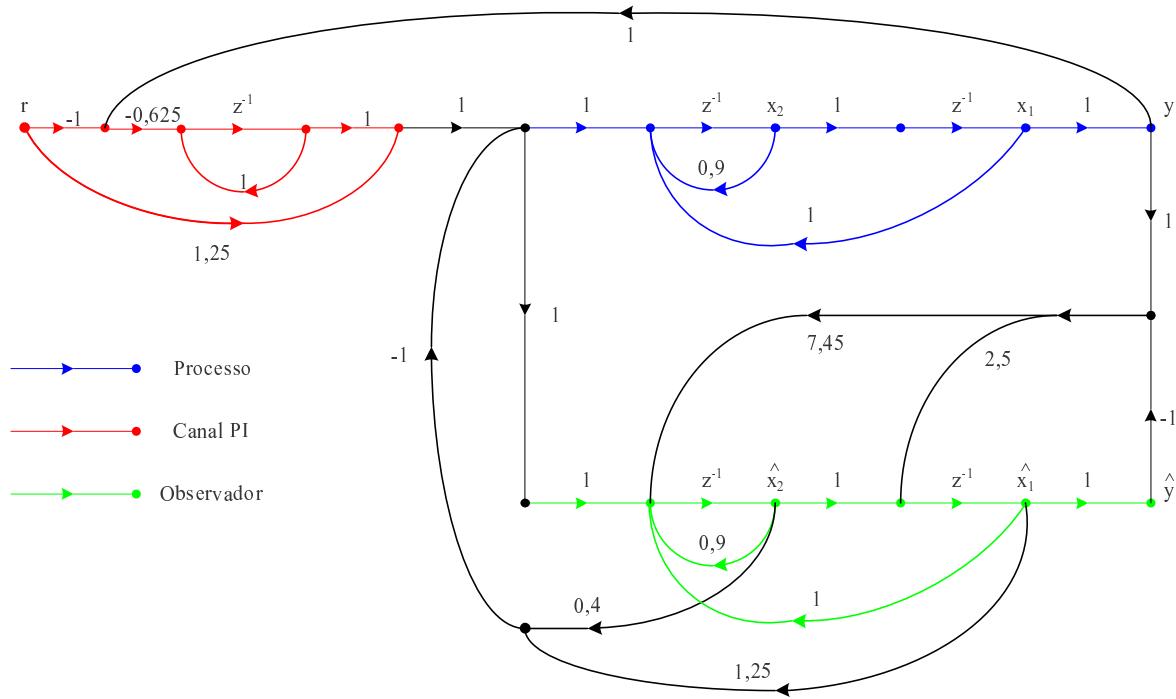
$$y(k) = [0 \ 0,2 \ 0] \mathbf{x}(k)$$

$$|z\mathbf{I} - \phi + \Gamma K| = \begin{bmatrix} z - 1 & -0,2 & 0 \\ 0 & z & -1 \\ k_I & k_1 - 1 & z - 0,9 + k_2 \end{bmatrix} = z^3 + z^2(k_2 - 1,9) + z(k_1 - k_2 - 0,1) + 0,2k_I - k_1 + 1$$

$$(z - 0,5)^3 + = z^3 - 1,5z^2 + 0,75z - 0,125$$

$$K = [k_I \ k_1 \ k_2] = [0,625 \ 1,25 \ 0,4] \quad \text{Cancelamento de um polo: } 0,5 = 1 - \frac{0,625}{N} \rightarrow \bar{N} = \frac{0,625}{0,5} \quad \boxed{\bar{N} = 1,25}$$

c) Fluxografo



d) Observador de perturbações senoidais (na forma canônica controlável).

