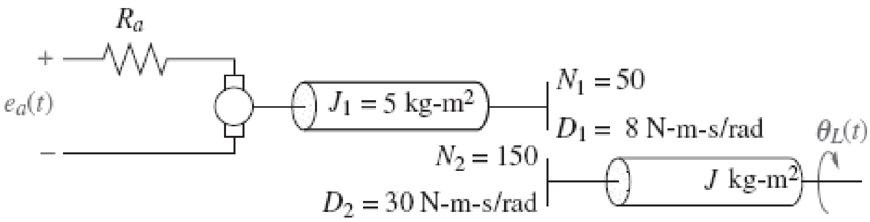
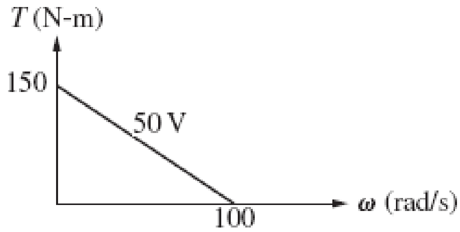
rP1CSD224 -Resolução 1ª Prova – ENE0077 CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS – 2024.2

Prova tipo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q1: *J*, Q2: Kp, Q3:Mp%	20	25	30	35	40	45	50	55	60

1ª Questão (3,0) Modelagem no domínio da frequência. Calcule a função de transferência do seguinte sistema eletro-mecânico, $\dfrac{\theta_L(s)}{E_a(s)}$. Adote o valor de *J* segundo tipo de prova – ver caderno de respostas.





Impedâncias no eixo *L* refletidas no eixo do motor, *m*:

(1,0) Impedâncias Mecânicas Refletidas: $J_m = J_1 + J(N_1/N_2)^2 = 5 + J(50/150)^2 = 5+J/9$
$D_m = D_1 + D_2(N_1/N_2)^2 = 8 + D_2/9 = 8+30/9 = 11,33$

Modelo do motor, a partir da curva de carga: $T_{bloq} = 150$ N-m; $\omega_{s/carga} = 100$ rad/s; com $e_a = 50$ V

(1,0) Constantes elétricas: Kt /Ra = Tbloq/ea = 150/50 = 3; $Kb = K_{ce} = ea/\omega_{scarga} = 50/100 = 0,5$

Considerando inicialmente as impedâncias totais vistas no eixo do motor J_m e D_m:

$$I_a(s)=\frac{T_m(s)}{K_t}=\frac{(J_m s^2+D_m s)\theta_m(s)}{K_t} \qquad V_b(s)=K_b\theta(s) \rightarrow \; R_a\frac{(J_m s^2+D_m s)\theta_m(s)}{K_t}+K_b\theta(s)=E_a(s)$$

$$\frac{(J_m s^2+D_m s)\theta_m(s)}{3}+0,5\,s\,\theta(s)=E_a(s) \qquad \left[\left(\frac{J_m}{3}\right)s^2+\left(\frac{D_m}{3}+0,5\right)s\right]\theta_m(s)=E_a(s)$$

$$\left[\left(\frac{J_m}{3}\right)s^2+\left(\frac{D_m}{3}+0,5\right)s\right]\theta_m=E_a(s)$$ Transferindo as impedâncias para o primário:

(1,0) Função de Transferência $\left[\left(\frac{J_1+J\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2}{3}\right)s^2+\left(\frac{D_1+D_2\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2}{3}+0,5\right)s\right]\theta_L(s)\frac{N_2}{N_1}=E_a(s)$

$$\left[\left(\frac{5+\frac{J}{9}}{3}\right)s^2+\left(\frac{8+\frac{30}{9}}{3}+0,5\right)s\right]\theta_L(s)3=E_a(s) \qquad \left[\left(5+\frac{J}{9}\right)s^2+\left(8+\frac{30}{9}+1,5\right)s\right]\theta_L(s)=E_a(s)$$

$$\left[\left(5+\frac{J}{9}\right)s^2+12.833\,s\right]\theta_L(s)=E_a(s) \quad \left[s^2+\frac{115.5}{45+J}s\right]\theta_L(s)=\frac{9}{45+J}E_a(s)$$

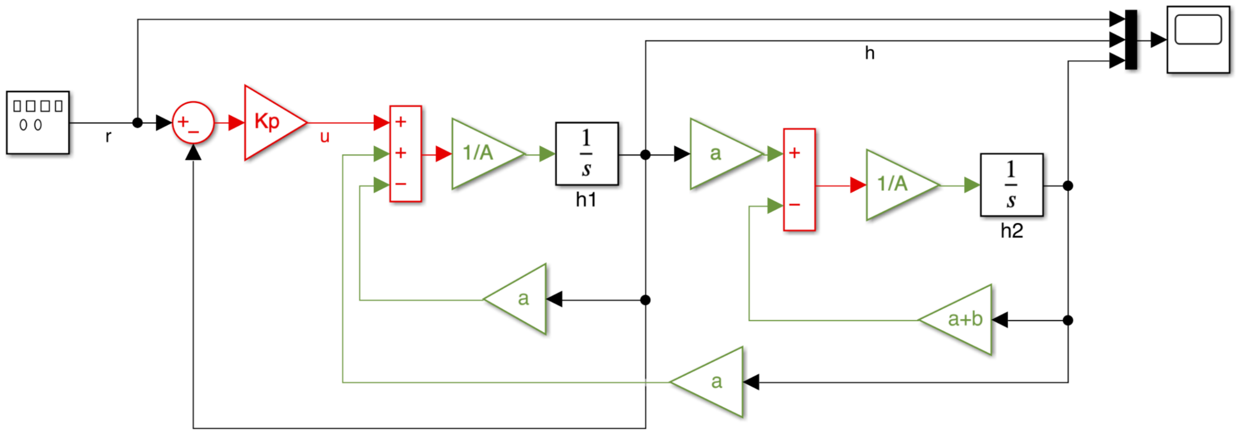
$$\frac{\theta_L(s)}{E_a(s)}=\frac{\frac{9}{45+J}}{s^2+\frac{9*12.833}{45+J}s} \quad (a=9/(45+J) \quad b=a*12.833) \quad \frac{\theta_L(s)}{E_a(s)}=\frac{a}{s^2+b\,s}$$

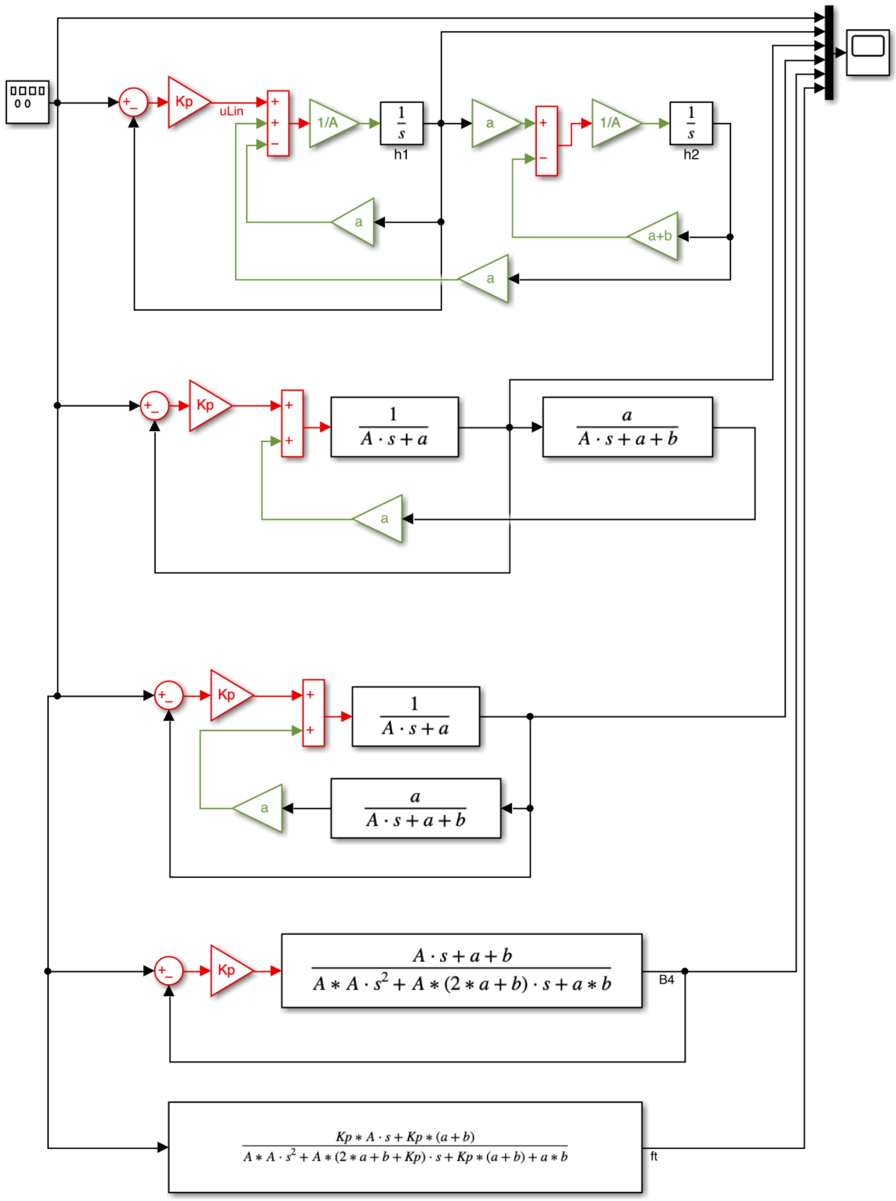
1	0.1385 ------------- s^2 + 1.777 s	4	0.1125 ------------- s^2 + 1.444 s	7	0.09474 ------------- s^2 + 1.216 s
2	0.1286 ------------ s^2 + 1.65 s	5	0.1059 ------------- s^2 + 1.359 s	8	0.09 ------------- s^2 + 1.155 s
3	0.12 ------------ s^2 + 1.54 s	6	0.1 ------------- s^2 + 1.283 s	9	0.08571 ----------- s^2 + 1.1 s

J=20:5:60; for i=1:9, i, a=9/(45+J(i)); b=a*12.8333; g=tf(a,[1 b 0]), end

2ª Questão (2,0) Calcule a função de transferência $\frac{H(s)}{R(s)}$ do seguinte sistema:

Adote a=0,4; b=0,025 e o valor de Kp segundo o tipo de prova – caderno de respostas.





(0,5)

(0,5)

(0,5)

(0,5)

1	$\frac{20A\ s + 8.5}{A^2\ s^2 + 20.825A\ s + 8.51}$	4	$\frac{35A\ s + 14.875}{A^2\ s^2 + 35.825A\ s + 14.89}$	7	$\frac{50A\ s + 21.25}{A^2\ s^2 + 50.825A\ s + 21.26}$
2	$\frac{25A\ s + 10.63}{A^2\ s^2 + 25.825A\ s + 10.64}$	5	$\frac{40A\ s + 17}{A^2 s^2 + 40.825A\ s + 17.01}$	8	$\frac{55A\ s + 23.38}{A^2 s^2 + 55.825A\ s + 23.39}$
3	$\frac{30A\ s + 12.75}{A^2\ s^2 + 30.825A\ s + 12.76}$	6	$\frac{45A\ s + 19.13}{A^2\ s^2 + 45.825A\ s + 19.14}$	0	$\frac{60A\ s + 25.5}{A^2\ s^2 + 60.825A\ s + 25.51}$

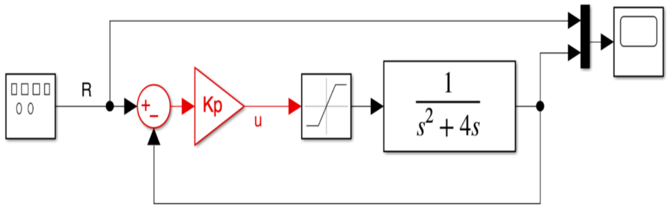
$$\frac{H(s)}{R(s)} = \frac{K_p A s + Kp(a+b)}{A^2 s^2 + A(2a+b+Kp)s + Kp(a+b) + ab}$$

J=20:5:60; i=1:9, i, Kp=J(i);g2=tf([Kp*A Kp*(a+b)],[A^2 A*(2*a+b+Kp) Kp*(a+b)+a*b]), end

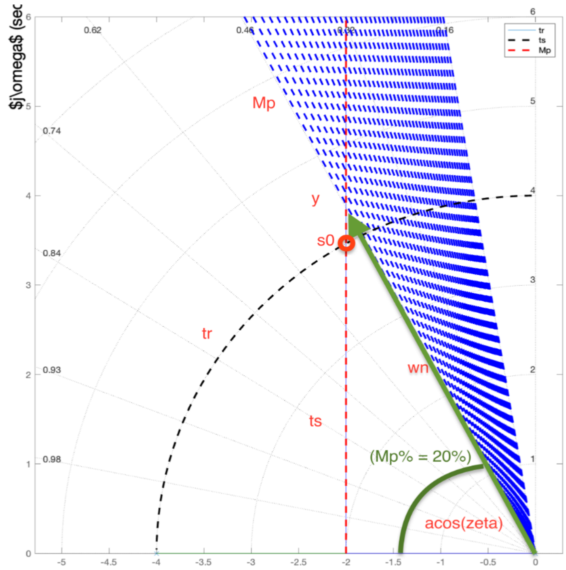
3ª Questão (2,0) Calcule o valor de Kp, em malha fechada, para que o motor de corrente contínua atenda às especificações.
Obs: A saturação, de valor não definido (sempre presente em processos reais), indica que a "solução de engenharia" de Kp, interseção de especificações → polos mais "próximos à origem".

Especificações:

- Tempo de acomodação, $t_{s2\%} \le 2$ s
- Tempo de subida, $t_{r10\text{-}90\%} \le 0{,}45$ s
- Sobrepasso percentual, Mp% (ver tipo prova)



$$Mason: \frac{\frac{K_p}{s^2+4s}}{1+\frac{K_p}{s^2+4s}} = \frac{Kp}{s^2+4s+K_p} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$



Se considerarmos Mp% <= MpTabelaTipo:
a) (0,6) **Especificações no plano s**
t_s reta vertical em -2; t_s arco raio 4; Mp raio da origem

(atende t_r e t_s de forma exata, sobre-atende Mp%)
b) (0,8) $s_0 = -2 + 3.464\,i$
$\rightarrow \cos\alpha = 2/4 \rightarrow sind(30) = 0{,}5 \rightarrow \zeta = 0.5$
$2\zeta\omega_n = \omega_n = 4$
c) (0,6) $K_p = \omega_n^2 = 16$

Se considerarmos Mp% = MpTabelaTipo:

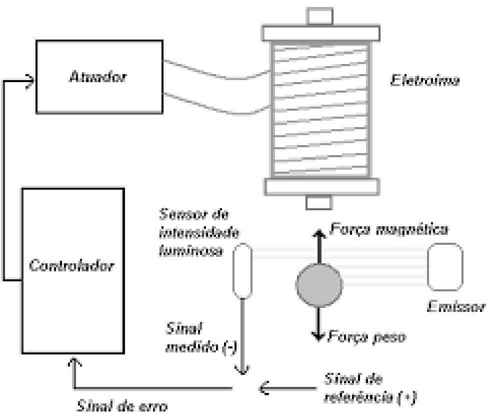
$$\boxed{\zeta = \frac{-\ln(\%UP/100)}{\sqrt{\pi^2+\ln^2(\%UP/100)}}} \qquad M_p = 100 * e^{-\pi * \zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

b) $s_0 = -2 + \omega_d$
c) $K_p = \sqrt{(2^2 + \omega_d^2)}$

Prova tipo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q3:Mp%	20	25	30	35	40	45	50	55	60
ζ	0.4559	0.4037	0.3579	0.3169	0.2800	0.2463	0.2155	0.1869	0,1605
β°= acosd(ζ)	62.8739	66.1895	69.0313	71.5220	73.7399	75.7390	77.5579	79.2256	80.7645
ω_d = 2tand(β)	3.9040	4.5324	5.2187	5.9850	6.8572	7.8687	9.0647	10.5099	12.3001
ω_n	4.3864	4.9540	5.5888	6.3103	7.1429	8.1189	9.2827	10.6985	12.4616
K_p	19.2409	24.5423	31.2349	39.8202	51.0211	65.9158	86.1692	114.4572	155.2915

```
Mp=20:5:60;for i=1:9, z=-log(Mp(i)/100)/sqrt(pi^2+log(Mp(i)/100)^2);
b=acosd(z),y=2*tand(b);wn=sqrt(2^2+y^2),Kp=wn^2,[i z b y wn Kp], end
```

4ª Questão (3,0) Considere o controle em malha fechada de um sistema de levitação magnética, conforme mostrado.
O eletroimã produz a força magnética, que contrapõe a força peso, *mg, de acordo com a posição da esfera.* A modelagem, (segunda lei de Newton), fornece $m\ddot{x}=mg-f$.



Obs: $x(t)=x_0+\delta x(t); i(t)=i_0+\delta i(t)$;
Para um ponto de operação (*mg=f*) temos $x_0=i_0\sqrt{k/mg}$

a) Aproxime a componente não-linear $f=ki^2/x^2$, pelos primeiros termos da série de Taylor:
$f(x,i)\approx L(x,i)=f(x_0,i_0)+\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,i_0}\delta x+\left.\frac{\partial f}{\partial i}\right|_{x_0,i_0}\delta i$

b) Mostre que a função de transferência em pequenos sinais, é $\frac{\delta X(s)}{\delta I(s)}=\frac{\frac{-2ki_0}{mx_0^2}}{s^2-\frac{2ki_0^2}{mx_0^3}}$.

c) O denominador de $\delta X(s)/\delta I(s)$ mostra polos simétricos em relação à origem, $\left(s\pm\sqrt{\frac{2ki_0^2}{mx_0^3}}\right)$.

O que acontece, se "soltarmos" a esfera, em malha aberta (i_0 fixo), para diferentes valores de x_0?

----

a) (0,8) $f(x,i)\approx L(x,i)=\frac{ki_0^2}{x_0^2}-\frac{2ki_0^2}{x_0^3}\delta x+\frac{2ki_0}{x_0^2}\delta i$

b) (1,0) $m\ddot{x}=mg-\frac{ki_0^2}{x_0^2}+\frac{2ki_0^2}{x_0^3}\delta x-\frac{2ki_0}{x_0^2}\delta i; ms^2\delta X(s)-\frac{2ki_0^2}{x_0^3}\delta X(s)=\frac{-2ki_0}{x_0^2}\delta I(s);$

$$\frac{\delta X(s)}{\delta I(s)}=\frac{\frac{-2ki_0}{x_0^2}}{ms^2-\frac{2ki_0^2}{x_0^3}}=\frac{\frac{-2ki_0}{mx_0^2}}{s^2-\frac{2ki_0^2}{mx_0^3}}$$

c) (0,3; 0,6; 0,3) $x_0<i_0\sqrt{k/mg}$ → *a esfera é atraída pelo eletroimã e cola neste.*

$x_0=i_0\sqrt{k/mg}$ → *o ponto de equilíbrio do sistema (polo no semi-plano direito) é instável. Em malha aberta pequenas variações (ruído) levarão a esfera para cima ou para baixo. Não é possível determinar, de antemão, a direção do movimento.*
A manutenção da esfera no ponto de equilíbrio só é possível com controle em malha fechada.

$x_0>i_0\sqrt{k/mg}$ → *a força da gravidade é maior que a força do eletroimã e a esfera cai no chão.*

Engrenagem

$$r_1\theta_1 = r_2\theta_2 \quad T_1\theta_1 = T_2\theta_2$$

$$\theta_2 = \frac{N_1}{N_2}\theta_1 ; T_2 = \frac{N_2}{N_1}T_1 ; J_e = J_L\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

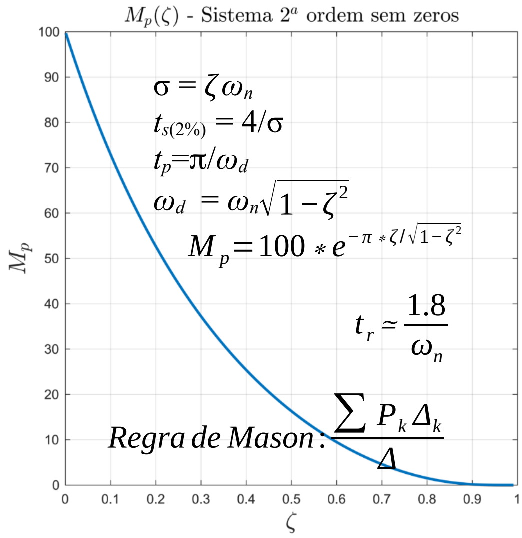
Motor CC

$$R_a I_a(s) + V_b(s) = E_a(s)$$

$$T_m(s) = K_t I_a(s)$$

$$T_m(s) = \left(J_m s^2 + D_m s\right)\theta_m(s)$$

$$\text{Curva Torque x } \omega_m \text{ cte}: \frac{R_a}{K_t}T_m + K_b\omega_m = e_a$$



$$\sigma = \zeta\omega_n$$

$$t_{s(2\%)} = 4/\sigma$$

$$t_p = \pi/\omega_d$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$M_p = 100 * e^{-\pi * \zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$t_r \simeq \frac{1.8}{\omega_n}$$

$$\text{Regra de Mason}: \frac{\sum P_k \Delta_k}{\Delta}$$

CADERNO DE RESPOSTAS

Nome: ____ Matrícula: ______________

A resolução das questões, **organizada de forma clara e objetiva**, nas páginas anexas, **é considerada na correção**. **Transcreva aqui**, as respostas finais. ***Não separar***, por favor, ***as folhas*** deste caderno de repostas!!

1ª Prova tipo 1 – Adote nesta prova os valores conforme o tipo de prova.

Prova tipo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q1: *J*, Q2: Kp, Q3:Mp%	20	25	30	35	40	45	50	55	60

1ª Questão: (3,0).

$$\frac{\theta_L(s)}{E_a(s)} =$$

2ª Questão (2,0)

$$\frac{H(s)}{R(s)} =$$

3ª Questão (2,0)

Posição do pólo dominante (atende às especificações em s) s_0 =

Kp =

4ª Questão: (3,0)

a) $L(x,i) =$

b) $\dfrac{\delta X(s)}{\delta I(s)} =$

c) $x_0 < i_0\sqrt{k/mg} \rightarrow$
$x_0 = i_0\sqrt{k/mg} \rightarrow$
$x_0 > i_0\sqrt{k/mg} \rightarrow$