



ENE/FT/UnB

Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília
Prof. Adolfo Bauchspiess

Prova individual, sem consulta.
Só é permitido o uso de **calculadora científica básica**.
(Números complexos & funções trigonométricas)
FT BT-25/15, 24/9/2025, 7⁰⁰-10⁰⁰

rP1CSD225 – Resolução – ENE0077 CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS – 2025.2

Nome: _____ Matrícula: _____

A resolução das questões, **organizada de forma clara e objetiva**, nas páginas anexas, é **considerada na correção**. *Não separar*, por favor, **as folhas** desta prova

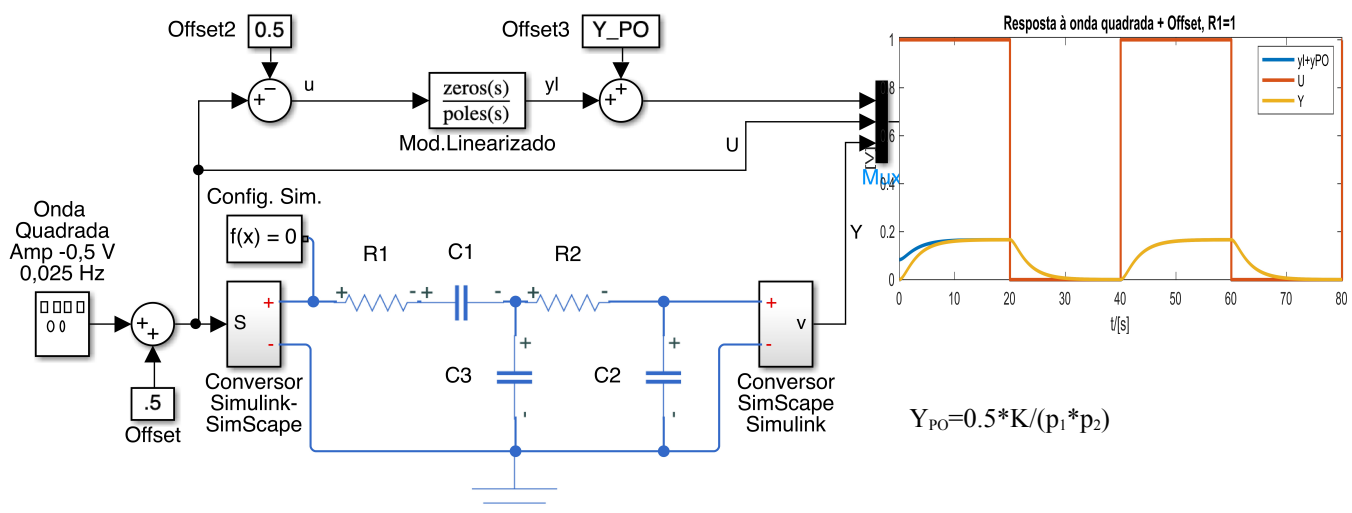
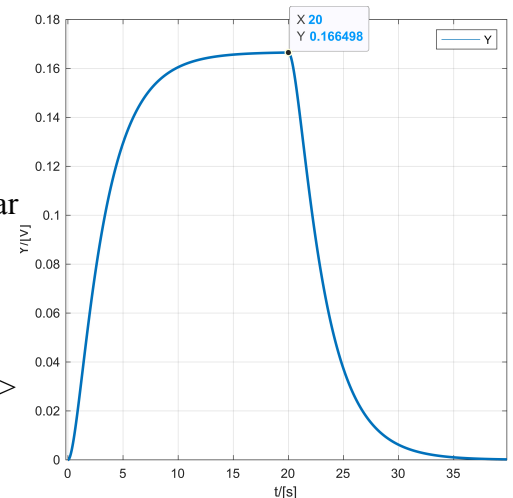
Prova tipo	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R1, Ω	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Questão 1 (3,0) Considere um circuito, em grandes sinais (offset de 0,5 V na entrada).

a) (0,5) Como considerar o Offset para que o circuito seja linear (atenda à sobreposição)?

R.: Para a onda quadrada, não deve haver Offset. Neste circuito acrescentar uma tensão de -0,5 V. $R1=1$

Sinais com média 0. Com $u = 0 \Rightarrow y = 0$. u e y pequenos sinais $\Rightarrow$ Função de Transferência.



b) (1,0) Calcule a Função de Transferência (2ª ordem), em pequenos sinais, $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\mathcal{L}\{y(t)\}}{\mathcal{L}\{u(t)\}}$.

R.: Soma das impedâncias nas malhas

$$\left(R_1 + \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_3}\right)I_1 - \frac{1}{sC_3}I_2 = V_i$$

$$-\frac{1}{sC_3}I_2 + \left(R_2 + \frac{1}{sC_2} + \frac{1}{sC_3}\right)I_2 = 0$$

$$\text{Regra de Cramer: } I_2(s) = \frac{\begin{vmatrix} \left(R_1 + \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_3}\right) & V_i \\ \frac{-1}{sC_3} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(R_1 + \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_3}\right) & \frac{-1}{sC_3} \\ \frac{-1}{sC_3} & \left(R_2 + \frac{1}{sC_2} + \frac{1}{sC_3}\right) \end{vmatrix}} I_2(s) = \frac{\frac{V_i}{sC_3}}{\left(R_1 + \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_3}\right)\left(R_2 + \frac{1}{sC_2} + \frac{1}{sC_3}\right) - \frac{1}{s^2 C_3^2}}$$

$$V_2(s) = \frac{I_2(s)}{sC_2} = \frac{\frac{V_i}{s^2 C_2 C_3}}{R_1 R_2 + \frac{R_1}{sC_2} + \frac{R_1}{sC_3} + \frac{R_2}{sC_1} + \frac{1}{s^2 C_1 C_2} + \frac{1}{s^2 C_1 C_3} + \frac{R_2}{sC_3} + \frac{1}{s^2 C_2 C_3} + \frac{1}{s^2 C_3^2} - \frac{1}{s^2 C_3^2}}$$

$$\frac{V_2(s)}{V_i(s)} = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{C_1}{s^2 R_1 R_2 C_2 C_3 + s R_1 C_3 + s R_1 C_2 + \frac{s R_2 C_2 C_3}{C_1} + \frac{C_3}{C_1} + \frac{C_2}{C_1} + s R_2 C_2 + 1}$$

c) (0,5) Assumindo agora, de forma “didática”, $R_2 = 2\Omega$; $C_1 = 1F$, $C_2 = 2F$, $C_3 = 3F$.

Calcule polos, zero e ganho, $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K(s+z)}{(s+p_1)(s+p_2)}$.

$$R.: \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2 12 R_1 + s 3 R_1 + s 2 R_1 + s 12 + 3 + 2 + 4 s + 1} = \frac{1}{12 R_1 s^2 + (5 R_1 + 16) s + 6} = \frac{1/(12 R_1)}{s^2 + (5/12 + 4/(3 R_1)) s + 1/(2 R_1)}$$

d) (1,0) Via expansão em frações parciais, calcule a resposta Y(t) ao sinal U(t), em grandes sinais.

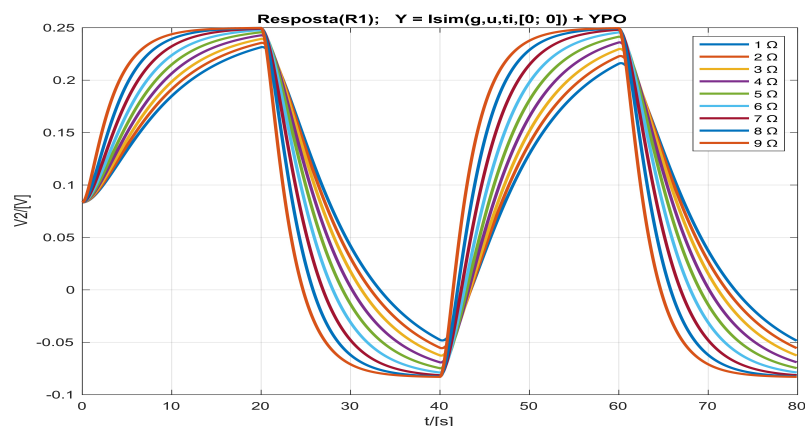
$$U(s) = \frac{1}{s}; Y(t) = K_0 + 0,5 + K_1 e^{-p_1 t} + K_2 e^{-p_2 t} \quad K_0 = ; K_1 = ; K_2 = \dot{c}$$

$$K_0 = \left. \frac{K}{s(s+p_1)(s+p_2)} \right|_{s=0} = \frac{K}{p_1 p_2};$$

$$K_1 = \left. \frac{K}{s(s+p_1)(s+p_2)} \right|_{s=-p_1} = \frac{K}{-p_1(-p_1+p_2)}; \quad K_2 = \left. \frac{K}{s(s+p_1)(s+p_2)} \right|_{s=-p_2} = \frac{K}{-p_2(-p_2+p_1)};$$

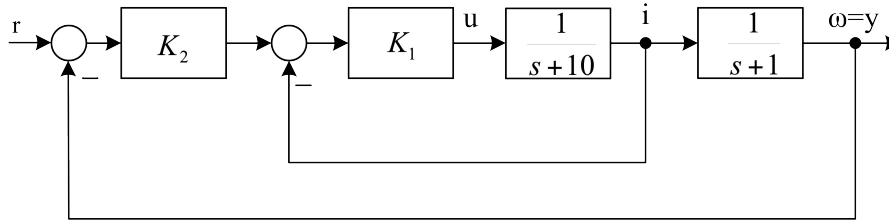
R.:

R1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
K	0,0833	0,0417	0,0278	0,0208	0,0167	0,0139	0,0119	0,0104	0,0093
z	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p1	-1,3904	-0,75	-0,5673	-0,5	-0,471	-0,4562	-0,4475	-0,4419	-0,438
p2	-0,3596	-0,3333	-0,2938	-0,25	-0,2123	-0,1827	-0,1596	-0,1414	-0,1268
K0	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667
K1	0,0581	0,1333	0,179	0,1667	0,1368	0,1113	0,0924	0,0785	0,068
K2	-0,2248	-0,3	-0,3456	-0,3333	-0,3034	-0,2779	-0,259	-0,2451	-0,2346
Y _{PO}	0,0833	0,0833	0,0833	0,0833	0,0833	0,0833	0,0833	0,0833	0,0833



Questão 2 (2,0) O arranjo em cascata é muito utilizado para o controle de velocidade de motores. Uma malha interna, mais rápida, controla a corrente de armadura, enquanto uma malha externa controla a velocidade do motor.

- a) (1,0) Obtenha a função de transferência de malha fechada $\frac{Y(s)}{R(s)}$.
- b) (1,0) Calcule os valores de K_1 e K_2 para que o sobressinal percentual seja de $M_p=16\%$ e o tempo de acomodação de 1% seja $t_s=0,1$ seg.



Obs 3: $e^{-4,6}=0,01 \rightarrow t_{s,1\%}=\frac{4,6}{\sigma}$

- a) Resolvendo a malha interna, caminho direto sobre 1 + ganho de malha: $\frac{I(s)}{U_2(s)} = \frac{\frac{K_1}{s+10}}{1 + \frac{K_1}{s+10}} = \frac{K_1}{s+10+K_1}$,

temos agora uma única malha:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_1 K_2}{s+10+K_1} \cdot \frac{1}{s+1}}{1 + \frac{K_1 K_2}{s+10+K_1} \cdot \frac{1}{s+1}} = \frac{K_1 K_2}{(s+10+K_1)(s+1) + K_1 K_2} = \frac{K_1 K_2}{s^2 + (11+K_1)s + 10+K_1+K_1 K_2}$$

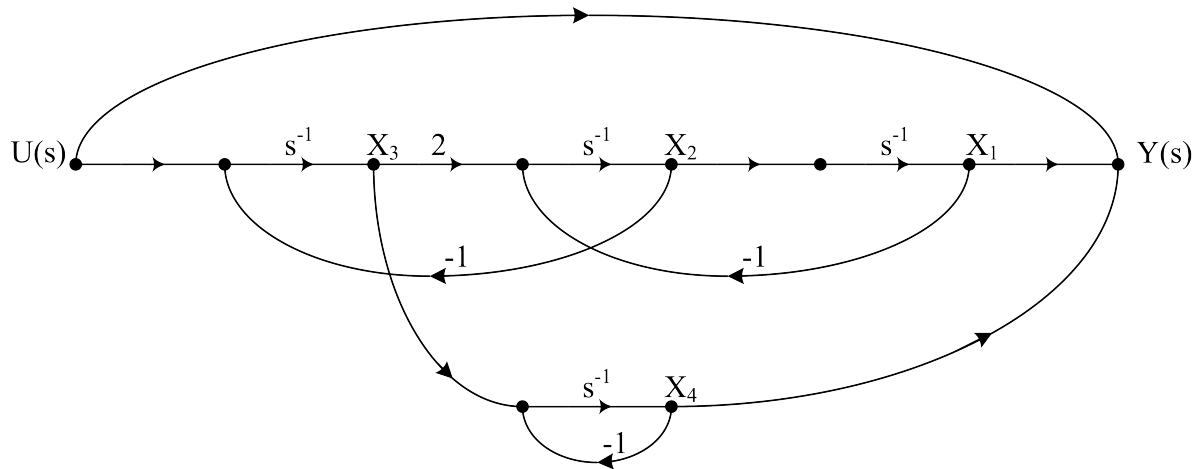
b)

$$M_p = 16\% \rightarrow \zeta = 0,5 t_a(1\%) = \frac{4,6}{\sigma} \rightarrow \sigma = 46 \omega_n = \frac{\sigma}{\zeta} = 92 \text{ rad/s}$$

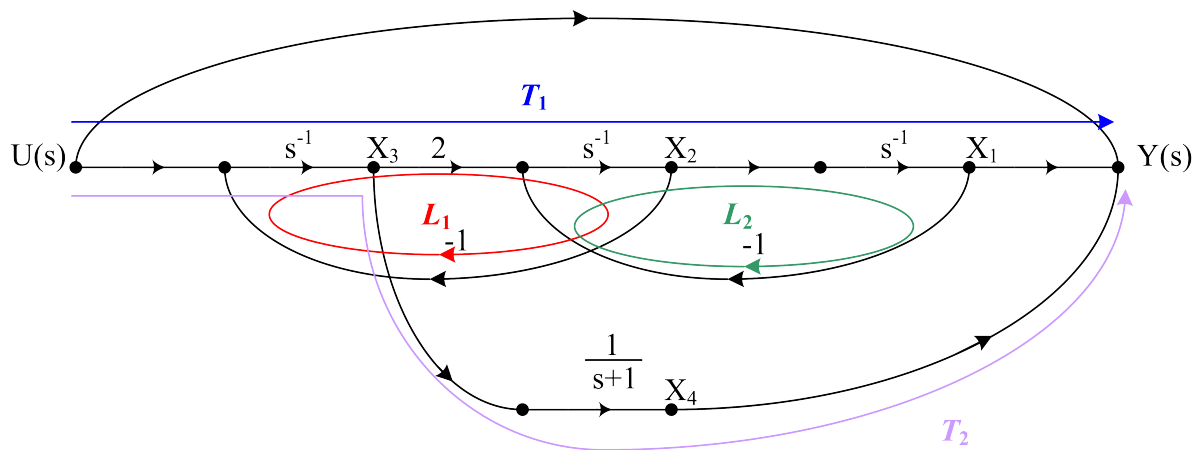
$$\begin{cases} \omega_n^2 = 10 + K_1 + K_1 K_2 & K_1 = 81 \\ 2\zeta\omega_n = 11 + K_1 & K_2 = 103,37 \end{cases}$$

Questão 3 (2,0) Considere o seguinte fluxograma.

Obtenha a função de transferência $\frac{Y(s)}{U(s)}$ do seguinte fluxograma. Ramos sem indicação tem ganho unitário.



O laço em X_4 pode facilmente ser incorporado ao caminho direto $T_2 = s^{-1} \frac{s^{-1}}{1+s^{-1}} = \frac{s^{-2}}{1+s^{-1}}$.



Mason: $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum T_k \Delta_k}{\Delta} + 1$

$L_1 = -2s^{-2}; L_2 = -s^{-2}; T_1 = 2s^{-3};$

$\Delta = 1 - L_1 - L_2 = 1 + 3s^{-2}$

$\Delta_1 = 1; \Delta_2 = 1 - L_2 = 1 + s^{-2};$

a) $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s^2 + 2s + 3}{s^4 + s^3 + 3s^2 + 3s} + 1 = \frac{s^4 + s^3 + 4s^2 + 5s + 3}{s^4 + s^3 + 3s^2 + 3s}$

$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s^2 + 2s + 3}{s^4 + s^3 + 3s^2 + 3s} + 1 = \frac{s^{-2} + 2s^{-3} + 3s^{-4}}{1 + s^{-1} + 3s^{-2} + 3s^{-3}} + 1 = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{1 - L_1 - L_2 - L_3} + 1$

Questão 4 (4,0) Redes Neurais Artificiais (RNA) estão na base da Inteligência Artificial conexionista. A Fig. 4.1 ilustra um Perceptron Multi-Camadas (MLP) didático, com uma única entrada, P , e uma saída y . MLP's permitem “aprender” funções, $y(P)$, não-lineares, a partir de amostras do processo.

“Aprender” significa aqui, ajustar os pesos ($W_j(k,l) e b_j(l)$), buscando minimizar a soma do erro quadrático $e^2 = \sum (d_i - y(P_i))^2$. Onde, (P_i, d_i) , é o conjunto de n amostras de treinamento, (padrão de entrada; saída desejada correspondente) e $y(P_i)$ é a saída da RNA para P_i com os pesos atuais. O algoritmo do gradiente descendente (“descer o morro” na direção mais íngreme) é utilizado para o treinamento.

Esta RNA possui 3 camadas: uma camada de entrada, uma camada escondida e uma camada de saída. Temos apenas duas camadas com neurônios. Não há processamento na camada de entrada. Cada neurônio faz a soma ponderada das entradas seguida de uma, assim chamada, função de ativação não-linear (satura em 1 para $W^T P \rightarrow \infty$ e satura em -1 para $W^T P \rightarrow -\infty$).

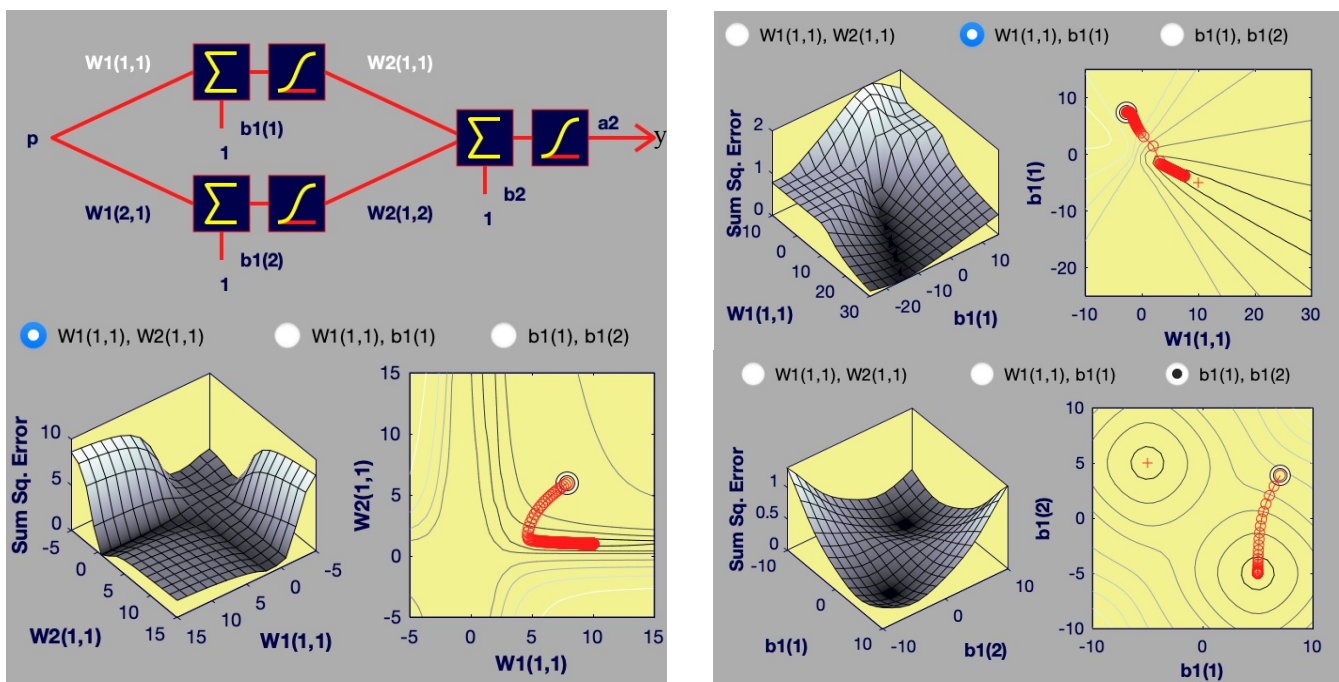


Fig. 4.1 – MLP didático com 2 neurônios na camada escondida. O hiper-espaço de parâmetros tem dimensão 7! Mostram-se 3 superfícies de erro em função de 2 parâmetros selecionados. As curvas de nível mostram a evolução do treinamento, a partir da condição inicial ©. Nestas figuras, o ótimo global é (+), em geral, não é encontrado.

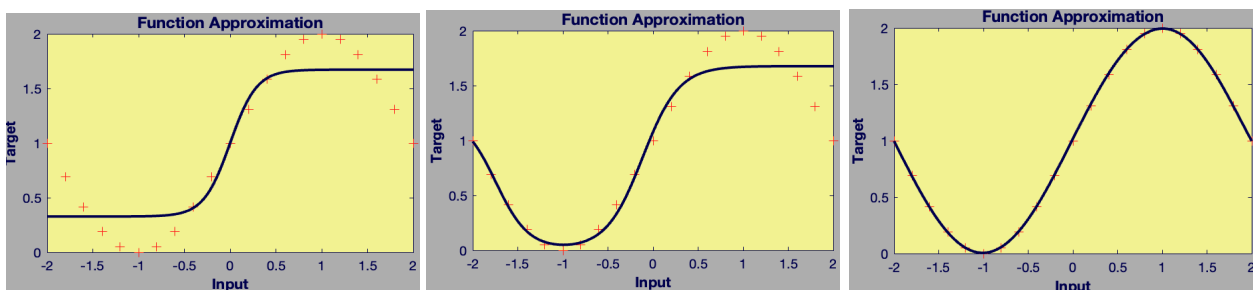


Fig. 4.2 – Aproximação de função a partir de algumas amostras, +. Neurônios na camada escondida: 1, 2 e 3;

Considerando o conteúdo de *Controle de Sistemas Dinâmicos*, escolha 8, e apenas 8 itens, para avaliar como V – Verdadeiro ou F, Falso. Justifique apenas “o que está errado”, se considerar um item F. (Duas respostas incorretas anulam uma resposta correta)

- a) (0,5) Os pesos ajustáveis da RNA, $W_1(1,1)$, $W_1(2,1)$, $W_2(1,1)$, $W_2(1,2)$, $b_1(1)$, $b_1(2)$ e b_2 .

V – cf. 2º parágrafo - “Aprender” significa aqui, ajustar os pesos ($W_j(k,l)$ e $b_j(l)$)

- b) (0,5) A superfície de erro quadrático de um modelo não-linear apresenta, tipicamente, vários mínimos locais. Em um problema do mundo “real” pode-se testar cada mínimo local, em busca do mínimo global.

F – As curvas de nível das figuras 4.1 mostram mínimos locais. No 4º quadrante “o” ótimo global é (+). No hiper-espaço de parâmetros de dimensão 7 é virtualmente impossível testar (encontrar condições iniciais que estejam dentro de cada bacia de atração) – é o assim chamado método da força bruta. “Bons mínimos locais” (sub-ótimas) são suficientes para a aplicação (modelagem) de RNAs em engenharia.

- c) (0,5) Na prática, mesmo para sistemas com 63 entradas e 16 saídas, sempre encontraremos a solução ótima (o mínimo global) variando-se as condições iniciais.

F – Ver item b. A assim chamada “praga da dimensionalidade” nos conforta com bons mínimos locais.

- d) (0,5) Problemas não-lineares apresentam vários pontos de equilíbrio na superfície de erro. Alguns pontos são estáveis, outros instáveis e temos ainda pontos de sela (estáveis numa direção, instáveis em outra).

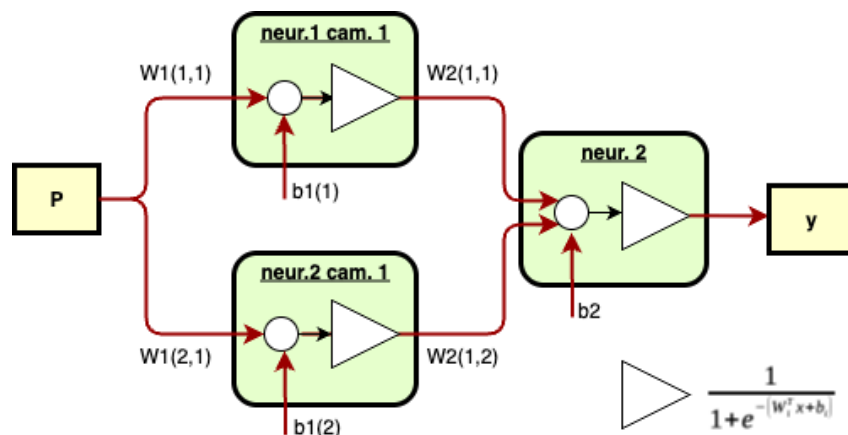
V -

- e) (0,5) Qualquer ponto no hiper-espaço de pesos pode ser escolhido como Ponto de Operação para se obter um modelo linearizado. $P.O. = (\bar{W}_1(1,1), \bar{W}_1(2,1), \bar{W}_2(1,1), \bar{W}_2(1,2), \bar{b}_1(1), \bar{b}_1(2), \bar{b}_2)$. As condições iniciais triviais, no entanto, $\bar{W}_1(1,1) = \bar{W}_1(2,1) = \bar{W}_2(1,1) = \bar{W}_2(1,2) = \bar{b}_1(1) = \bar{b}_1(2) = \bar{b}_2 = 0$, são raramente utilizadas em aprendizado de máquina.

V – $(0,0,0,0,0,0,0)$ é “uma” bacia de atração para $W(k+1) = W(k) - \mu \nabla_{P.O.} \mu$ - taxa de aprendizagem.

- f) (0,5) O procedimento de linearização deve, aqui, aproximar 3 funções não-lineares do tipo “sigmoide” (em formato de “S”), $f(x) = \frac{1}{1+e^{-(W_i^T x + b_i)}}$, por séries de Taylor truncadas. $\frac{1}{1+e^{-(W_i^T x + b_i)}}$

V -



- g) (0,5) A Fig. 4.2 mostra que na “falta de neurônios”, não é possível uma boa aproximação dos dados de treinamento. Por outro lado, quanto mais neurônios, melhor será a aproximação. Esta situação é análoga à regressão linear. Um polinômio de ordem 10 sempre será melhor que um polinômio de ordem 2.

F – se o processo que gerou os dados é polinomial de 2ª ordem, medidas com ruído aditivo, o melhor resultado da regressão linear será com um polinômio de 2ª ordem. O polinômio de ordem 10, aproxima o ruído (“overfitting”).

- h) (0,5) Um sistema dinâmico linear tem um único mínimo da superfície de energia, o “0”. Nesta condição, todos os capacitores estarão descarregados, não haverá corrente em bobinas. Todos os graus de liberdade de um sistema rotacional terão $\theta_i(t) = \dot{\theta}_i(t) = 0$. A ordem do sistema será igual aos graus de liberdade.

F – Número de armazenadores independentes de energia → Ordem. Graus de liberdade (malhas elétricas, deslocamentos/rotações independentes) → # de equações

- i) (0,5) O “bias” (polarização) permite que a função sigmóide tenha saída não nula quando a soma ponderada de entrada mais bias é zero. Assim, podemos dizer, que o modelo da RNA linearizada deverá ter $\bar{b}_1(1) = \bar{b}_1(2) = \bar{b}_2 = 0$.

$$F - f(x) = \frac{1}{1 + e^{-[W_i^T x + b_i]}} \quad \text{Com } W_i^T x + b = 0, \text{ os dois neurônios da camada de entrada tem saída}$$

$$f(0) = \frac{1}{1 + e^0} = 0,5$$

O neurônio 2 tem entrada linear ponderada, $W_2(1,1)*0,5 + W_2(1,2)*0,5 + b_2 = 0 \rightarrow f(0) = y(P) = y(0) = 0,5$.
Para um modelo linearizado, em torno da origem, $\bar{b}_1(1) = \bar{b}_1(2) = \bar{b}_2 = 0,5$.

- j) (0,5) Um pêndulo com massa da haste M e coeficiente de atrito D, tem dois pontos de equilíbrio, um instável e outro estável. Não importa a condição inicial escolhida, o pêndulo, sem sinal forçante, sempre terminará na posição estável. Mesmo que haja atrito “seco”, aquele atrito que precisa ser vencido, para que o sistema entre em regime de atrito viscoso.

F – Quando o atrito for menor que o torque em função de θ , o pêndulo para. Dificilmente $\theta = 0$.

ChatGPT ▾

O que é um neurônio em uma RNA. Resposta sucinta.

Um **neurônio em uma Rede Neural Artificial (RNA)** é uma unidade de processamento que recebe entradas numéricas, aplica um peso e um viés a elas, soma os resultados e passa por uma **função de ativação**, gerando uma saída que pode servir de entrada para outros neurônios.

📄 👍 🗨️ ↗️ ↺️ ...

Fórmulas úteis -----

Engrenagem

$$r_1 \theta_1 = r_2 \theta_2 \quad T_1 \theta_1 = T_2 \theta_2$$

$$\theta_2 = \frac{N_1}{N_2} \theta_1; T_2 = \frac{N_2}{N_1} T_1; J_e = J_L \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

$$\text{Regra de Mason: } \frac{\sum P_k \Delta_k}{\Delta}$$

$$\Delta = 1 - \sum L_i + \sum L_i L_j - \sum L_i L_j L_k \dots$$

 P_k - caminho direto k ligado entra e saída Δ_k - Δ tirando - se todos os laços que tocam o caminho direto k $L_i L_j$ - laços disjuntos 2 a 2*Motor CC*

$$R_a I_a(s) + V_b(s) = E_a(s)$$

$$T_m(s) = K_t I_a(s)$$

$$T_m(s) = (J_m s^2 + D_m s) \theta_m(s)$$

Curva Torque x ω_m cte:

$$\frac{R_a}{K_t} T_m + K_b \omega_m = e_a$$

Resposta de sistema de 2ª ordem sem zeros $t \Leftrightarrow s$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}$$

$$R(s) = \frac{1}{s} \rightarrow \frac{y(t)}{K} = 1 - \frac{e^{-\sigma t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cos(\omega_d t - \phi)$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$$

$$e^{-4,6} = 0,01 \rightarrow t_{s,1\%} = \frac{4,6}{\sigma} t_{r(10\% \rightarrow 90\%)} \approx \frac{1,8}{\omega_n} t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$M_p = 100 \frac{e^{-\pi \zeta}}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

