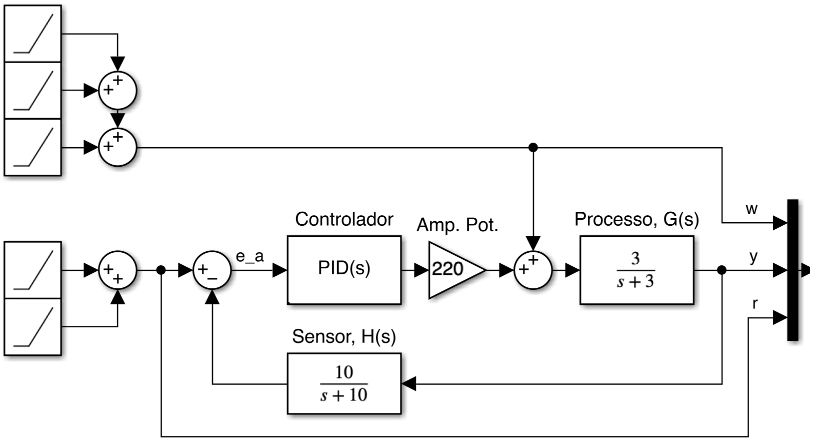
Nome: ____________________________________________ Matrícula: ________________

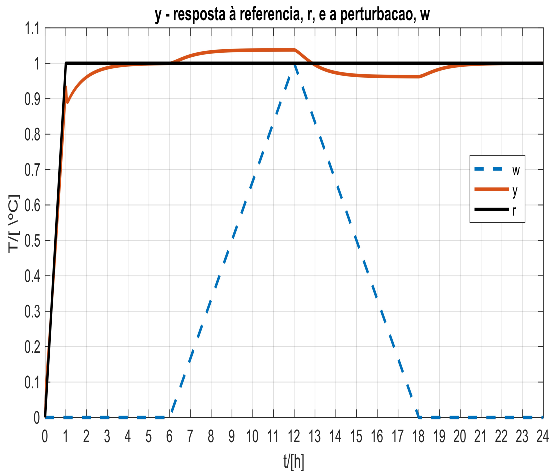
# rP2CSD225 – ENE0077 CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS – 2025.2

**1ª Questão:** (2,0) Considere um processo G(s), sensor H(s) e controlador $PID(s)=K_p\left(1+\frac{K_i}{s}+K_d s\right)$. Kp = 0,02; Ki=1; Kd=0,2; Os sinais de entrada r(t) e de perturbação w(t) são compostos por rampas, conforme indicado na figura.

Assumindo o regime permanente 'prático*', calcule o erro total do sistema e = r - y nos instantes t = {12h, 18h e 24h}.
*se a condição de operação em t, fosse mantida indefinidamente. E.g., em t=12h, $e_{ss}$ para degrau de r e rampa w.

Obs: tempos em horas, s em $h^{-1}$.




---

Obs: Já se sabe que o controle PID garante $e_R$ =0 ao degrau, pois o sensor é unitário em regime permanente.

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{\frac{K_p(s+K_i+K_d s^2)}{s}\left(\frac{660}{s+3}\right)}{1+\frac{10}{s+10}\frac{K_p(s+K_i+K_d s^2)}{s}\left(\frac{660}{s+3}\right)}=\frac{660K_p(s+10)(s+K_i+K_d s^2)}{(s^2+10s)(s+3)+6600K_p(s+K_i+K_d s^2)}$$

$$Y(s)=R(s)\frac{660K_p(s+10)(s+K_i+K_d s^2)}{(s^2+10s)(s+3)+6600K_p(s+K_i+K_d s^2)}\rightarrow com\, R=\frac{1}{s}: y_R=\lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}(\,)=\frac{6600K_pK_i}{6600K_pK_i}=1\rightarrow e_R=0$$

O Integrador antes do ponto de atuação da perturbação, dará erro cte à rampa w.

$$\frac{Y(s)}{W(s)}=\frac{\frac{3}{s+3}}{1+\frac{10}{s+10}\frac{K_p(s+K_i+K_d s^2)}{s}\left(\frac{660}{s+3}\right)}=\frac{3(s^2+10s)}{(s^2+10s)(s+3)+6600K_p(s+K_i+K_d s^2)}$$

$$y_w=\lim_{s\to 0} s\frac{1}{s^2}\frac{3(s^2+10s)}{(s^2+10s)(s+3)+6600K_p(s+K_i+K_d s^2)}=\frac{3(s+10)}{(s^2+10s)(s+3)+6600K_p(s+K_i+K_d s^2)}=\frac{30}{6600K_pK_i}=0{,}2273.$$

A inclinação da rampa até t = 12h é 1/6. Então o erro será -0,037878 (Na simulação e(12) = - 0,03781)

**Resposta** $\boxed{e_r = 0;\ e_{ss}\ t\{12;\ 18;\ 24\}= \{-0{,}037878;\ 0.037878;\ 0{,}0\}}$

**Pontuação:**

$(0{,}5)\,e_R=0: via\, cálculo\,\frac{Y(s)}{R(s)}/inspeção;(0{,}5)\frac{Y(s)}{W(s)};(0{,}5)\,y_w=0{,}2273;(0{,}2)\,1/6;(0{,}3)\{-0.037878;-0.037878;0\}$

**2ª Questão:** (3,0) Esboce o Lugar Geométrico das Raízes, $-\infty < K < \infty$, para $G(s) = \dfrac{K(s+10)^2}{s(s+1)^2}$

i) LGR$^+$ ($K \geq 0$). Em particular:
  a) (0,4) assíntotas, centroide,
  b) (0,4) valores de $K$, para os quais o sistema é estável,
  c) (0,4) interseção do LGR$^+$ com o eixo jω: $K_{cr1}$, $\omega_{cr1}$, $K_{cr2}$, $\omega_{cr2}$,
  d) (0,4) pontos de ramificação,
  e) (0,4) ângulos de partida e chegada (não é preciso calcular! Apenas indicar.)

ii) Esboce o LGR$^-$ ($K \leq 0$). Em particular:
  f) (0,4) pontos de ramificação,
  g) (0,3) ângulos de chegada
  h) (0,3) sentido do LGR total ($-\infty < K < \infty$)

Obs: Candidatos a pts de ramificação $roots\left[a(s)\dfrac{d\,b(s)}{ds} - b(s)\dfrac{d\,a(s)}{ds}\right]$, condição necessária, não suficiente.

(apenas uma opção corresponde à questão em pauta)

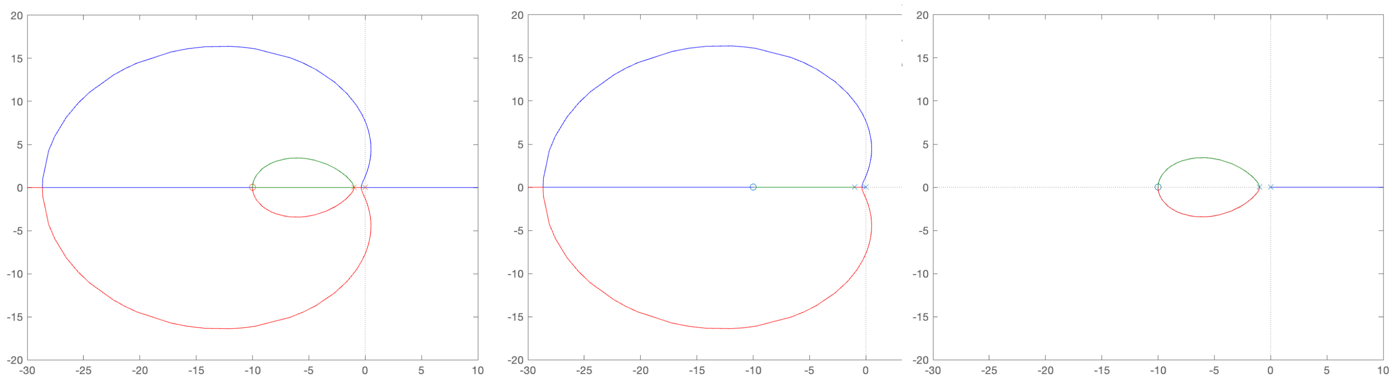
$I: -4.3258 \pm 16.3790i\ -1.0\ -0.34$

$II: -47.6422\ -6.0085\ -1.0000\ -0.3493$

$III: -28.5037\ -10.0000\ -1.2052\ -0.2911$

$IV: -28.6510\ -10.0000\ -1.0000\ -0.3490$

---



$-\infty < K < \infty$ $\qquad$ $0 < K < \infty$ $\qquad$ $-\infty < K < 0$

a) assíntotas: 0º e 180º. Centróide = (Σp -Σz)/1 = -2 + 20 = 18. (sem muita utilidade, pois assíntotas são o eixo real)

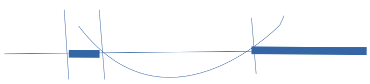
b) Establilidade: $MF: \dfrac{\dfrac{K(s+10)^2}{s(s+1)^2}}{1+\dfrac{K(s+10)^2}{s(s+1)^2}} = \dfrac{K(s+10)^2}{s(s+1)^2 + K(s+10)^2}$

$E.C.: s^3+2s^2+s+K(s^2+20s+100) = s^3+(2+K)s^2+(20K+1)s+100K$

b) Routh-Hurwitz

| | | | |
|---|---|---|---|
| $s^3$ | 1 | 20K+1 | |
| $s^2$ | 2+K | 100K | => 2+ K > 0 → K > -2 |
| s | (40K +2 +20K^2 +K - 100K)/(2+K) | | => 20K^2 – 59K + 2 > 0 raízes = [0,0343 2.9157] |
| $s^0$ | 100K | | => K > 0 |

**Resposta:** Sistema estável se 0 < K < 0,0343 ou 2,9157 < K < ∞




c) Kcr1 = 0,0343 → $-j\omega^3 + 2{,}0343\omega^2 + (20*0{,}0343+1)j\omega + 3.43 = 0$ Parte Real: $2{,}0343\omega^2 + 3.43 = 0$ => $\omega_{cr1} = 1{,}2985$

Kcr2 = 2,9157 → $-j\omega^3 + 4{,}9157\omega^2 + (20*2{,}9157+1)j\omega + 291{,}57 = 0$ Parte Real: $4{,}9157\omega^2 + 291{,}57 = 0$ => $\omega_{cr2} = 7.7935$

d) $b(s)=s^2+20s+100\,; a(s)=s^3+2s^2+s\,; roots(conv(a,[2\,2\,0])-conv(b,[3\,4\,1]))=[-28.651\ -10\ -1\ -0.349]$

Já é sabido que -1 e -10 são pontos de ramificação! São necessários mais 2 pontos de ramificação sobre o eixo real para o LGR+: um à esquerda dos zeros e um entre o polo na origem e os polos em -10 => opção IV.

e) ângulos de partida: $\sum\Psi i - \sum\phi i = 180°$ e angulos de chegada. Todos os pontos de ramificação estão sobre o eixo real, assim só teremos: 0º, 180º, ±90º (não é preciso calcular!).

ii) Esboce o LGR$^-$ ($K \leq 0$). Em particular:
 f) (0,4) pontos de ramificação: idem LGR+
 g) (0,3) ângulos de chegada: idem e)
 h) (0,3) sentido do LGR ($-\infty < K < \infty$): Sai dos zeros p/ K= $-\infty$ → polos em K=0 e termina nos zeros em K = ∞.

==============

Fórmulas

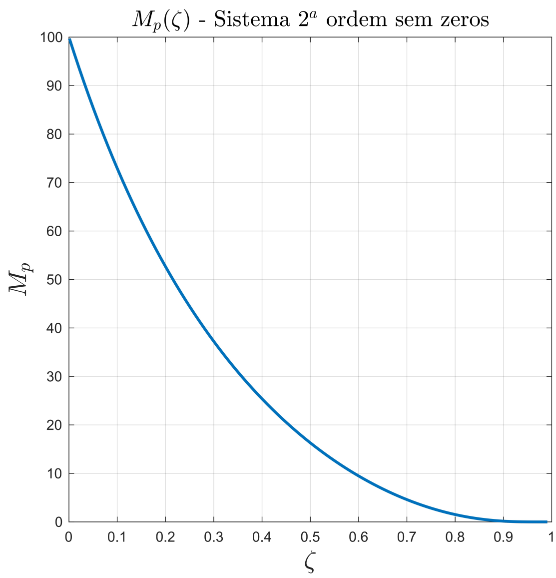
$\sigma = \zeta\omega_n$

$t_{s(2\%)} = 4/\sigma$

$t_p = \pi/\omega_d$

$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

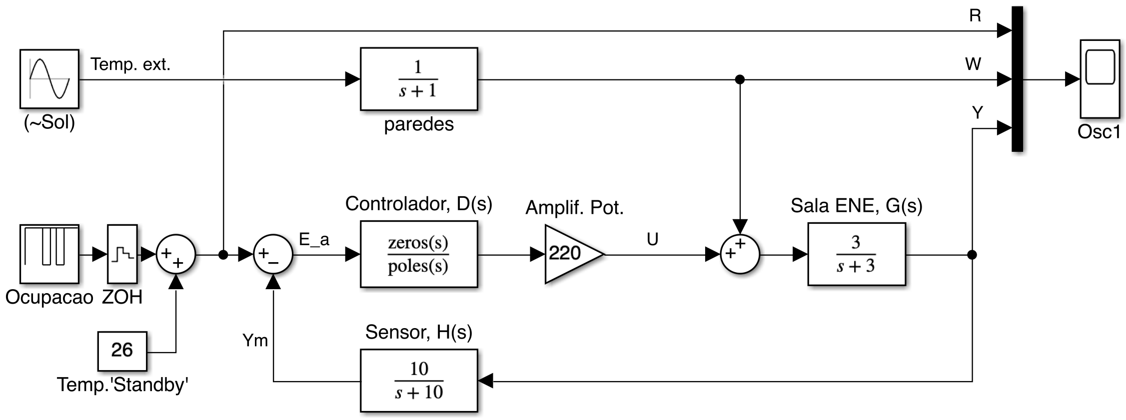
$M_p = 100 * e^{-\pi * \zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}$

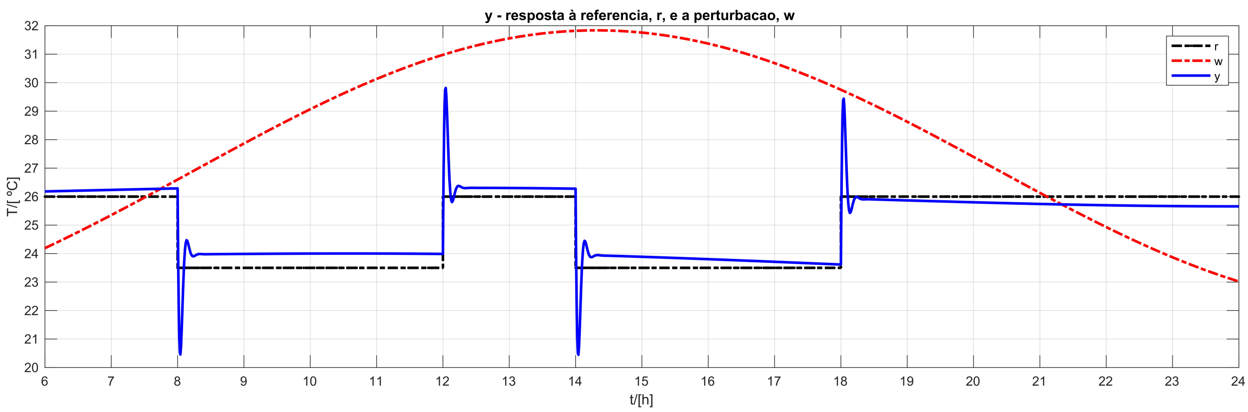


**3ª Questão:** (3,0) Projete um controlador em avanço/atraso para um ar condicionado *split inverter*, em torno do ponto de operação 23,5ºC.

Obs: Segundo a norma ISO 7730, com r = 23,5ºC, considerando-se verão, roupas leves, atividade 'aula', esperam-se 95% da turma 'confortáveis'.

Especificações:
- Tempo de acomodação a degraus de referência $t_{s,2\%} \leq 0{,}2$ h.
- Sobrepasso percentual a degraus de referência, $M_p \leq 4{,}6\%$.
- Erro ≤ 1 % em regime permanente a degraus de referência unitários, r(t).
- Erro à degraus unitários de perturbação, $e_{ss,w} \leq 1$ºC.




a) (0,5) Qual a posição do polo desejado, $s_o$, que atende às especificações transitórias? $\phi_{av}$= ?

b) (1,0) Calcule os parâmetros do controlador em avanço, $\frac{K_{av}(s+z_{av})}{s+p_{av}}$.

c) (1,0) Acrescente um controlador em atraso, $\frac{s+z_{at}}{s+p_{at}}$, para atender às especificações de erro (referência/perturbação).

d) (0,5) A simulação acima, de grandes sinais, corresponde a um projeto que atende às especificações? Por quê?

---

$$a) t_s=\frac{4}{\sigma}=0{,}2 \rightarrow \sigma=-20;\, M_p=4{,}6\% \rightarrow \zeta=0{,}7 \rightarrow acos(\zeta)=45{,}573;\, w_d=20*tand(45.573)=20{,}4 \qquad \boxed{s_0=-20+20{,}4i}$$

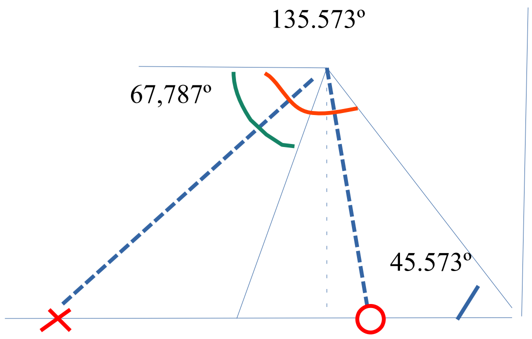
$$\phi_{av}=180-angle\left(220\frac{3}{s+3}\frac{10}{s+10}\right)*180/pi \qquad \boxed{\phi_{av}=65.919^o}$$

b) Vários projetos possíveis.
b.0) Cancelando o polo em -10; → p = -37: b.1) Cancelando o polo em -3; → p = -30.

$$K_0=\left|\left(\left((s+3)*(s+10)*(s+37)\right)/\left(220*3*10*(s+10)\right)\right)\right|=0{,}1068 \qquad D_0(s)=0{,}1068\frac{s+10}{s+37} \qquad D_1(s)=0{,}0782\frac{s+3}{s+30}$$

b.2) Método da bisseetriz. $135.573^o/2\,;\phi_b=67.787^o$

$\phi_b\pm\phi_{av}/2=\{100.746\,;34.827\}$




$\tan(100.745^o-90^o)=\dfrac{\%Delta_z}{20,4}\,;\%Delta_z=3,871\quad z_b=16,13$

$\tan(90^o-34.827)=\dfrac{\%Delta_p}{20,4}\,;\%Delta_p=29.3223\quad p_b=49.32$

$D_2(s)=0,1572\dfrac{s+16.13}{s+49.32}$

$K_2=\left|\left(\left((s+3)*(s+10)*(s+49.32)\right)/\left(220*3*10*(s+16,13)\right)\right)\right|=0,1572$

c) $e_R\le 0{,}01\ para\ R(s)=\dfrac{1}{s}\,;e_W\le 1\ para\ R(s)=\dfrac{1}{s}$. Para degraus de R e de W o sensor tem ganho unitário.

$K_{p_{av}(0;1;2)}=[0{,}1068*10/37;\ \ 0{,}0782*3/30;\ \ 0{,}1572*16.13/49.32]=[0.0289\,;0.0078\,;0.0514]$ $\boxed{K_{p_{av}2}=0.0514}$

$K_{p2}=\lim_{s\to 0}0{,}1572\dfrac{s+16.13}{s+49.32}\dfrac{660}{s+3}=11.3139$

$e_R=\dfrac{1}{1+K_{p2}}=0{,}082$ É necessário acrescentar um compensador em atraso.

Para w: $\dfrac{Y(s)}{W(s)}=\dfrac{0{,}1572\dfrac{s+16.13}{s+49.32}\dfrac{660}{s+3}}{1+0{,}1572\dfrac{s+16.13}{s+49.32}\dfrac{660}{s+3}}$ $Y_W(s)=\lim_{s\to 0}s\dfrac{1}{s}\dfrac{0{,}1572(s+16.13)*660}{(s+49.32)(s+3)+0{,}1572(s+16.13)660}=0{,}9188$

$e_W=-0{,}9188\rightarrow$ já atende especificação de erro para W.

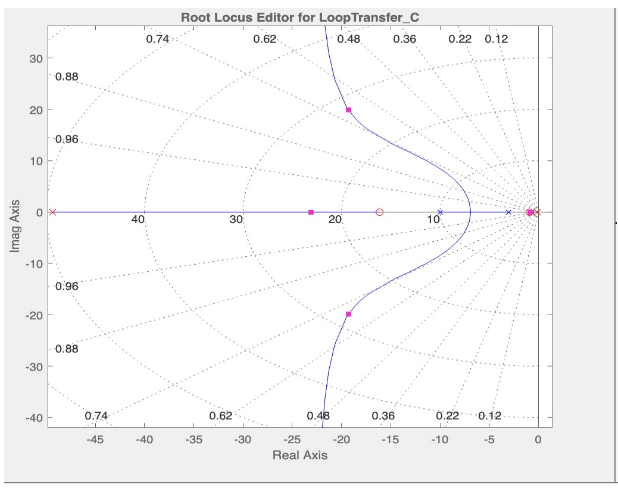
**Compensador em atraso:** $e_R=\dfrac{1}{1+K'_p}=0{,}01\,;1=0{,}01+0{,}01K'_p\rightarrow K'_p=99.\ K_{at}=\dfrac{99}{11{,}3139}\quad K_{at}=8{,}75$

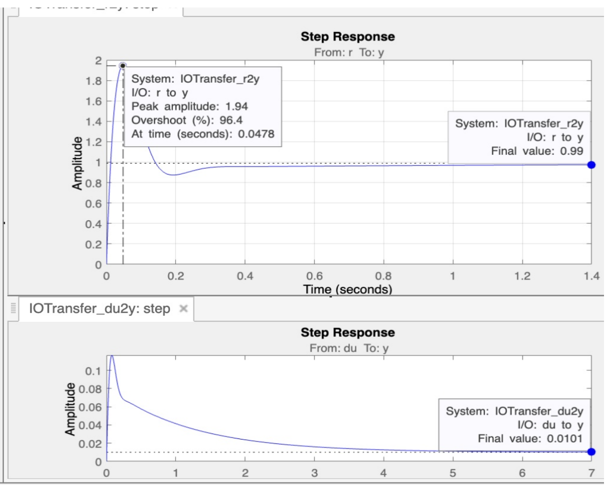
$D_{at}(s)=\dfrac{s+0{,}875}{s+0.1}\quad G(s)=\dfrac{3}{s+3}\,;H(s)=\dfrac{10}{s+10}\,;D(s)=\dfrac{0{,}1572*220(s+16.13)(s+0{,}875)}{(s+49{,}32)(s+0.1)}$

========== **Comparação:** o controlador em avanço "simples" vs método da bissetriz. Bissetriz é melhor: menor $K_{at}$

d) A simulação corresponde a um projeto que atende às especificações no LGR ($s_0$, $e_{SS}$). Mesmo assim a especificação de sobrepassa não é satisfeita. Os raios de $\zeta$=cte são para sistemas de 2ª sem zeros. Aqui 4p + 2z! $s_0$ não é dominante!!

g=tf(3,[1 3]),h=tf(10,[1 10]),d=zpk([-16.13 -.875],[-49.32 -0.1],0.1572*220); sisotool(g,d,h)



**4ª Questão:** (2,0) Considerando o processo da 3ª Questão. Selecione 4 itens, assinale V ou F. Justifique, se marcar F. Duas incorretas anulam uma correta. (Não chute! Leia, reflita e, se for o caso, faça um “educated guess”).

a) 0,5 O ar-condicionado de carros mais simples não tem indicação de temperatura. Por questões de custo, só temos um botão giratório colorido (de vermelho, quente → a azul, frio). A temperatura externa é uma perturbação não mensurada. O motorista faz o papel do sensor. Se ainda está “quente” o motorista gira o botão mais para o azul. É um sistema em malha aberta.
---
F – é malha fechada

b) 0,5 Um portão eletrônico típico é acionado por radio-frequência. Se o portão está aberto, ref = abrir. Uma chave de fim-de-curso, encerra o movimento do portão. Depois de um intervalo de tempo pré-definido o ref = fechar. Todos os portões eletrônicos fabricados por uma certa fábrica, para prédios típicos da asa-norte, terão o mesmo tempo de abertura. Isto é, trata-se de um sistema com Sensibilidade = 0, para o tempo de abertura do portão.
---
F – cada portão é diferente. Tempos diferentes. Sensibilidade = 1

c) 0,5 O eonforto termico de uma sala do ENE/FT/UnB depende do número da alunos presentes. Da mesma forma que o contra-peso de um elevador, a carga térmica considerada no projeto do controlador do ar condicionado é o número esperado de alunos. Considerando um ar-condicionado *split inverter*, controlador PI, com potência suficiente para fornecer conforto térmico a 40 alunos num dia de verão a 39ºC, aula de 14:00-15:50, e que os alunos vão chegando aos poucos, esperamos que a frequência do inverter seja maior no início da aula.
---
V – como a sala está quente, com o ar condicionado desligado no horário do almoço, precisamos uma potência maior para esfriar a sala no início da aula. Em regime permanente, a potência demandada pelo AC deve ser menor que no início.

d) 0,5 Um controlador proporcional de um aparelho de ar condicionado, implica que haverá erro em regime permanente. Como neste caso o erro é sempre positivo (e = r -y), poderiamos “simplesmente” colocar um setpoint um pouco abaixo para obtermos a temperatura desejada. Infelizmente isto só funcionaria para uma certa temperatura externa. E assim não teríamos mais um “controlador automático”.
---
F – nem para um P.O., depende também da quantidade de alunos.

e) 0,5 O projeto heurístico de controlador para um AC *split inverter*, pelo 1º método de Ziegler-Nichols, para a ocupação esperada de uma sala, para um dia típico de verão, não seria uma boa estratégia, pois um sobre-passo de 20% dificilmente seria obtido e, além do mais, um sobrepasso na climatização seria, na realidade um “under-shoot”, isto é, para um set-point de 23,5ºC teríamos um “pico” de 18.8ºC. O que representa um desperdício de energia. Neste caso (eficiência energética em climatização) respostas sem sobrepasso são sempre melhores.
---
F – Ziegler-Nichols 25%. Sempre há compromisso: velocidade de resposta x redução do consumo de energia.

f) Em automação predial é usual o “escalonamento por ocupação”. O condicionamento de ar não é desligado, com a sala vazia (e.g. meio dia), mas opere em “stand-by”. Isto é, após a aula de 10:00-11:50 o set-point é, por exemplo 26ºC. Às 13:50 o set-point passa para 23,5ºC. O que permitindo uma “retomada rápida”, economizando energia. Ligar o Ar um pouco antes da ocupação e desligar um pouco antes desocupação não otimiza o conforto térmico mas é um bom compromisso em relação ao uso eficiente da energia.
---
V