



Nome: _____ Matrícula: _____

3ª Prova – ENE0077 CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS – 2024.1

$$MF \approx 100 \zeta \quad M_p = 100 * e^{-\pi * \zeta / \sqrt{1-\zeta^2}}$$

Critério de Nyquist: $Z = N + P$ (N: Envolvimentos Horários)

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1+KG(s)} \rightarrow P - \text{polos MA, SPD}$$

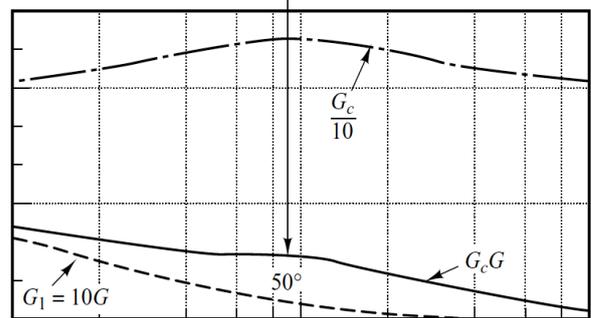
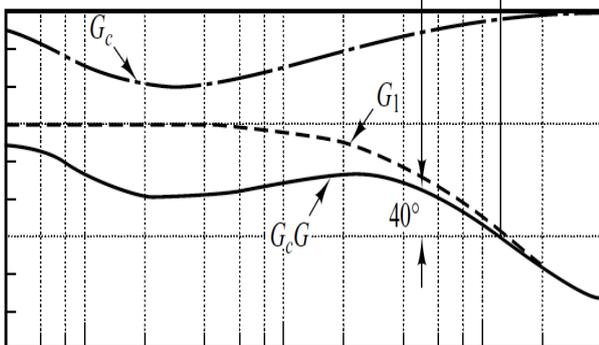
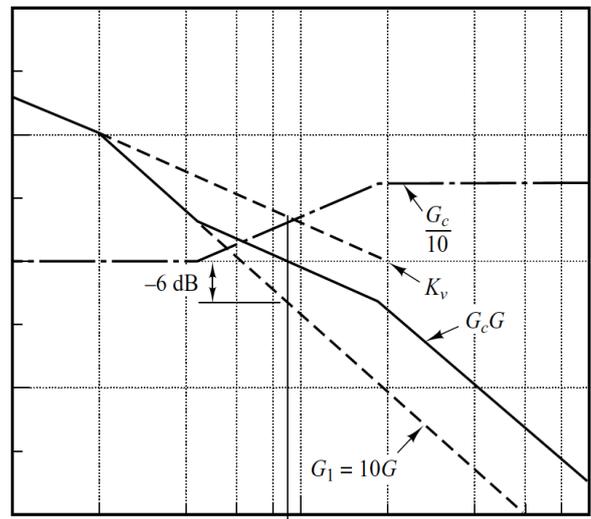
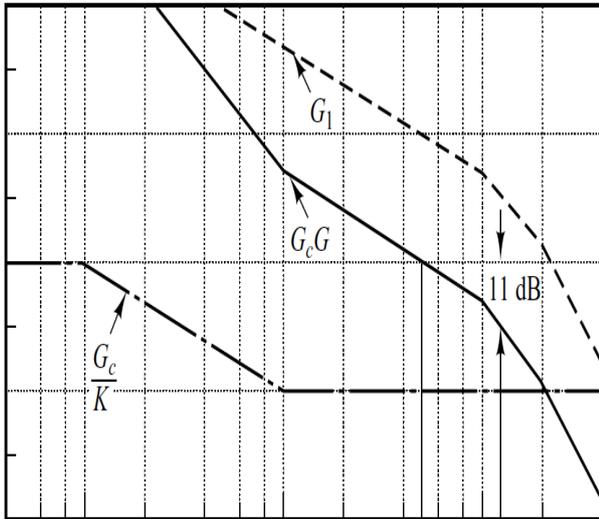
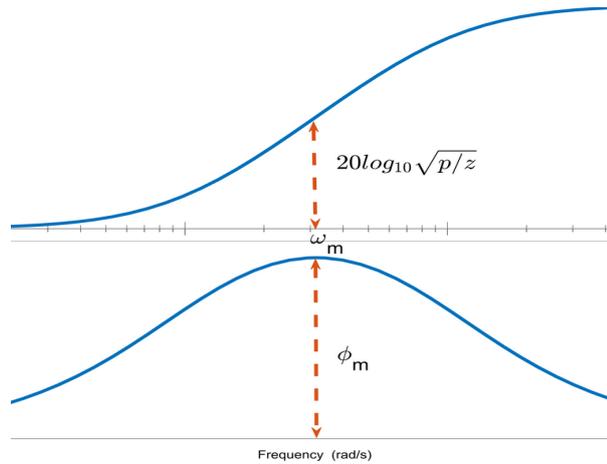
$$\rightarrow Z - \text{polos MF, SPD}$$

$$D(s) = K' \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K \frac{s+z}{s+p}$$

$$\text{fator de avanço: } \frac{1}{\alpha} = \frac{p}{z} = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$$

$$\max \angle D(j\omega) = \angle D(j\omega_m) = \phi_m$$

$$\omega_m = \sqrt{pz} = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}}$$



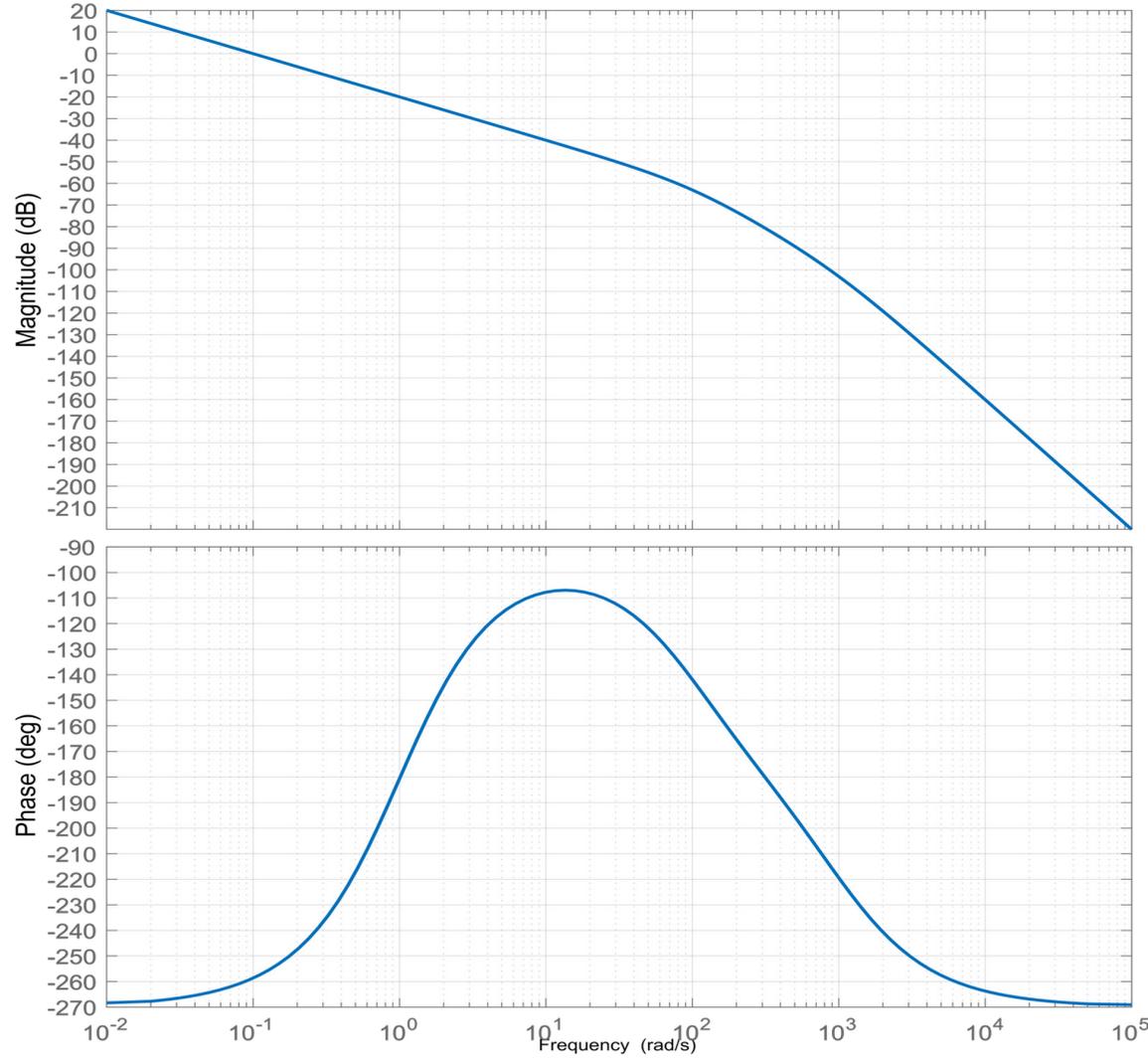
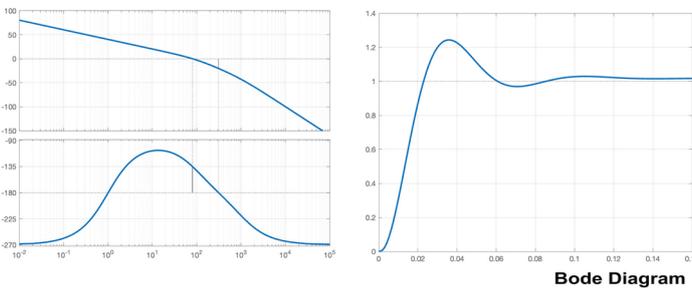
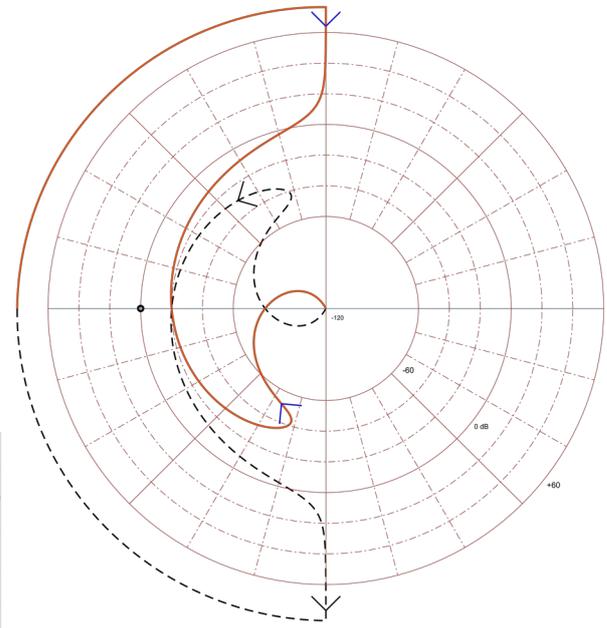
1ª Questão: (2,0) Considere a resposta em frequência $G(j\omega)$ de um sistema que tem um polo no semi-plano direito.

- a) (1,0) Esboce o diagrama de Nyquist correspondente.
- b) (0,5) Para quais valores de $-\infty \leq K \leq \infty$, $T(s) = \frac{KG(s)}{1+KG(s)}$ é estável?
- c) (0,5) Para uma Margem de Fase de 45° , com resposta estável e maior banda passante possível, qual deve ser o valor de K ?

a)
 b) ganhos (180°): -20 db e -80.5 db
 ganho abs.: 0,1 0,0001
 -1/K: $10 \leq K \leq 10.592,53$

c) MF= 45° em 80,2 rad/s $\rightarrow |G(j\omega)| = -60,3$ dB
 $K = 1.035,14$

$K_v = 10^4 * 10^{-2} = 100$ $\text{ess} = 0,01$



2ª Questão: (2,0) Considere o diagrama de Bode de um sistema que tem, em malha aberta, um polo no semi-plano direito. Assumindo-se nesta questão, que a saturação do atuador não permite aumentar a banda passante, projete um **controlador por atraso de fase**, $D_{at}(s)$, para que o sistema apresente, em malha fechada:

- Erro à rampa unitário, em regime permanente, $e_{ss} \leq 0,001$;
- Margem de Fase $\geq 45^\circ$.

- a) (0,5) Escolha, inicialmente, o ganho em baixas frequências, K_{at} , para atender a especificação de erro.
- b) (1,0) Utilizando a curva de fase do processo, acrescente um compensador em atraso, $D_{at}(s) = K_{at} \frac{s+z}{s+p}$.
- c) (0,5) Qual Margem de Ganho obtida com o projeto?

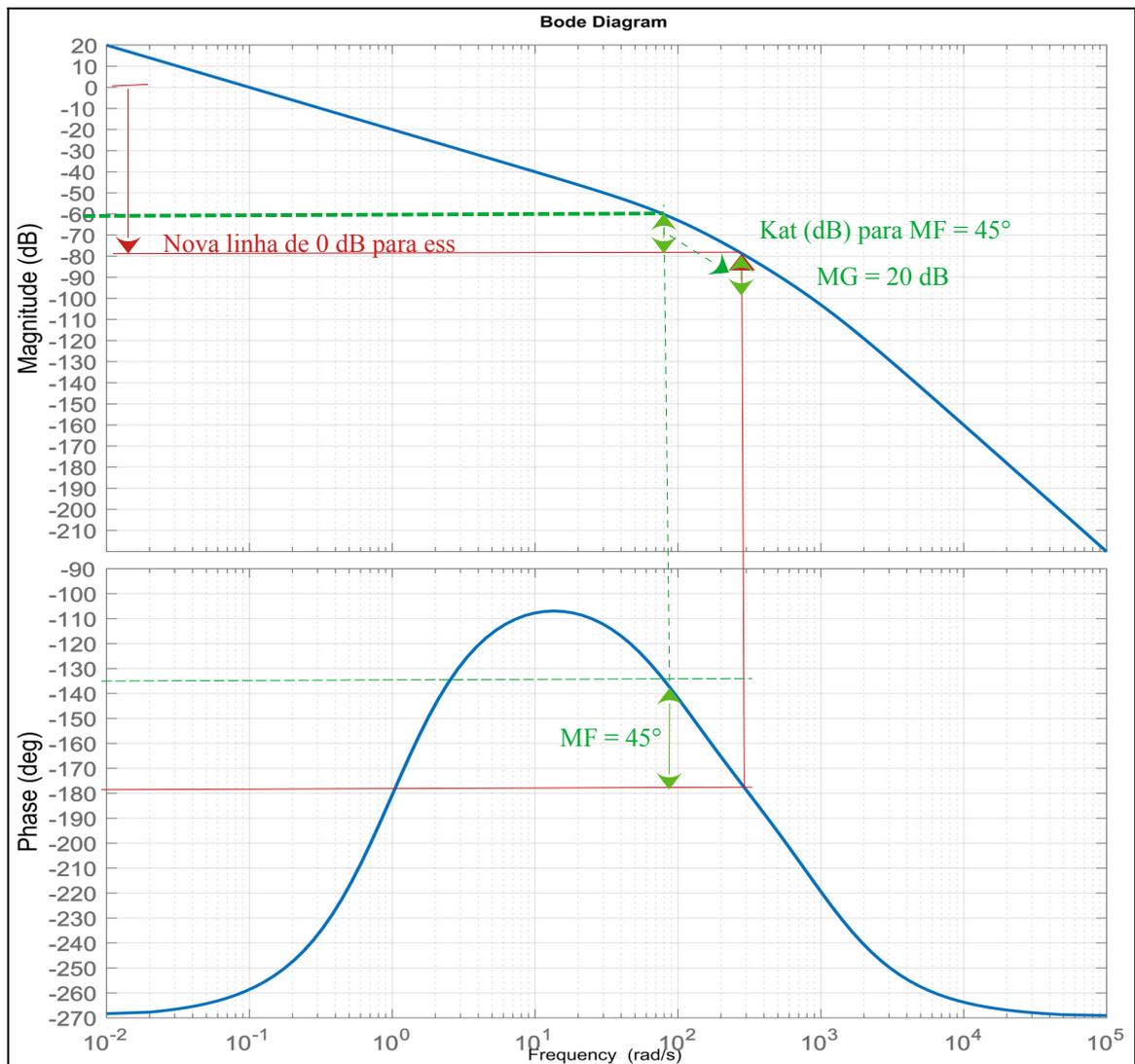
===

a) $G(s)$: $K_v: 0,01 * 10 = 0,1 \rightarrow e_{ss} = 10$; Especificação $e_{ss} \rightarrow K_v = 1000$; Ganho necessário = 10^4 (80 dB)
Esta dentro da faixa estável (da Questão 1)

b) Em 300 rad/s temos uma margem de fase de 0° . Temos 45° de MF em 80 rad/s. Assim o ganho deve ser atenuado de -20 db (0,1)

$$D(s) = 10.000 * 0,1 \frac{s+1}{s+0,1} = 1.000 \frac{s+1}{s+0,1}$$

c) Com $D_{at}(s)$ a fase de -180° ocorre em ~ 300 rad/s que corresponde a MG



3ª Questão: (4,0) Considere o mesmo sistema das questões 1 e 2, mas assumindo agora que a banda passante pode ser aumentada. Projete um **controlador por avanço de fase**, $D(s)$, para que o sistema apresente em malha fechada:

- Erro à rampa unitário, em regime permanente, $|e_{ss}| \leq 0,01$;
- Margem de Fase $\geq 45^\circ$.

- a) (1,0) Com K_{av} , para atender e_{ss} , calcule o avanço de fase necessário ϕ_{av} , com uma tolerância de 20° .
- b) (1,0) Para contrapor o ganho do compensador em avanço, obtenha ω_m , a frequência central de $D(s)$, tal que $\left|D(j\omega_m)\right|_{dB} = -\left|KG(j\omega_m)\right|_{dB}$ (frequência em que se medirá a nova MF).
- c) (1,5) Complete o projeto, calculando K , z e p . $D(s) = \frac{K(s+z)}{s+p}$.
- d) (0,5) Qual a Margem de Fase efetivamente obtida?

==== (Erro de atualização de e_{ss} . MF já atende!)

(Para a correção será avaliada a metodologia de projeto do compensador em avanço para $\phi_{av} = 20^\circ$)

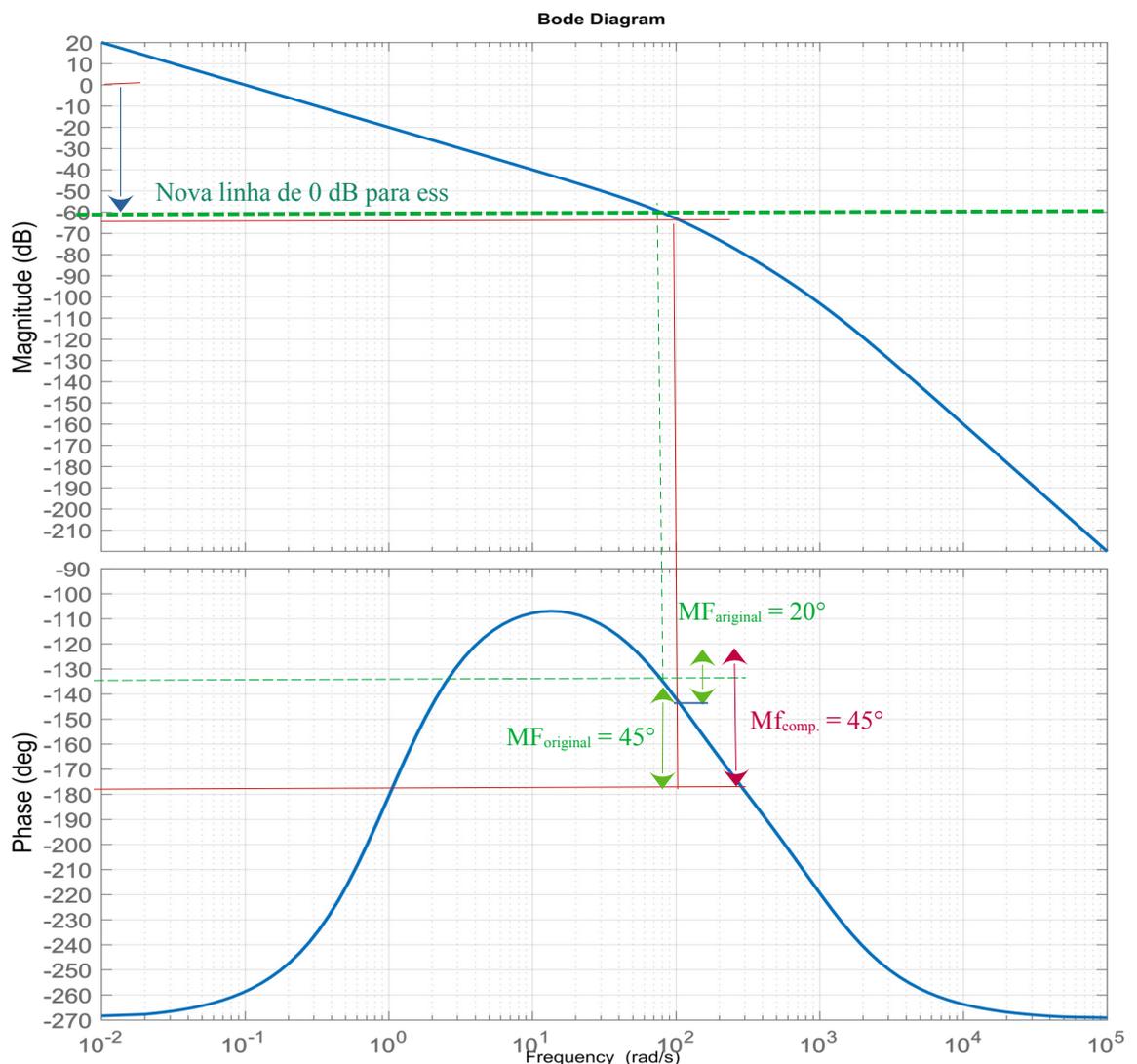
a) Precisa de ganho de 60 dB (1.000) para atender e_{ss} . Margem de Fase: $\phi_{av} = 45^\circ - 45^\circ + 20^\circ = 20^\circ$

b) fator de avanço: $\frac{1}{\alpha} = \frac{1 + \sin(20^\circ)}{1 - \sin(20^\circ)} = 2,0396$ (6,1909 dB); 3,0955 dB em $\omega_m \rightarrow \omega_m = 100 \text{ rad/s}$

c) $\omega_m = \sqrt{pz} \rightarrow \omega_m^2 = pz$; $\frac{1}{\alpha} = 2,04 = \frac{p}{z}$ $\omega_m^2 = pz$; $p = 2,04z$ $10000 = 2,04z^2$ $z = 70,014$; $p = 142,83$

$$D(s) = \frac{1000 * 142,8}{70} \frac{s+70}{s+142,8} \quad D(s) = 2040 \frac{s+70}{s+142,8}$$

d) Na frequência 100 rad/s a fase é $\sim -143^\circ$. Assim a Margem de Fase obtida é de $37^\circ + 20^\circ = 57^\circ$.



==== Houve um erro de atualização da questão 3: o projeto era para ser feito com $\text{ess} < 0,001$.

a) Precisa de ganho 10.000 para atender ess . Margem de Fase: $\phi_{av} = 45^\circ - 0^\circ + 20^\circ = 65^\circ$

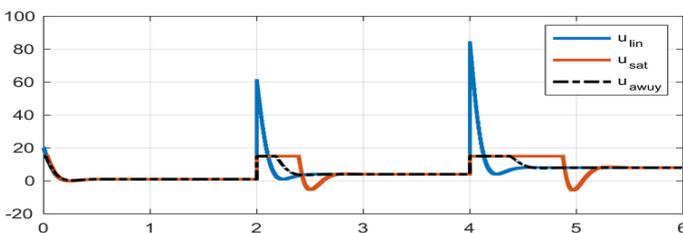
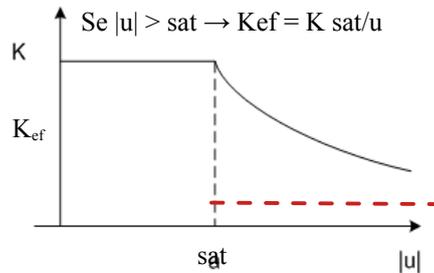
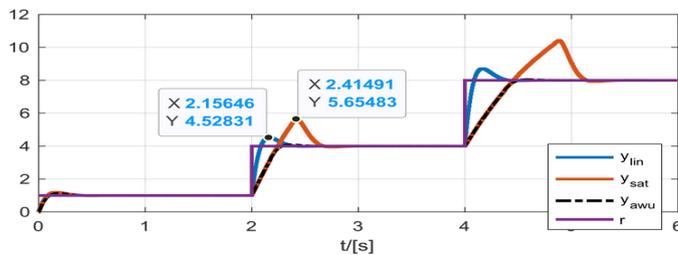
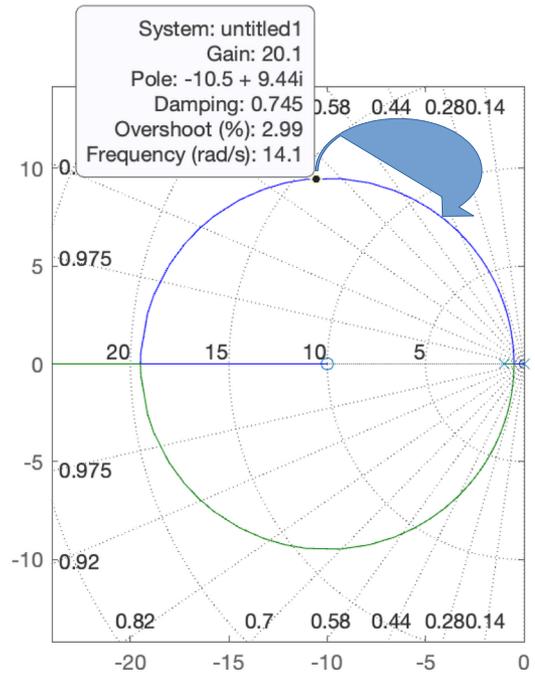
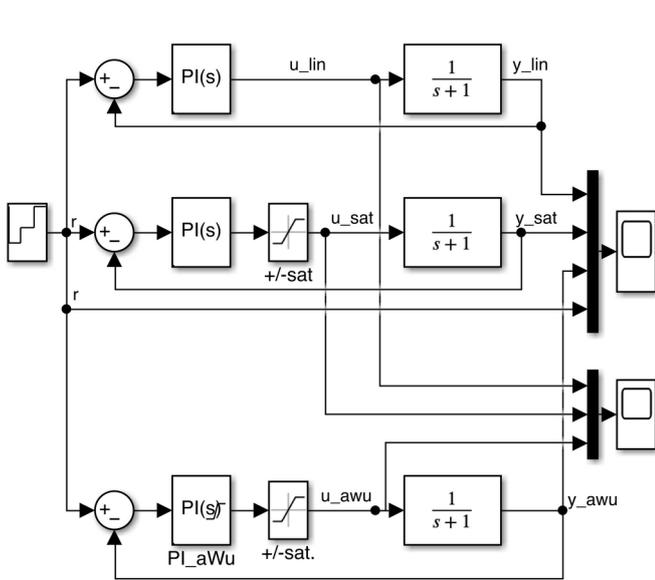
b) fator de avanço: $\frac{1}{\alpha} = \frac{1 + \text{ind}(41^\circ)}{1 - \text{ind}(41^\circ)} = 20.34 \quad (26.17 \text{ dB}); 13,08 \text{ dB em } \omega_m \rightarrow \omega_m = 700 \text{ rad/s}$

c) $\omega_m = \sqrt{pz} \rightarrow \omega_m^2 = pz; \frac{1}{\alpha} = 20,34 = \frac{p}{z} \quad \omega_m^2 = pz; p = 20.34 z \quad 490000 = 20.34 z^2$
 $z = 155,2; p = 3.157$

$$D(s) = \frac{10.000 * 3.157}{155,2} \frac{s+155,2}{s+3.157} \quad D(s) = 203.415 \frac{s+155,2}{s+3.157}$$

d) Na frequência 700 rad/s a fase é -205° . Assim a Margem de Fase obtida é de $65^\circ - 25 = 40^\circ$.

4ª Questão: (2,0) Todos os sistemas de controle do “mundo real” estão sujeitos à saturação do atuador. No projeto linear de controladores escolhem-se referências que evitam a saturação. Há porém uma forma simples de aumentar a faixa de trabalho de controladores sujeitos à saturação: parar o canal integral enquanto o sinal do atuador estiver saturado, conforme ilustrado nas figuras a seguir. (Mecanismo conhecido como *Anti-Windup* – em analogia a evitar enrolar demais e depois desenrolar um carretel).



Considere os gráficos do controle linear, PI e PI-anti-Windup do processo $1/(s+1)$, com $K_p=20$, $K_i=200$, $sat=15$.

Assinale V/F. Justifique, se for o caso, todos os aspectos falsos.

a) Tanto o controlador Liga-Desliga quanto o PI com Anti-Windup apresentam chaveamento da lei de controle. Ambos seguem a referência sem erro em regime permanente.

F – O controlador liga-desliga (com histerese) não chega propriamente ao valor final. Oscila entre os pontos de chaveamento. Mesmo com intervalo diferencial simétrico, o valor médio será diferente da referência (curvas ascendente e descendente seguem a respostas de malha aberta e não são simétricas).

b) Tendo em vista o processo $1/(s+1)$, o máximo valor de saída é sat , para qualquer valor de referência, $r(t)$. Para um processo de 2ª ordem, $A\omega_n^2/(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)$, temos que $A sat$ será o valor máximo que obtemos na saída $y(t)$.

F – o sistema subamortecido ultrapassa ultrapassa $A sat$.

c) O Lugar Geométrico das Raízes mostra a posição dos polos de um sistema em malha fechada em função do ganho de malha. Para sistemas “do mundo real”, na saturação, temos um ganho efetivo menor (K_{ef}), o que explica, para alguns sistemas, o sobrepasso maior. Na figura temos um sobrepasso de $(4,52831-4)/4$ para o caso linear enquanto o sobrepasso é de $(5,65483-4)/4$ para o controlador PI com saturação.

F – O degrau em questão tem amplitude 3, sobrepassos: $(4,52831-4)/3$ e $(5,65483-4)/3$.

d) O tempo de subida, t_r , controlador PI e do PI com anti-windup são idênticos. No entanto o sobrepasso e o tempo de acomodação são muito diferentes. O canal integral do controlador PI, na saturação, acumula um erro “fictício” (pois $u(t)$ calculado não chega ao processo) e demora a voltar para ao regime “normal”, uma vez que o acumulado no integrador precisa ser “desacumulado”.

V – Descreve a operação do Anti-Windup.