



ENE/FT/UnB

Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília
Prof. Adolfo Bauchspiess

Prova individual, sem consulta. Não separar as folhas.
Só é permitido o uso de **calculadora científica básica**.

(Números complexos & funções trigonométricas)

BT-25/15, 18/07/2025, 7³⁰-10³⁰

Resolução 3ª Prova – ENE0077 CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS – 2025.1

Nome: _____ Matrícula: _____

Formulário:

$$\omega_m = \sqrt{pz} = \frac{1}{\sqrt{\alpha} T}$$

$$MF \approx 100 \zeta \quad M_p = 100 * e^{-\pi * \zeta / \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

$$D(s) = K' \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K \frac{s+z}{s+p}$$

$$\text{fator de avanço: } \frac{1}{\alpha} = \frac{p}{z} = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$$

$$\max \angle D(j\omega) = \angle D(j\omega_m) = \phi_m$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1+KG(s)} \quad G(s) = -\frac{1}{K}$$

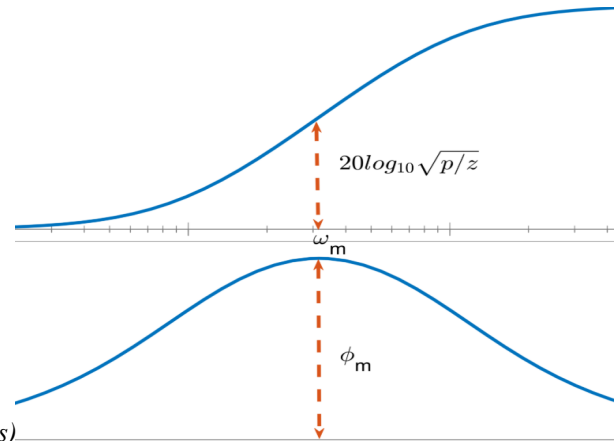
Critério de Nyquist: $Z = N + P$ (N : Envolvimentos Horários)

$$\zeta = \frac{-\ln\left(\frac{M_p}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{M_p}{100}\right)}}$$

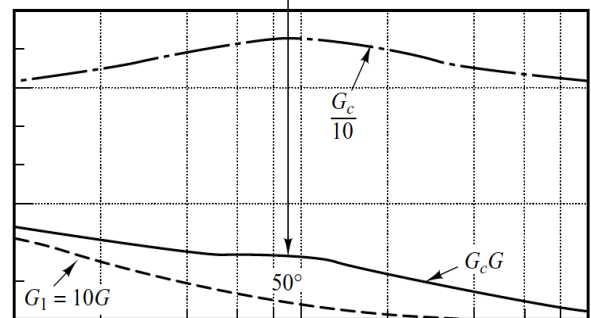
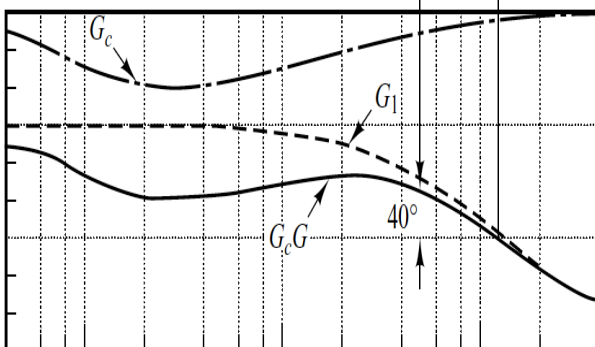
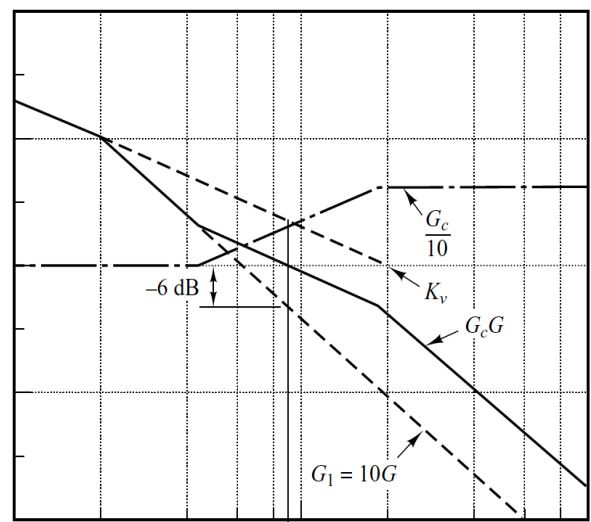
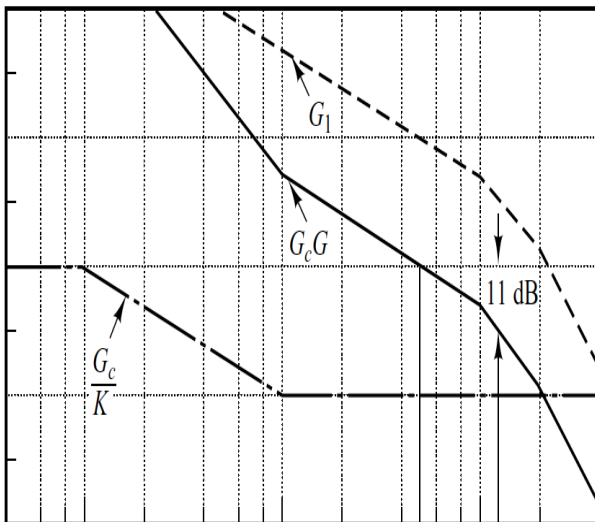
$$t_{s(2\%)} = 4/\sigma$$

$$t_{r(10\% - 90\%)} \approx 1.8/\omega_n \quad (\text{para } 0,3 \leq \zeta \leq 0,8)$$

$$t_p = \pi/\omega_d$$



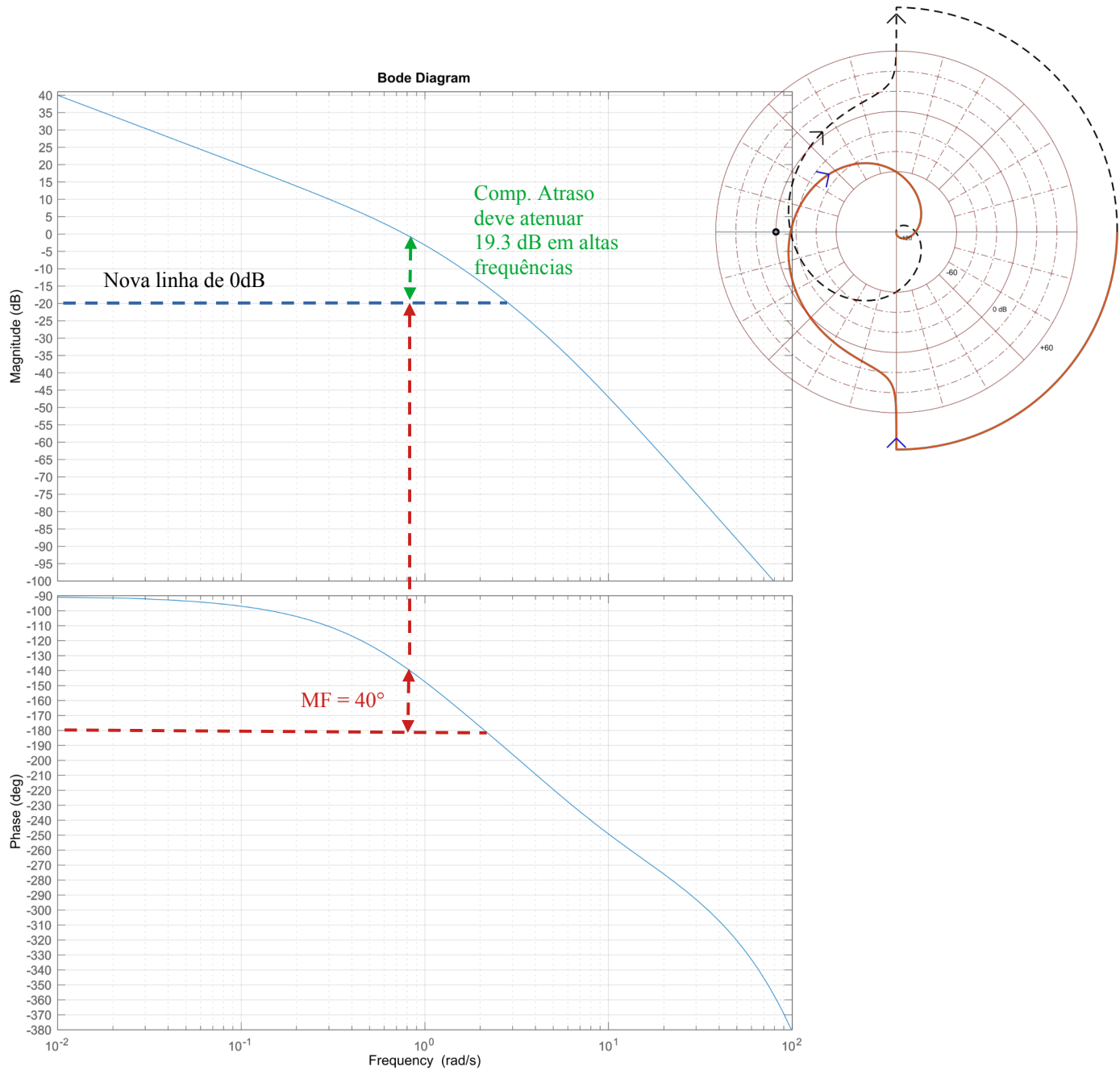
Frequency (Rads)
→ Z – polos MA, SPD
→ Z – polos MF, SPD



1ª Questão: (2,5) Considere a operação em malha fechada do seguinte sistema com atraso de transporte (e^{-jsT_a}).

a) (0,5) Ajuste agora a linha de 0 dB para que o sistema tenha $K_v = 10$.

b) (2,0) Acrescente um controlador em atraso, $K(s+z)/(s+p)$, para que a Margem de Fase, MF = 40°.



a) (0,5) $K'_v = 100 \cdot 0,01 = 1$; Para que $K_v = 10 \rightarrow$ Ganho de 20 dB em baixas frequências.

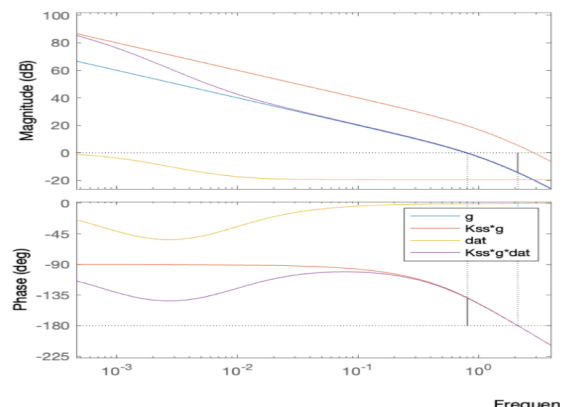
b) 40° de fase ocorrem em 0,824 rad/s $\rightarrow$ O compensador em atraso deve manter o ganho em baixas e atenuar as altas em 19.3 dB (9.23)
Zero em 0.00824 rad/s (0.824/100) e polo em 0.00824/9.2257 =

$$8.93e-4 \quad D(s) = 10 \cdot 0.1084 \frac{s+0.00824}{s+8.93e-4} = 1.084 \frac{s+0.00824}{s+8.93e-4}$$

Com zero em 0.0824 rad/s (0.824/10) e polo em 0.0824/9.2257 =

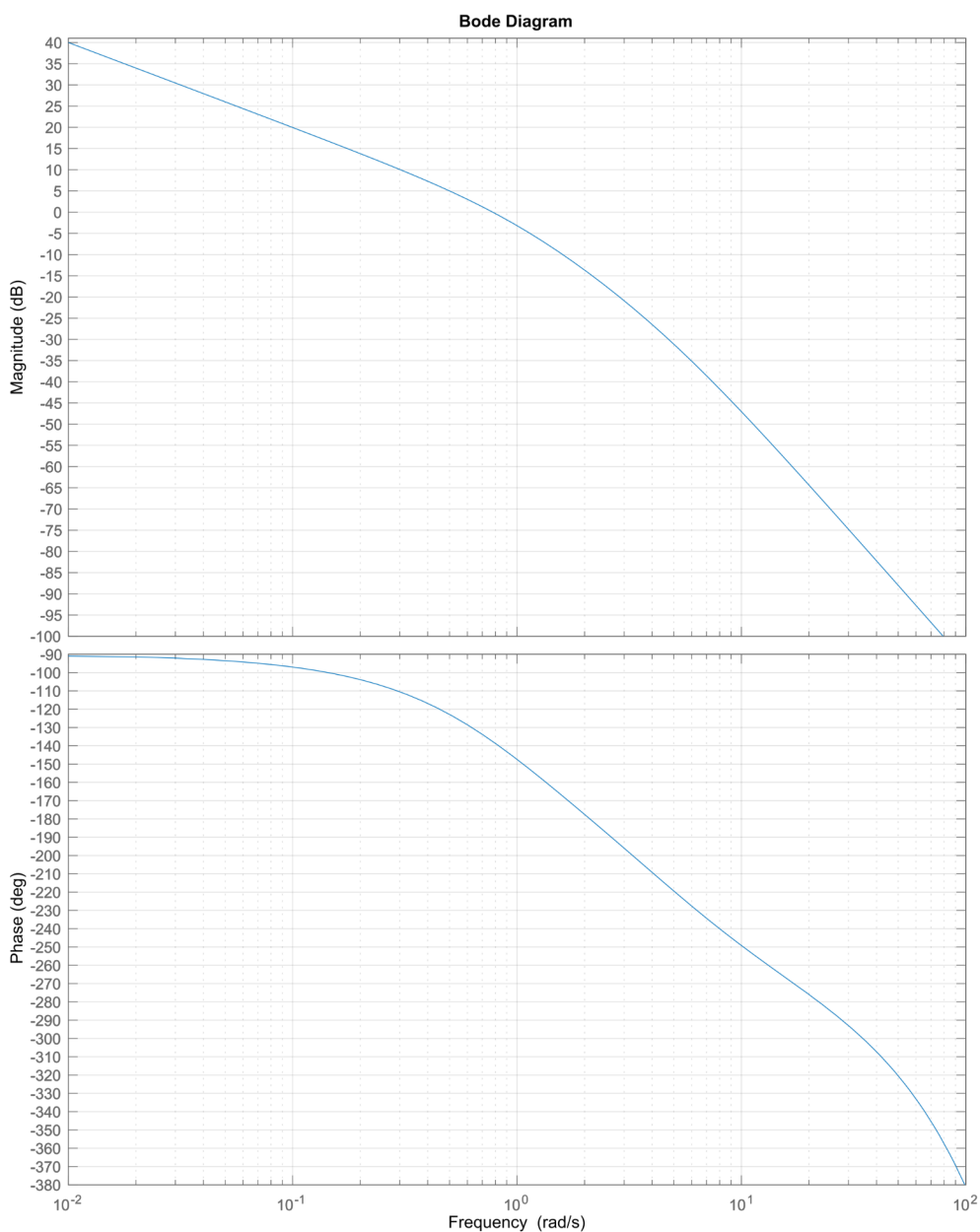
$$8.93e-3 \quad D(s) = 10 \cdot 0.1084 \frac{s+0.0824}{s+8.93e-3} = 1.084 \frac{s+0.0824}{s+8.93e-3}$$

(0,5- $w=0.824$, $K=19.3$ 0,5- $z=0.008$ 0,5- $p=8.9e-3$ 0,5-ganho=1.084)



2ª Questão: (3,0) Considere o diagrama de Bode de um sistema que não tem polos no semi-plano direito. Projete um controlador por avanço de fase, $D(s)$, para que o sistema apresente, em malha-fechada:

- i) Margem de Fase $\geq 40^\circ$.
 - ii) $E_{ss} \leq 0,1$ a uma rampa unitária de referência.
- a) (0,5) Utilizando o ganho, K , para atender ao E_{ss} , calcule o avanço de fase necessário ϕ_{av} , incluindo uma tolerância de 20° .
 - b) (0,5) Para contrapor o ganho do compensador em avanço, obtenha ω_m , a frequência central de $D(s)$, tal que $|D(j\omega_m)|_{dB} = -|KG(j\omega_m)|_{dB}$.
 - c) (1,0) Complete o projeto, calculando K , z e p . $D(s) = \frac{K_{av}(s+z)}{s+p}$.
 - d) (0,5) Qual a Margem de Fase efetivamente obtida?
 - e) (0,5) Qual o sobrepasso percentual obtido por este projeto, $Mp\%$?



a) (0,5) (Da Questão 1 já sabemos...) e $\leq 0,1 \rightarrow$ atual $K_v = 100 \cdot 0.01 = 1$; $\rightarrow K=10$ (20dB)

0 dB em 2.85 rad/s $\rightarrow$ Fase = -194° . $\phi_{av} = 40^\circ + 14^\circ + 20^\circ = 74^\circ$

b) (0,5) fator de avanço $\frac{1}{\alpha} = \frac{1 + \sin(74^\circ)}{1 - \sin(74^\circ)} = 50.6285$ (34.0879 dB) Comp. avanço terá $\rightarrow 17.0438$ dB em ω_m

ganho de $G(s) = -17$ dB em $\omega_m = 6.53$ rad/s

c) (1,0) $\omega_m = \sqrt{pz} \rightarrow \omega_m^2 = pz; \frac{1}{\alpha} = 50.63 = \frac{p}{z} \quad \omega_m^2 = pz; p = 50.63 z \quad 42.64 = 50.63 z^2$

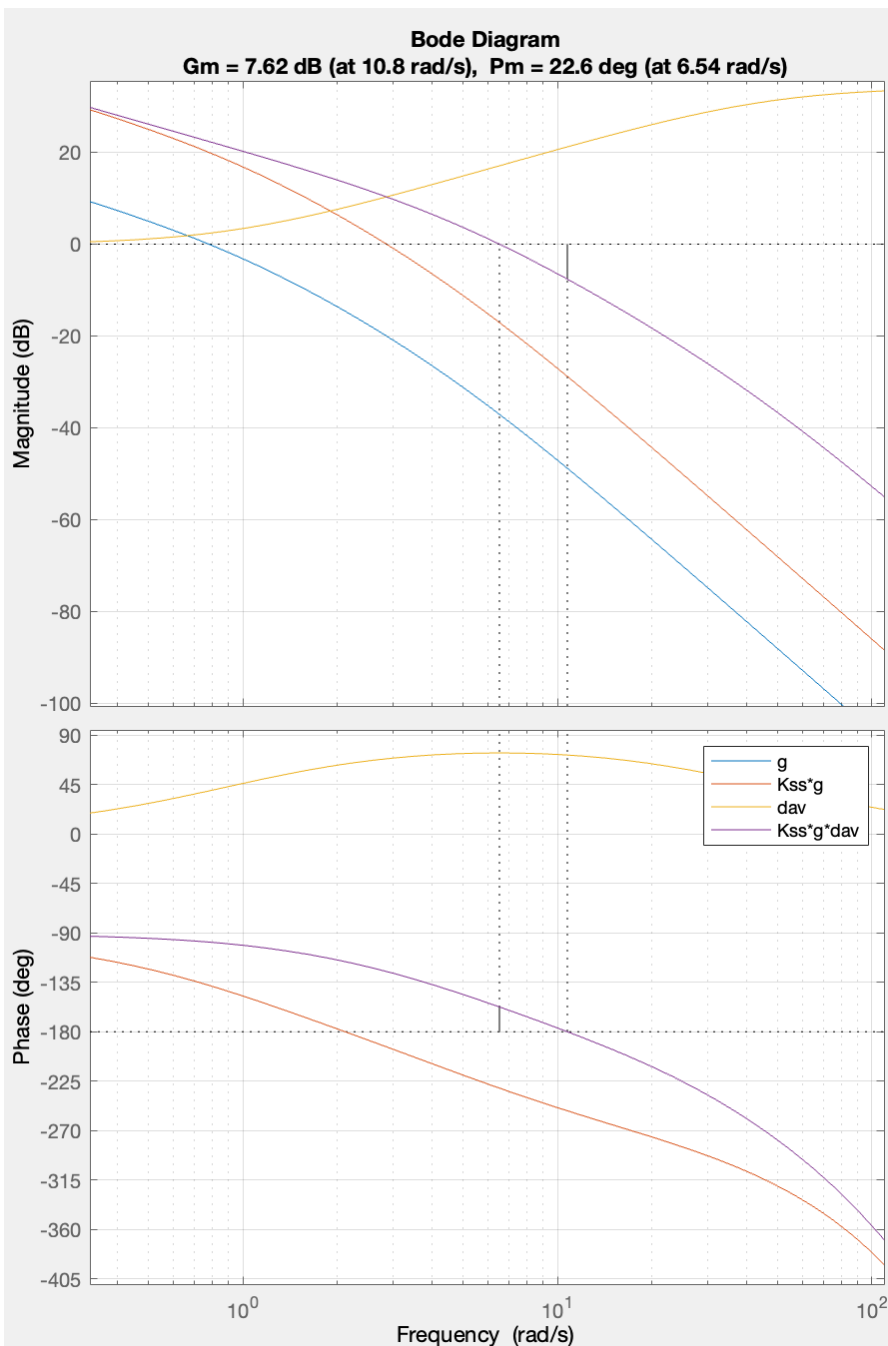
$z = 0.9177; p = 46.46$

$$D(s) = 10 \cdot 50.63 \frac{s + 0.9177}{s + 46.46}$$

$\frac{1}{\alpha} = \frac{1 + \sin(77^\circ)}{1 - \sin(77^\circ)} = 77 \rightarrow 37.7$ dB $\rightarrow -18.86$ dB em 7 rad/s

$\omega_m^2 = pz = 49; \frac{p}{z} = 77 \quad 49 = 77 z^2 \quad \omega_m^2 = pz; p = 77 z \quad z = 0.7977; p = 61.425 \quad D(s) = 770 \frac{s + 0.7977}{s + 61.425}$

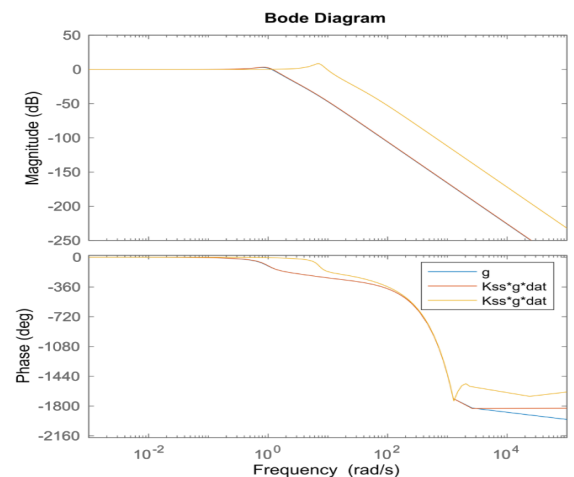
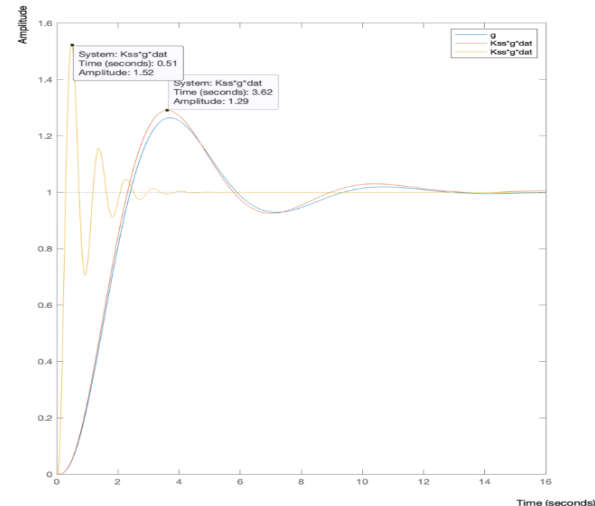
$\omega_m^2 = pz = 64; \frac{p}{z} = 77 \quad 64 = 77 z^2 \quad \omega_m^2 = pz; p = 77 z \quad z = 0.9117; p = 70.1997 \quad D(s) = 770 \frac{s + 0.9117}{s + 70.1997}$



d) (0,5) Na freq. 6,53 rad/s a fase do processo é -231° e a fase do controlador é de 77° , assim a MF obtida é de 23° .

e) (0,5) (MF $\sim 100\zeta$) $\zeta = 0.25$ Que corresponde a um $Mp\% = 100 \cdot \exp(-\pi \cdot 0.25 / \sqrt{1 - 0.25^2}) = 47.59\%$

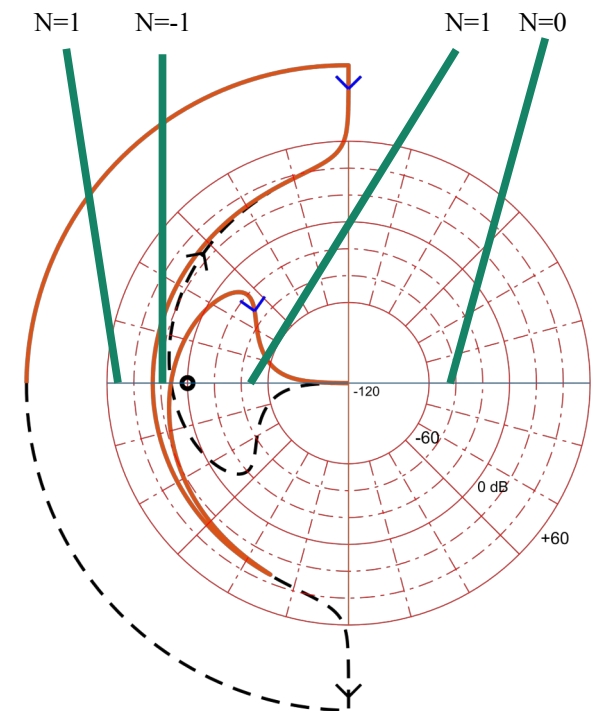
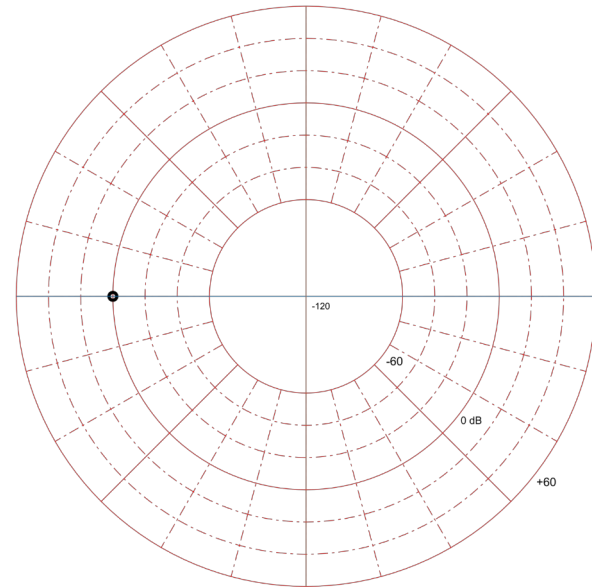
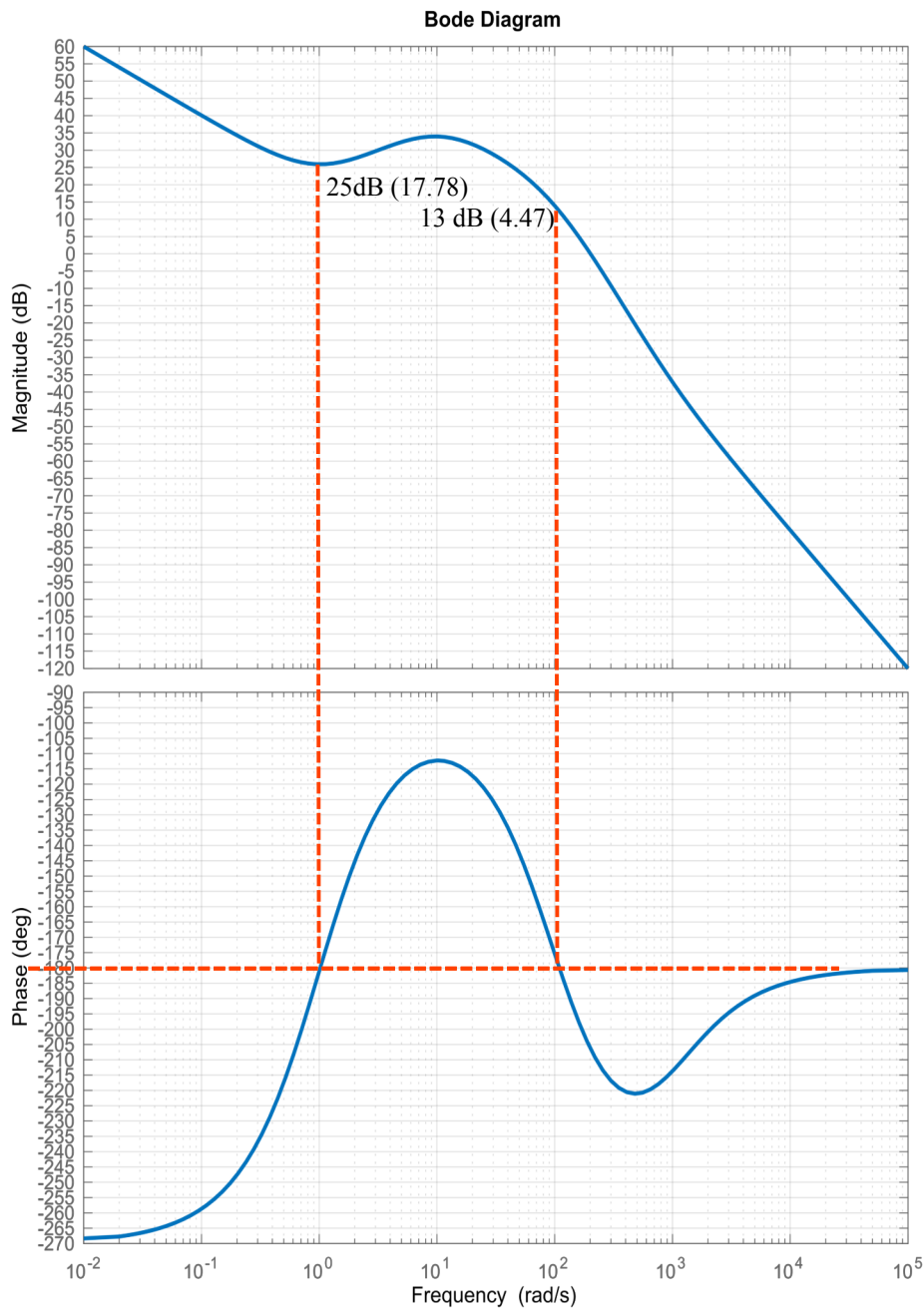
Obs: Atraso, MF = 40° , $Mp\% = 25.38\%$. Em ambos os casos, o sobrepasso do sistema simulado, ver fig., é maior.



3ª Questão (2,5) O seguinte sistema em malha aberta, $G(j\omega)$, tem um polo no semi-plano direito.

a) (1,0) Esboce o diagrama de Nyquist.

b) (1,5) Este sistema é estável em malha fechada para quais valores de ganho $-\infty < K < \infty$?



```
a) g3=zpk([-1 -1 -1000],[0 10 -10 -100 -100],10000), figure(31), margin(g3),
figure(32), nyqlog(g3);
figure(33),step(feedback(0.0563*g3,1),feedback(0.2239*g3,1))
```

Estável: $N = -1 \rightarrow Z = N + P = 0 \quad 0.0562 \leq K \leq 0.2239$

$K_{cr1} = 1/17.78 = 0.0562 \quad K_{cr2} = 1/4.47 = 0.2239$

4ª Questão: (2,0) Considerando o projeto de controladores dinâmicos, marque V ou F, caso julgue os seguintes itens Verdadeiros ou Falsos. Todos os aspectos falsos devem ser sublinhados e justificados (0,3/0,5).

a) V - O avanço de fase máximo que pode ser obtido por um compensador em avanço de fase no domínio da frequência nunca chega a 90° . Por outro lado, um avanço de 120° pode, sempre, ser obtido no LGR.

b) F - Uma diferença essencial entre o projeto de controladores no LGR e no domínio- ω está na disponibilidade, ou não, de um modelo paramétrico do processo. O modelo no domínio- ω é geralmente obtido por um procedimento experimental de identificação da resposta em frequência. Todas as características mais relevantes de um projeto no LGR: estabilidade, erro em regime permanente, margem de fase e sobrepasso também estão disponíveis no domínio da frequência.

--- Margem de Fase não é utilizada no LGR.

c) F - Um controlador em avanço-atraso pode sempre ser implementado, de forma passiva, apenas com resistores e capacitores. Observando-se que não haja carregamento entre os módulos em avanço, em atraso e o atuador.

i) *Para que não haja carregamento é necessário um seguidor de tensão entre o compensador em avanço e em atraso.*

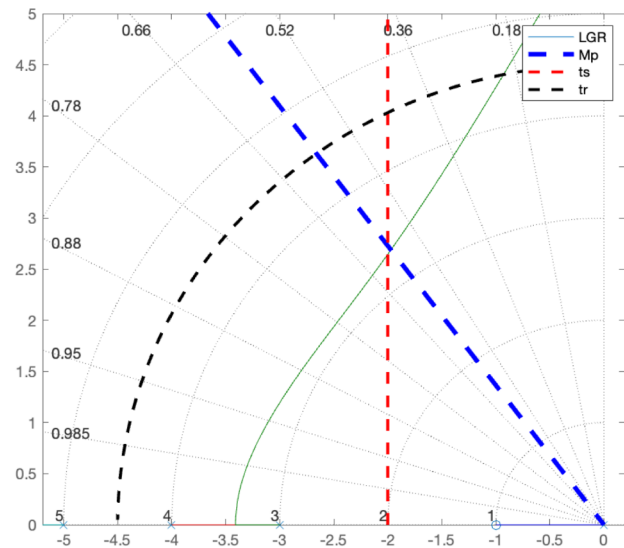
ii) *Normalmente estes compensadores precisam de um ganho em baixas frequências para atender à especificação de erro, e este ganho maior que 1 necessita de um AmpOp.*

d) V - A implementação de controladores em microcontroladores, e.g. ESP32, “resolve” o problema da tolerância dos componentes eletrônicos comerciais (R e C, 5% na série E24: $[10,12,15,18,22,27,33,39,47,56,68,82] \cdot 10^x$) utilizados em controladores analógicos. Mas mesmo neste caso, com precisão de ADC de 12 bits é necessária uma instrumentação analógica para adequar a saída do microcontrolador à entrada do processo, e.g., corrente suficiente e níveis de tensão, $[0.0V \ 3.2V] \rightarrow [-12V \ +12V]$, para um motor CC.

5ª Questão: (2,0) Projete um controlador $D(s)$ no LGR para que o sistema $G(s) = \frac{s+1}{(s+3)(s+4)(s+5)}$, em realimentação unitária, $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{D(s)G(s)}{1+D(s)G(s)}$ atenda às seguintes especificações:

- i) Sobrepasso percentual, $M_p \leq 10\%$.
- ii) Tempo de acomodação, $t_{s2\%} \leq 2$ s.
- iii) Tempo de subida $t_{r10\%-90\%} \leq 0,4$ s.
- iv) Erro $e_{ss} = 0,0$ para degraus de referência.

- a) (0,4) Escolha a posição do polo dominante s_0 , para que todas especificações transitórias sejam atendidas. (inclua nos cálculos, $1/s$, caso necessário).
- b) (0,2) Escolha um controlador (P, PD, PI, PID, Avanço) que permita atender, também, a especificação e_{ss} .
- c) (1,4) projete $D(s)$, polos, zeros e ganho.



a) $M_p = 10\% \rightarrow \zeta = 0,5912 \rightarrow \beta = \arccos(\zeta) = 53.76^\circ$
 $\omega_d = \sin \beta \cdot \omega_n = 3.6295$; $\sigma = \cos \beta \cdot \omega_n = 2.66$; $s_0 = -2.66 + 3.6295j$

b) $s = -2.66 + 3.6295j$; $180 - \angle((s+1)/((s+3)(s+4)(s+5))) \cdot 180/\pi = \phi_{av} = 43.2332^\circ \rightarrow \text{PI}$

c) $\tan \phi_{av} = 3.6295/\Delta \Rightarrow \Delta = 3.8605 \rightarrow z = -6.52$

$s = -2.66 + 3.6295j$; $K = \text{abs}((s+3)(s+4)(s+5)/((s+1)(s+6.52))) = 12.96$

$$D(s) = 12.96 \frac{(s+6.52)}{s}$$