

# Comunicações Digitais

## Lista de Exercícios 5 Comunicações Digitais em Sistemas com Distorção Linear

Prof. André Noll Barreto

### Exercício 1 (Lathi, 4a Ed., Ex.13.1-1, 13.2-1)

Um sistema QAM com taxa de símbolos igual a 1 Mbauds emprega pulsos  $p(t)$  de cosseno levantado com fator de roll-off igual a 0,5 em uma portadora de frequência 2,4GHz.

- derive o pulso em banda base resultante  $q(t)$  quando a resposta impulsional do canal for  $0,95 \delta(t) - 0,3 \delta(t - T_s/2)$
- verifique se o diagrama do olho está aberto para transmissão QPSK se a saída do canal for amostrada em  $t = kT_s$ . (verifique qual é o pior caso possível de interferência e veja se o sinal amostrado ainda está do lado certo do limiar de decisão)
- determine o filtro casado ótimo para o pulso em banda base equivalente resultante na saída do canal.
- determine a função de transferência discreta equivalente  $H(z)$  entre os símbolos amostrados na saída em  $t = kT_s$  e os símbolos QAM de entrada.

### Exercício 2 (Lathi, 4a Ed., Ex.13.2-2 e 13.2-3)

Em um sistema QAM digital, o pulso em banda base recebido é dado por  $q(t) = \Delta\left(\frac{1}{2T_s}\right)$ , e o ruído do canal é branco e gaussiano com densidade espectral de potência  $\frac{N_0}{2}$  na entrada do filtro casado de recepção.

- Encontre a densidade espectral de potência do ruído  $w(t)$  na saída do filtro casado.
- Ache a média e a variância do ruído amostrado  $w(kT_s)$  na saída do filtro casado.
- Determine se as amostras  $w(kT_s)$  são independentes.

Suponha agora que em vez de um filtro casado, seja utilizado um filtro de raiz-quadrada de cosseno levantado na recepção.

- Repita os itens (a), (b) e (c) para este filtro.
- Qual a diferença entre os receptores MLSE com os dois filtros?

### Exercício 3 (Lathi, 4a Ed., Ex.13.3-1, 13.3-2, 13.3-3, 13.3-4)

Em um sistema BPSK o canal equivalente discreto em banda base é descrito por

$$H_1(z) = 1 + 0,6z^{-1}$$

Supondo que o ruído seja Gaussiano aditivo e branco com D.E.P  $N_0/2$  e razão  $E_b/N_0 = 18$ ,

- ache a probabilidade de erro se o sinal recebido não for equalizado;
- ache a probabilidade de erro se o sinal amostrado passar por um equalizador *zero-forcing* antes da decisão;
- Repita os itens anteriores para um canal  $H_2(z) = 1 + 0,9z^{-1}$ .
- Compare os resultados da probabilidade de erro nos dois canais, e justifique a diferença.
- Projete um equalizador MMSE com 6 *taps* e determine o erro quadrático médio mínimo. Qual seria o erro quadrático médio se fosse empregado o equalizador *zero-forcing*?

# Comunicações Digitais

## Exercício 4 (Lathi, 4a Ed., Ex.13.4-1, 13.4-2, 13.4-3, 13.4-4)

Em um sistema amostrado fracionalmente no receptor a frequência de amostragem é escolhida como  $2/T_s$ . As respostas dos dois subcanais amostrados são

$$H_1(z) = 1 + 0,9z^{-1}$$

$$H_2(z) = -0,3 + 0,5z^{-1}$$

O ruído é branco Gaussiano com amostras independentes nos dois canais e variância  $\sigma_w = 0,2$ .

Os símbolos de entrada pertencem a uma constelação 4-PAM com amplitudes  $(\pm 1, \pm 3)$ .

- Mostre que  $F_1(z) = 0,3$  e  $F_2(z) = 1$  formam um equalizador zero-forcing.
- Mostre que  $F_1(z) = 1$  e  $F_2(z) = -1,8$  também formam um equalizador zero-forcing.
- Determine qual dos dois equalizadores ZF tem melhor desempenho?
- Ache os equalizadores ZF com atrasos  $u = 0, 1$  e  $2$  quando os filtros de equalização têm a forma  $F_i(z) = f_i[0] + f_i[1]z^{-1}$ ,  $i = 1, 2$ .
- Para cada um dos três equalizadores dos itens (a), (b) e (d), ache a distribuição do ruído na saída.
- Determine a probabilidade de erro de símbolo na saída dos equalizadores.
- Ache os equalizadores FSE-MMSE com atrasos  $u = 0$  e  $1$ , quando cada equalizador tem ordem 0, ou seja,  $F_i(z) = f_i[0]$ .
- Ache os equalizadores FSE-MMSE com atrasos  $u = 0, 1$  e  $2$  quando cada equalizador tem ordem 1, ou seja,  $F_i(z) = f_i[0] + f_i[1]z^{-1}$ .

## Exercício 5 (Lathi, 4a Ed., Ex.13.6-1)

Em um equalizador DFE com sinalização polar binária o filtro de equalização tem uma saída dada por

$$d[k] = x_{k-2} + 0,8x_{k-3} + w[k],$$

em que  $w[k]$  é um ruído branco Gaussiano com variância 0,04.

- Determine os coeficientes do filtro de realimentação.
- Encontre a probabilidade de erro de bit quando as decisões realimentadas não apresentam erro.
- Determine a probabilidade de erro com propagação de erro, se soubermos que a decisão no instante anterior estava errada.

## Exercício 6

Desenhe a treliça de um equalizador de Viterbi para um sistema de transmissão QPSK em um canal com multipercursos dado por  $h[k] = 0,5\delta[k] - 0,5j\delta[k-1]$ .

- Se for enviada a sequência de bits [01 00 10 11 00], qual o caminho percorrido na treliça?
- Qual a sequência de amostras na saída do canal sem o ruído?
- Suponha que o canal não tenha ruído, mas que o terceiro símbolo recebido tenha sido perdido. Execute o algoritmo de Viterbi e verifique se ainda assim é possível recuperar a mensagem correta.