

Princípios de Comunicação

Profs. André Noll Barreto e Judson Braga

Prova 0 – 2014/2 (21/08/2014)

Aluno: _____

Matrícula: _____

Instruções

- A prova consiste de seis questões discursivas com sub-itens
- A prova terá a duração de 2h00
- Não é permitida consulta a notas de aula, todas as fórmulas necessárias são fornecidas no final da prova.
- Toda resposta deverá estar contida nas folhas da prova. Folhas adicionais serão fornecidas caso necessário, e, caso entregues, devem conter o nome e matrícula do aluno.
- Calculadoras não podem ser utilizadas

Questão	Nota
Q1	
Q2	
Q3	
Q4	
Q5	
Q6	
Total	

Princípios de Comunicação

Profs. André Noll Barreto e Judson Braga

Questão 1 (1,5 ponto)

- i. Se $\log_{10}(10123) = 4,005$, ache o valor de $\log_{10}(101,23)$

$$\log_{10} 101,23 = \log_{10} \left(\frac{10123}{100} \right) = \log_{10}(10123) - \log_{10} 100 = 2,005$$

- ii. Os valores de x que satisfazem $\log_y x + \log_y (x - 5) = \log_y 36$ são:

- a) 9 e -4
- b) 9 e 4
- c) -4
- d) 9
- e) 5 e -4

$\log_y x(x - 5) = \log_y 36 \Rightarrow x^2 - 5x = 36$, mas como se trata de \log , $x \geq 0$, e, $x - 5 \geq 0$. Portanto, $x=9$.

- iii. A potência em watts da soma de dois sinais descorrelacionados X e Y é igual à soma das potências desses sinais. Se o sinal X possui 0 dBW de potência e o sinal Y possui 10 dBW, qual a potência em watts de um sinal resultante da soma de X e Y?

$$P_x = 1W$$

$$P_y = 10W$$

$$\text{Portanto, } P_{x+y} = 11W$$

Princípios de Comunicação

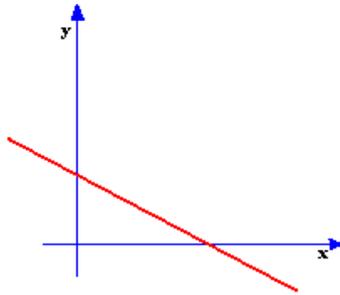
Profs. André Noll Barreto e Judson Braga

Questão 2 (1 ponto)

- i. A função f , do 1º grau, é definida por $f(x) = 3x + k$. Ache o valor de k para que o gráfico de $f(x)$ corte o eixo das ordenadas no ponto de ordenada 5.

Queremos $f(0) = 3(0) + k = 5 \Rightarrow k = 5$

- ii. O gráfico abaixo representa a função de \mathbb{R} em \mathbb{R} dada por $f(x) = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$. De acordo com o gráfico conclui-se que:



- a) $a < 0$ e $b > 0$
- b) $a < 0$ e $b < 0$
- c) $a > 0$ e $b > 0$
- d) $a > 0$ e $b < 0$
- e) $a > 0$ e $b = 0$

O gráfico corta o eixo y em $b > 0$, e tem inclinação negativa, portanto, o correto é (a)

Princípios de Comunicação

Profs. André Noll Barreto e Judson Braga

Questão 3 (2,5 ponto)

- i. Sendo j a unidade imaginária, qual o valor de $j^{10} + j^{-100}$?

$$j^{10} + j^{-100} = (j^2)^5 + (j^2)^{-50} = -1 + 1 = 0$$

- ii. Qual o valor de $(1 - j)^{-2}$?

- a) 1
- b) $-j$
- c) $2j$
- d) $-j/2$
- e) $j/2$

$$(1 - j)^{-2} = \frac{1}{(1 - j)^2} = \frac{1}{1 + j^2 - 2j} = \frac{1}{-2j} = \frac{j}{2}$$

- iii. Se os números complexos $z_1 = 2 - j$ e $z_2 = x + 1$, x real e positivo, são tais que $|z_1 \cdot z_2|^2 = 10$, qual o valor de x ?

$$\begin{aligned} |(2 - j)(x + 1)|^2 &= |(2x + 2) - (x + 1)j|^2 = (2x + 2)^2 + (x + 1)^2 \\ &= 5x^2 + 10x + 5 = 10 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 \Rightarrow x = \sqrt{2} - 1 \end{aligned}$$

- iv. Qual a fase e a amplitude de $3 + 3j$?

$$\text{Fase } \theta = \tan^{-1} \frac{3}{3} = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Amplitude } r = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

- v. Qual a fase e a amplitude de $\frac{1+j}{e^{-j\pi/2}}$?

$$\frac{1 + j}{e^{-j\pi/2}} = \frac{\sqrt{2}e^{j\pi/4}}{e^{-j\pi/2}} = \sqrt{2}e^{j3\pi/4}$$

$$\text{Fase } \theta = \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{Amplitude } r = \sqrt{2}$$

Princípios de Comunicação

Profs. André Noll Barreto e Judson Braga

Questão 4 (1,5 ponto)

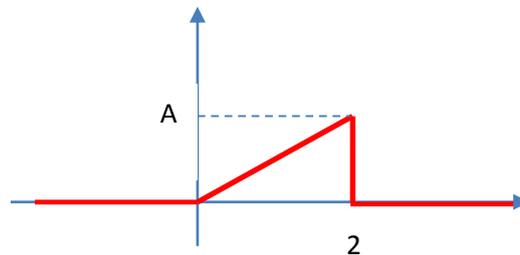
- i. Sabendo-se que a probabilidade de que um animal adquira certa enfermidade, no decurso de cada mês, é igual a 30%, qual a probabilidade de que um animal sadio venha a contrair a doença só no 3º mês?

$$\Pr(\text{sadio no mês 1}) * \Pr(\text{sadio no mês 2}) * \Pr(\text{doente no mês 3}) = 0,7 * 0,7 * 0,3 = 0,147$$

- ii. A probabilidade de um atirador acertar um alvo em um único tiro é 0,2. Com apenas 4 tiros, qual a probabilidade de esse atirador acertar o alvo só duas vezes?

$$\Pr(2 \text{ em } 4) = \binom{4}{2} 0,2^2 0,8^2 = 6(0,04)(0,64) = 0,1536$$

- iii. Sabendo-se que a função densidade de probabilidade de uma variável aleatória x é dada pela figura abaixo, ache o valor de A e a média de x .



$$\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) dx = 1 \Rightarrow A = 1$$

e

$$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx = \int_0^2 x \frac{x}{2} dx = \frac{x^3}{6} \Big|_0^2 = \frac{4}{3}$$

Princípios de Comunicação

Profs. André Noll Barreto e Judson Braga

Questão 5 Ache as seguintes expressões (2 pontos)

i) $\int_{-1}^1 x e^x dx$ (utilize integração por partes $\int u dv = uv - \int v du$)

$$\int_{-1}^1 x e^x dx = x e^x \Big|_{-1}^1 - \int_{-1}^1 e^x dx = e + e^{-1} - e^x \Big|_{-1}^1 = 2e^{-1}$$

ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1} - x = 0$

iii) $\frac{d}{dx} 3 \cos^2(e^{-x}) =$

$$\frac{d 3 \cos^2(e^{-x})}{d \cos(e^{-x})} \frac{d \cos(e^{-x})}{d e^{-x}} \frac{d e^{-x}}{dx}$$
$$= 6 \cos(e^{-x}) (-\sin(e^{-x})) (-e^{-x}) = 3e^{-x} \sin(2e^{-x})$$

iv) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\cos x}{1} = \cos a$ (por l'Hopital)

Princípios de Comunicação

Profs. André Noll Barreto e Judson Braga

Questão 6 Sabendo que $\sin a \cos b = \frac{1}{2}(\sin(a + b) + \sin(a - b))$, e considerando $\sin(x) = \frac{2}{3}$, com x pertencente ao 2o. quadrante e $\sin(y) = \frac{3}{4}$, com y pertencente ao 1o. quadrante, calcule $\sin(x+y)$. (1,5 ponto)

Trocando a ordem de a e b , podemos deduzir também que

$$\sin b \cos a = \frac{1}{2}(\sin(a + b) - \sin(a - b))$$

e, portanto,

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

por Pitágoras, e sabendo que x está no 2º quadrante ($\cos x < 0$), portanto, $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

Da mesma forma $\cos y = \frac{\sqrt{7}}{4}$

E,

$$\sin(x + y) = \frac{2}{3} \frac{\sqrt{7}}{4} - \frac{3}{4} \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{2\sqrt{7} - 3\sqrt{5}}{12}$$