

Princípios de Comunicação

Prof. André Noll Barreto

Teste 3 – 2015/2 (13/10/2015)

Aluno: _____

Matrícula: _____

Questão 1

O tipo de ruído mais comum é o **ruído branco Gaussiano**. A principal fonte de ruído é o chamado **ruído térmico**, que é gerado, principalmente, pelo movimento aleatório de elétrons em qualquer equipamento eletrônico.

Este ruído é caracterizado por uma densidade espectral de potência constante em todas as faixas do espectro (daí o nome 'branco', em analogia à luz branca visível),

$$S_n(f) = \frac{N_0}{2},$$

em que $\frac{N_0}{2} = 2kTR$, com $k = 1,38 \times 10^{-23}$ J/K (chamada de constante de Boltzmann), T a temperatura absoluta (em K) e R a resistência.

Devido ao teorema central do limite, que diz que a soma de um grande número de variáveis aleatórias (como os elétrons, neste caso) tende a uma Gaussiana, a amplitude do ruído em qualquer instante segue uma distribuição Gaussiana.

Tendo como base o ruído térmico em um equipamento com resistência 10Ω operando em uma temperatura de 27°C :

- i) Considerando que o ruído térmico é filtrado por um filtro passa-baixa de largura de banda 10 kHz, qual a potência do ruído na saída do filtro? Qual a função de autocorrelação do ruído na saída do filtro? **(4 pontos)**

$$S_{n,out}(f) = S_n(f)|H(f)|^2 = \frac{N_0}{2} \text{rect}\left(\frac{f}{2B}\right)$$

$$P_{n,out} = \int_{-B}^B S_n(f) df = BN_0$$

com $N_0 = 4(1,38 \times 10^{-23})(27 + 273,15)10 = 1,6567 \times 10^{-19}$ e $B = 10\text{kHz}$

portanto $P_{n,out} = 1,6567 \times 10^{-15}\text{W}$.

A função de autocorrelação é

$$R_n(\tau) = F^{-1}\{S_{n,out}(f)\} = BN_0 \text{sinc}(2\pi B\tau)$$

Princípios de Comunicação

Prof. André Noll Barreto

- ii) Considere agora que este é o ruído em um receptor de um sistema de comunicações. Suponha que transmitimos um sinal, cuja densidade espectral de potência na transmissão é dada por

$$S_x(f) = \Delta \left(\frac{f}{20.000} \right) \text{ W/Hz}$$

Considerando o filtro do item (i), e sabendo que o sinal sofre uma atenuação de 190dB entre o transmissor e o receptor, qual a razão sinal-ruído (RSR) deste sistema após o filtro, em dB, ou seja, qual a razão entre a potência do sinal e a potência do ruído? **(3 pontos)**

A potência do sinal transmitido é $P_x = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) df = 10000$.

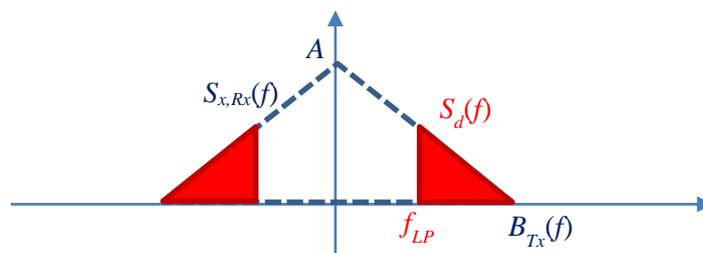
Com atenuação de -190dB, a potência recebida é $P_{x,Rx} = 10^{-15} W$.

Portanto, $RSR = \frac{P_{x,Rx}}{P_{n,out}} = \frac{1}{1,6567} = 0,6 = -2,2\text{dB}$

- iii) Em vez de usar o filtro do item (i), qual é a largura de banda do filtro passa-baixa ideal que maximiza a RSR? **(3 pontos)**

Ao aplicarmos um filtro passa-baixa, quanto mais estreito for o filtro, menor vai ser a potência do ruído. Por outro lado, podemos eliminar uma parte do sinal, causando distorção.

Sendo assim, queremos minimizar a soma da potência do ruído $P_{n,out}$ com a potência da distorção P_d . Sendo f_{LP} a frequência do filtro e B_{Tx} a banda do sinal, a densidade espectral da distorção $S_d(f)$ pode ser vista na figura abaixo



ou seja, queremos achar a frequência ótima

$$f_{opt} = \min_{f_{LP}} (P_{n,out} + P_d) = \min_{f_{LP}} \left(f_{LP} N_0 + \frac{A(B_{Tx} - f_{LP})^2}{B_{Tx}} \right)$$

Portanto,

$$N_0 + \frac{2A}{B_{Tx}} (f_{LP} - B_{Tx}) = 0 \Rightarrow f_{LP} = B_{Tx} \left(1 - \frac{N_0}{2A} \right)$$