

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**ESTUDO DE TÉCNICAS DE CONTROLE
APLICADAS A UMA BANCADA DIDÁTICA DE
QUATRO TANQUES**

Arthur Medeiros Macêdo

Mayara Cristina de Faria Wiira

Brasília, Julho de 2015

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

Faculdade de Tecnologia

Curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação e em Engenharia Elétrica

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

ESTUDO DE TÉCNICAS DE CONTROLE APLICADAS A UMA BANCADA DIDÁTICA DE QUATRO TANQUES

Arthur Medeiros Macêdo

Mayara Cristina de Faria Wiira

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro de Controle e Automação e de Engenheira Eletricista.

Banca Examinadora

Prof. Eduardo Stockler Tognetti, UnB/ ENE
(Orientador)

Prof. Adolfo Bauchspiess, UnB/ ENE

Prof. Renato Alves Borges, UnB/ ENE

Brasília, Julho de 2015

FICHA CATALOGRÁFICA

MACEDO, A. M.; WIIRA, M. C. F.
Estudo de técnicas de controle aplicadas a uma bancada didática de quatro tanques
[Distrito Federal] 2015.
102p., 297 mm (FT/UnB, Engenheiro, Controle e Automação, Engenheira, Eletricista, 2015).
Trabalho de Graduação – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

1. Controle de processos	2. Processo multivariável
3. Sistema de quatro tanques	4. Controle de nível
5. Desigualdades Matriciais Lineares.	

I. Mecatrônica/FT/UnB
II. Elétrica/FT/UnB

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MACEDO, A. M.; WIIRA, M. C. F. (2015). Estudo de técnicas de controle aplicadas a uma bancada didática de quatro tanques. Trabalho de Graduação em Engenharia de Controle e Automação e em Engenharia Elétrica, Publicação FT.TG-nº 05/2015, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 102p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTORES: Arthur Medeiros Macêdo e Mayara Cristina de Faria Wiira.

TÍTULO DO TRABALHO DE GRADUAÇÃO: Estudo de técnicas de controle aplicadas a uma bancada didática de quatro tanques.

GRAU: Engenheiro de Controle e Automação e Engenheira Eletricista

ANO: 2015

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias deste Trabalho de Graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. Os autores reservam outros direitos de publicação e nenhuma parte desse Trabalho de Graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito dos autores.

Dedico este trabalho aos meus queridos e amados avós, Carlos e Josefina, de quem sinto enorme saudade.

Mayara Cristina de Faria Wiira

Dedico à minha amada família, meu alicerce em que encontro apoio.

Arthur Medeiros Macêdo

AGRADECIMENTOS – Mayara Cristina de Faria Wiira

Aos meus pais, Carlos Roberto e Maria Imaculada, por serem exemplos de honestidade e retidão, princípios fundamentais na construção do meu caráter; pelo empenho em me oferecer sempre as melhores oportunidades de estudo, tão valioso para a minha formação acadêmica; pelo apoio incondicional às minhas escolhas; e por todo carinho e amor que sempre recebi de vocês.

A todos os meus familiares, pelo apoio, carinho e amor.

Ao meu orientador Professor Dr. Eduardo Stockler Tognetti, pelos conhecimentos transmitidos e orientação na elaboração deste projeto; e por toda a paciência e compreensão nos momentos de dificuldades enfrentados no decorrer deste projeto.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Elétrica da UnB, por todo o conhecimento à mim transmitido durante a graduação, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

Ao Jhonantans Moraes Rocha, pela parceria, colaboração e dedicação durante todo este trabalho.

Ao Arthur Medeiros Macêdo, por ser meu companheiro de trabalho no desenvolvimento deste projeto, e por todas as horas passadas no Laboratório de Automação e Robótica (LARA) para que a realização dos experimentos aqui apresentados fosse possível.

AGRADECIMENTOS – Arthur Medeiros Macêdo

Agradeço primeiramente a Deus, por essa grande conquista em minha vida, e somente com Ele a vida pode fazer sentido. Agradeço imensamente à minha família por sempre estarem me incentivando e apoiando nesta longa caminhada da graduação. Em todo tempo encontrei em minha casa as pessoas que me amam e me acompanham nos meus desafios e vitórias.

Ao corpo docente da UnB, que me conduziu no conhecimento necessário desta formação. Especialmente ao professor e orientador Dr. Eduardo Stockler Tognetti, que me guiou e me ensinou os principais conceitos abordados neste trabalho.

À minha parceira de trabalho, Mayara Cristina, pela sua dedicação e companheirismo. Este trabalho é fruto de nosso esforço conjunto.

RESUMO

O sistema de quatro tanques é objeto de estudo em vários laboratórios de controle em universidades de todo o mundo como um modo didático de estudar conceitos e propriedades de sistemas multivariáveis de fase mínima e não-mínima. Neste trabalho são apresentadas diferentes técnicas de controle para o controle de nível de uma planta didática de quatro tanques para cada uma das configurações de fase. Foram implementados controladores projetados no domínio da frequência (controle descentralizado) e no domínio do tempo (controle por realimentação de estados). Os desempenhos dos algoritmos de controle são comparados por meio de respostas ao degrau e indicadores de desempenho IAE e ISE.

Palavras-chave: Controle de processos, Sistema de quatro tanques, Processo multivariável, Controle de nível, Desigualdades Matriciais Lineares.

ABSTRACT

The four-tank system is subject of study in several control laboratories in universities around the world as a didactic way to study concepts and properties of minimum and non-minimum phase of multivariable systems. This work presents different control techniques for level control of a four tanks didactic plant for each of the phase settings. Designed controllers were implemented in the frequency domain (decentralized control) and time domain representation (state feedback control). The performance of the control algorithms are compared by means of step responses and performance indicators IAE and ISE.

Keywords: Process control, Four tanks system, Multivariable process, Level control, Linear Matrix Inequalities.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama esquemático do sistema de quatro tanques (esquerda); planta didática (direita).	17
Figura 2. Diagrama P&ID em malha aberta do sistema.	18
Figura 3. USB-6008 DAQ.....	20
Figura 4. Diagrama de Aquisição de Dados.....	20
Figura 5. Diagrama de Atuadores.....	21
Figura 6. Efeito do Filtro Passa-Baixa no Sinal dos Sensores.....	22
Figura 7. Diagrama de Bode para a função de transferência $G_{11}(s)$ do sistema em fase não-mínima (linha contínua) comparada com a função de transferência do filtro implementado (linha tracejada).	23
Figura 8. Diagrama Simulink de Condicionamento de Sinais.....	24
Figura 9. Resultado obtido através do <i>System Identification Toolbox™</i> para a função de transferência G_{22s} do sistema em fase não-mínima.....	34
Figura 10. Interface gráfica do <i>System Identification Toolbox™</i>	34
Figura 11. Resposta simulada dos níveis h_1 , h_2 , h_3 e h_4 aos degraus nas entradas v_1 e v_2 do sistema em malha aberta para a fase mínima (linha contínua) e fase não-mínima (linha tracejada).	35
Figura 12. Valores de γ_1 e γ_2 utilizados em fase mínima e fase não-mínima.....	37
Figura 13. Resposta simulada dos níveis dos tanques aos degraus nas entradas v_1 e v_2 do sistema em malha aberta alterado os parâmetros γ_1 e γ_2	38
Figura 14. Estrutura do controle descentralizado para a fase mínima.	40
Figura 15. Mapa de polos e zeros de G_{22s} . $C_2(s)$	41
Figura 16. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador LGR.	42
Figura 17. Estrutura IMC.....	43
Figura 18. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador IMC.....	45
Figura 19. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador IMC.....	46
Figura 20. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador por Síntese Direta.....	47
Figura 21. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador por Síntese Direta.	49
Figura 22. Estrutura do desacoplador.	50
Figura 23. Estrutura do controle desacoplado.....	51
Figura 24. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador Desacoplado.....	52
Figura 25. Desacoplador em Malha Aberta.....	53

Figura 26. Estrutura do desacoplador simplificado configuração 1.....	54
Figura 27. Estrutura do desacoplador simplificado configuração 3.....	54
Figura 28. Estrutura do desacoplador simplificado configuração 4.....	54
Figura 29. Estrutura do controle desacoplado aplicado em fase mínima.....	55
Figura 30. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h1 e h2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador Desacoplado Simplificado.	56
Figura 31. Estrutura do controle desacoplado aplicado em fase não mínima.....	56
Figura 32. Resposta simulada em fase não-mínima para o controlador Desacoplado Simplificado. ...	58
Figura 33. Estrutura do desacoplador antecipatório.	59
Figura 34. Estrutura do controle desacoplado antecipatório.	60
Figura 35. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h1 e h2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador Desacoplado Antecipatório.....	61
Figura 36. Diagrama de Blocos do Sistema Aumentado	62
Figura 37. Diagrama de Blocos do Sistema Aumentado em Malha Fechada.....	63
Figura 38. Região LMI desejada.....	64
Figura 39. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h1 e h2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador H^∞	68
Figura 40. Sinais de controle u1 e u2 para degrau nas referências h1 e h2 do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador H^∞	69
Figura 41. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h1 e h2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador H^∞	70
Figura 42. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h1 e h2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador H2.....	72
Figura 43. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h1 e h2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador H2.....	73
Figura 44. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h1 e h2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador Finsler.....	74
Figura 45. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h1 e h2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador Finsler.....	75
Figura 46. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h1 e h2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador Finsler Robusto.....	77
Figura 47. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h1 e h2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador Finsler Robusto.	78
Figura 48. Diagrama de blocos do servomecanismo de ação integral.....	79
Figura 49. Diagrama de blocos “separado” do servomecanismo de ação integral.....	80

Figura 50. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador LQR.	82
Figura 51. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador LQR.	83
Figura 52. Resultado Índices de Desempenho para os controladores implementados para fase mínima.	86
Figura 53. Resultado Índices de Desempenho para os controladores implementados para fase não-mínima.	87
Figura 54. Diagrama de Blocos Simulink com Controle Descentralizado Fase Mínima	92
Figura 55 Diagrama de Blocos Simulink com Controle Descentralizado Fase Não Mínima	93
Figura 56. Diagrama de Blocos Simulink com Controle Desacoplado Completo	94
Figura 57 Diagrama de Blocos Simulink com Controle Desacoplado Simplificado Fase Mínima.....	95
Figura 58 Diagrama de Blocos Simulink para simulação do Controle Desacoplado Simplificado Fase Não Mínima	96
Figura 59 Diagrama de Blocos Simulink com Controle Desacoplado Antecipatório	97
Figura 60. Diagrama de Blocos Simulink com Controle Baseado em Realimentação de Estados.	98

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Fluxos das bombas para cada tanque.....	26
Tabela 2. Emparelhamento para o controle descentralizado.....	40
Tabela 3. Sintonia via IMC (retirado de [14]).	44
Tabela 4. Matrizes de desacopladores.....	53
Tabela 5. Descrição dos Índices de Desempenho.	84
Tabela 6. Resultado Índices de Desempenho para os controladores implementados para fase mínima.	85
Tabela 7. Resultado Índices de Desempenho para os controladores implementados para fase não- mínima.....	86

LISTA DE SÍMBOLOS

h_i	Altura do fluido nos tanques i	[cm]
$q_{bomba,i}$	Fluxo da bomba i	[cm ³ /s]
V	Volume de água no tanque	[cm ³]
a	Área da secção transversal do tanque	[cm ²]
q_{in}	Fluxo de entrada no tanque	[cm ³ /s]
q_{out}	Fluxo de saída do tanque	[cm ³ /s]
h_{s_i}	Valor obtido do sensor i antes da calibração do sensor	[V]
v_w	Velocidade de escoamento da água [cm/s]	
g	Aceleração da gravidade	[cm/s ²]
P	Pressão estática no fluido	[g/cm.s ²]
ρ	Massa específica da água	[g/cm ³]
o_i	Área da secção transversal da saída do tanque i	[cm ²]
v_i	Tensão aplicada na bomba i	[V]
k_i	Constante de proporcionalidade entre o fluxo da bomba i e a tensão na respectiva bomba	[cm ³ /V.s]
A_i	Área da sessão transversal do tanque i	[cm ²]
\bar{v}_i	Tensão nominal aplicada na bomba i	[V]
\bar{h}_i	Altura nominal do fluido no estado estacionário em malha aberta do tanque i	[cm]
Δh_i	Varição da altura do fluido no tanque i em relação ao valor da altura nominal	[cm]
Δh_1	Vetor 2x1 que representa a integral do erro entre a referência e os níveis dos tanques 1 e 2	[cm.s]
Δv_i	Varição da tensão na bomba i em relação ao valor de tensão nominal	[V]
$h_i(0)$	Altura inicial do tanque i	[cm]

r_i	Valor de referência para a altura do tanque i	[cm]
u_i	Sinal de controle da bomba i	[V]
y_i	Saída incremental da altura do tanque i	[cm]
τ	Constante de tempo para projeto de controlador	[s]
sat	Valor máximo do sinal de controle	[V]
e	Erro entre a saída e a referência	[cm]
θ	Ângulo máximo entre os polos em malha fechada e o eixo real no plano complexo	[rad]
ω_n	Frequência natural	[rad/s]

Grupos Adimensionais

γ_i	Porcentagem de fluxo da bomba i que flui para o tanque i
A, B, C, D	Matrizes da representação padrão de espaço de estados
$\bar{A}, \bar{B}_2, \bar{B}_1, \bar{C}$	Matrizes da representação padrão de espaço de estados para o sistema aumentado
x	Vetor de estados da representação padrão de espaço de estados
ξ	Vetor de estados da representação padrão de espaço de estados para o sistema aumentado
G(s)	Matriz de função de transferência do sistema relacionando a entrada com a saída lida
$G_{ij}(s)$	Função de transferência que relaciona a saída j com a entrada i
λ	Constante de tempo desejada em malha fechada
$C_i(s)$	Controlador para a bomba i
K	Controlador multivariável
$G_{MF}(s)$	Função de transferência em malha fechada
D(s)	Função de transferência de desacoplador
Q(s)	Matriz de transferência do processo desacoplado

PID(s)	Controlador proporcional integrador derivativo
α	Valor real máximo dos polos em malha fechada
ζ	Coefficiente de amortecimento
POS	Porcentagem máxima de sobressinal
σ_{\max}	Valor singular máximo
ε	Valor arbitrário positivo
H_{∞}	Norma H infinito
H_2	Norma H 2
J	Funcional do regulador linear quadrático
Q,R	Matrizes do funcional do regulador linear quadrático
\otimes	Produto de Kronecker

SIGLAS

MIMO *Multiple Input Multiple Output*

SISO *Single Input Single Output*

DAQ *Data Acquisition*

I/O *Input/Output*

LGR Lugar Geométrico das Raízes

LMI *Linear Matrix Inequality*

IMC *Internal Model Controller*

SPE Semi plano esquerdo

SPD Semi plano direito

RGA *Relative Gain Array*

IAE *Integral Absolute Error*

ISE *Integral Square Error*

CLP Computador Lógico Programável

PI Controlador proporcional integrador

P&ID *Piping and instrumentation diagram*

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	15
1.1.	CONTEXTUALIZAÇÃO.....	15
1.1.	OBJETIVOS	16
1.2.	APRESENTAÇÃO DO MANUSCRITO	17
2.	DESCRIÇÃO DA BANCADA	18
2.1.	DIMENSÕES	18
2.2.	ATUADORES.....	19
2.3.	COMUNICAÇÃO	19
2.4.	SENSORES	21
3.	MODELAGEM DO TANQUE QUÁDRUPLO.....	25
3.1.	MODELAGEM FENOMENOLÓGICA.....	25
3.2.	IDENTIFICAÇÃO DA PLANTA DIDÁTICA.....	32
4.	CONTROLE	36
4.1.	LOCALIZAÇÃO DO ZERO.....	36
4.2.	ANÁLISE DO EMPARELHAMENTO DAS VARIÁVEIS CONTROLADAS E MANIPULADAS	39
4.3.	CONTROLE DESCENTRALIZADO	40
4.3.1.	LUGAR GEOMÉTRICO DAS RAÍZES	41
4.3.2.	MÉTODO DO MODELO INTERNO.....	42
4.3.3.	SÍNTESE DIRETA	46
4.4.	CONTROLE DESACOPLADO	49
4.4.1.	DESACOPLADO COMPLETO	50
4.4.2.	DESACOPLADOR SIMPLIFICADO	52
4.4.3.	DESACOPLADO ANTECIPATÓRIO	58
4.5.	CONTROLE BASEADO EM REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS	61
4.5.1.	SISTEMA AUMENTADO.....	62
4.5.2.	D-ESTABILIDADE	63
4.5.1.	RESTRIÇÃO DO SINAL DE CONTROLE.....	65
4.5.2.	CONTROLE BASEADO NA NORMA H_{∞}	66
4.5.3.	CONTROLE BASEADO NA NORMA H_2	70
4.5.4.	CONTROLE BASEADO NAS LMIS DO LEMA DE FINSLER.....	73
4.5.5.	CONTROLE ROBUSTO BASEADO NAS LMIS DO LEMA DE FINSLER.....	75
4.5.6.	REGULADOR QUADRÁTICO LINEAR.....	78

5. ANÁLISE COMPARATIVA DOS MÉTODOS	84
6. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	89
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	90
ANEXOS	92

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO

O sistema de quatro tanques que foi o objeto de estudo deste trabalho foi desenvolvido por Johansson [1] com o objetivo didático de demonstrar de forma ilustrativa muitos dos conceitos e propriedades de sistemas MIMO (do inglês, *multiple input, multiple output*).

Motivados pela alta demanda de qualidade na produção e integração de energia, muitos processos industriais são modelados como um sistema MIMO. Um sistema MIMO consiste em múltiplos sinais de leitura e de controle, que frequentemente apresentam acoplamentos complexos. No contexto de estudo de técnicas de controle em sistemas MIMO, o sistema de quatro tanques tem sido estudado e largamente incorporado a laboratórios de controle em universidades em todo o mundo ([2], [3], [4]).

O sistema de quatro tanques apresentado na Figura 1 possui a peculiaridade de permitir a alocação de zeros no semipleno esquerdo ou no semipleno direito, ou seja, determinar uma configuração de fase mínima ou de fase não mínima para o sistema, apenas manipulando duas válvulas. Esse sistema permite aplicar diversas técnicas de controle de nível, como detalhado neste trabalho. Johansson [1] obteve resultados satisfatórios com a realização de controle Proporcional Integrador (PI) descentralizado para o sistema de fase mínima, mas observou que para o sistema de fase não-mínima a resposta era lenta e que os resultados com técnicas de controle baseados na norma H_∞ eram de 30% a 40% mais rápidos. Mehmet e Francis [5] mostraram que o controle preditivo fornece resultados significativamente melhores do que o descentralizado. Shneiderman e Palmor [6] estudaram os efeitos dos atrasos que haviam sido ignorados por Johansson em sua descrição matemática.

Como a maioria dos sistemas reais, o sistema de quatro tanques é não linear. Sendo assim, não existe um modelo linear que consiga descrever todo o seu funcionamento adequadamente. No entanto, é possível obter um modelo linearizado em torno do estado estacionário que o descreva com boa precisão em torno desta faixa de operação.

O que torna o sistema de quatro tanques tão ilustrativo para o estudo de controle multivariável é o fato de que em seu modelo linearizado, a posição de abertura das válvulas da planta determina se o sistema é de fase mínima ou de fase não-mínima, o que afeta diretamente a ação de controle a ser adotada.

1.1. OBJETIVOS

Este trabalho consiste no estudo de técnicas de controle em sistema MIMO através da análise de diferentes abordagens, envolvendo controladores projetados no domínio da frequência e no domínio do tempo aplicados à uma bancada didática de quatro tanques. Serão abordados controles descentralizados, controles desacoplados e controles por realimentação de estados incluindo controles ótimos e controle robusto.

É proposta a realização da modelagem de uma bancada de quatro tanques, a identificação de seus parâmetros, o projeto de controladores por diferentes técnicas, a simulação e implementação dos controladores projetados em bancada real e por fim uma comparação do desempenho das técnicas implementadas relacionando a teoria com a prática.

A bancada didática de quatro tanques utilizada neste trabalho foi recentemente adquirida pelo laboratório de automação e robótica LARA. Atualmente esta bancada não possui manual para consulta, portanto este trabalho também tem como objetivo ser uma fonte documental para consulta daqueles que venham a utilizá-la no futuro.

O controle de sistemas MIMO requer o uso de técnicas de significativa complexidade, entretanto muitas vezes esses sistemas podem ser tratados como uma interconexão de subsistemas *Single Input Single Output* (SISO) em que as interações entre eles são desprezadas. Este tipo de configuração em que cada subsistema tem sua própria malha de controle independente corresponde ao controle descentralizado. Apesar de produzir certa deterioração do desempenho, esta técnica apresenta um grande benefício que é a simplicidade de projeto e, geralmente fornecem resultados satisfatórios quando as interações são relativamente fracas. Contudo, à medida que as interações crescem, o controle descentralizado mostra-se inadequado, sendo necessário, então, considerar as interações e projetar um controlador que as cancele. O controle centralizado desacoplado faz este cancelamento por meio de desacopladores. O sistema desacoplado permite a utilização de projetos de controladores descentralizados com desempenhos razoáveis. .

Além dos controles descentralizado e desacoplado, que são projetados no domínio da frequência, este trabalho abordará também projetos de controle no domínio do tempo mediante a notação de espaço de estados via desigualdades matriciais lineares. Também serão estudadas técnicas de controle robusto que modela as pequenas incertezas entre o sistema real e o modelo matemático utilizado no projeto.

O diagrama esquemático do sistema de quatro tanques é apresentado na Figura 1 juntamente com o sistema real utilizado neste trabalho. O sistema consiste em quatro tanques de água interconectados, um reservatório inferior e duas bombas que bombeiam a

água do reservatório inferior para os tanques de forma cruzada de acordo com a razão entre os fluxos definida pela posição das válvulas γ_1 e γ_2 .

Os objetivos de controle são os níveis de água nos tanques 1 e 2 (h_1 e h_2). As entradas do processo são as tensões das bombas de entrada v_1 e v_2 , e as saídas são os níveis de água nos tanques 1 e 2 (h_1 e h_2). As demais variáveis de processo são h_3 e h_4 (níveis da água nos tanques 3 e 4), $q_{bomba,i}$ (fluxo da bomba i) e γ_i (razão entre os fluxos).

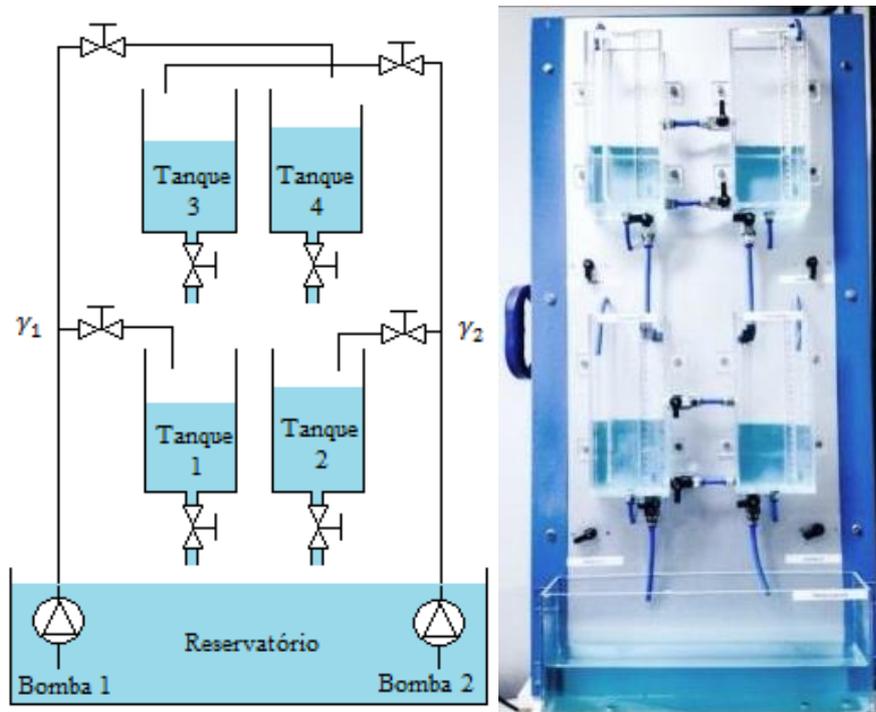


Figura 1. Diagrama esquemático do sistema de quatro tanques (esquerda); planta didática (direita).

1.2. APRESENTAÇÃO DO MANUSCRITO

Este trabalho está organizado da seguinte forma. No capítulo 2 são apresentadas a bancada em estudo e a instrumentação envolvida na medição e interface com o computador onde são implementados os controladores utilizando o programa Matlab®. No capítulo 3 é feita a modelagem matemática do sistema não linear e a linearização em torno do estado estacionário, assim como a identificação dos parâmetros do modelo obtida experimentalmente. A influência da localização dos zeros e a análise do emparelhamento através da matriz de ganhos relativos são abordadas no capítulo 4, juntamente com as técnicas de controle tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo. No capítulo 5 é feita uma análise comparativa entre as técnicas utilizadas com o auxílio de índices de desempenho. Por fim, as considerações finais e sugestões de trabalhos futuros são encontradas no capítulo 6.

2. DESCRIÇÃO DA BANCADA

Para a implementação dos controles projetados neste trabalho, utilizou-se uma bancada didática de quatro tanques produzida pela empresa DIDATICONTROL. A Figura 2 mostra o diagrama diagrama de instrumentação e tubulação do sistema P&ID (do inglês, *Piping and Instrumentation Diagram*).

A bancada é composta por quatro tanques em acrílico, estrutura em chapa de alumínio, tubulações, sensores de nível piezoresistivos localizados na base de cada tanque, válvulas bidirecionais, duas bombas de rotação variável e interface para controle e monitoramento.

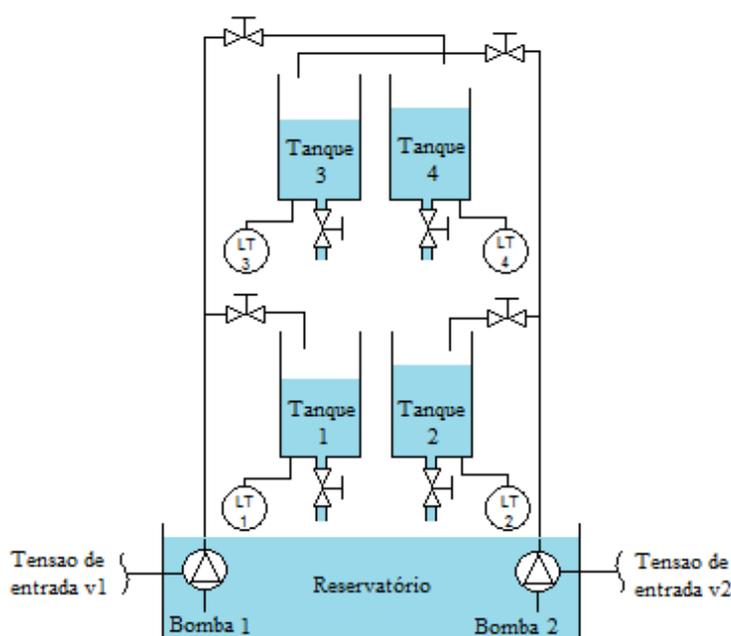


Figura 2. Diagrama P&ID em malha aberta do sistema.

2.1. DIMENSÕES

As dimensões dos tanques foram obtidas derivando das equações de suas geometrias. Assumindo que a área da secção transversal de cada tanque é constante, o volume de água contido em um tanque pode ser calculado pela multiplicação da área da base (a) pela altura do nível de água (h), ou seja, $V = ah$.

Desta forma, a área da secção transversal dos tanques foi obtida enchendo-se os tanques com um volume de água conhecido mantendo os orifícios de saída vedados e medindo as alturas das colunas d'água. Os testes forneceram os seguintes resultados.

$$\begin{cases} a_1 = 47,39\text{cm}^2 \\ a_2 = 47,62\text{cm}^2 \\ a_3 = 47,62\text{cm}^2 \\ a_4 = 47,85\text{cm}^2 \end{cases}$$

Com isso, observamos que uma simplificação razoável é assumir que as secções transversais dos tanques são constantes e iguais à média dos valores obtidos experimentalmente, ou seja, $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a = 47,6 \text{ cm}^2$.

As áreas dos orifícios de saída dos tanques são ajustáveis através de válvulas bidirecionais. A porcentagem de fluxo da bomba i que flui para o tanque i também é ajustável por válvulas.

2.2. ATUADORES

Como atuadores, a bancada possui duas bombas de rotação variável com a seguinte especificação: TSA: Moto Bombas: Bomba Gasolina - Partida à Frio 1 SAIDA 12V – Universal. Código TSA : 820001G. Código Original : 500.14.364

Foi observado que as bombas apresentam uma zona morta para a tensão menor que 1.2V. As bombas geram um fluxo de fluido que é proporcional à tensão aplicada descrito pela seguinte expressão.

$$q_{\text{bomba},i} = k_i v_i$$

Em que o fluxo ($q_{\text{bomba},i}$) pode ser calculado por:

$$q_{\text{bomba},i} = \frac{V}{t} [\text{cm}^3/\text{s}]$$

Assim, para calcular os constantes de fluxo das bombas basta aplicar uma tensão conhecida (v) e medir o volume (V) de água bombeado durante um dado período de tempo (t). Os testes forneceram os seguintes resultados.

$$\begin{cases} k_1 = 8,36 \text{ cm}^3/\text{Vs} \\ k_2 = 12,72 \text{ cm}^3/\text{Vs} \end{cases}$$

2.3. COMUNICAÇÃO

A bancada possui um dispositivo de aquisição de dados DAQ (do inglês, *Data Acquisition*) USB-6008 da empresa *National Instruments* [7]. Para leitura dos dados dos

sensores, foi utilizada a ferramenta Simulink [8] do *software* MATLAB versão 7.6.0 [9] com a *Toolbox Data Acquisition* e *driver* NI-DAQmx, desenvolvido pela *National Instruments*.

O dispositivo USB-6008 é um *hardware* de DAQ de baixo custo que possui múltiplas portas I/O seguindo a seguinte especificação: 8 entradas analógicas (12-bit, 10 kS/s), 2 saídas analógicas (12-bit,150 S/s), 12 I/O digitais e conexão USB sem necessidade de cabo de alimentação.



Figura 3. USB-6008 DAQ

O sistema de aquisição de dados pode ser visualizado no diagrama abaixo.

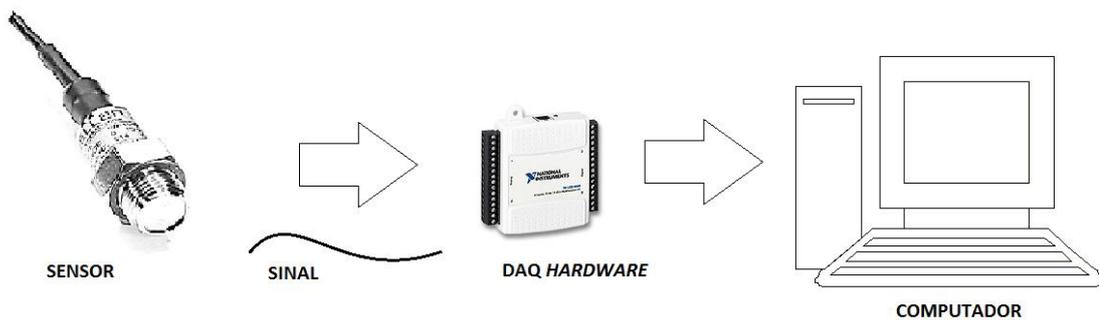


Figura 4. Diagrama de Aquisição de Dados

Os *softwares* de aquisição de dados foram executados em um micro computador Syntax Cerberus, Intel® Pentium® Dual CPU, 1.60 GHz, 1.99 GB de RAM, Sistema Operacional Microsoft XP *Professional*, Versão 2002.

A *Toolbox Data Acquisition* provê ferramentas completas de *input* e *output* (I/O) analógico e digital compatíveis com diversos *hardwares* de DAQ, entre eles, o dispositivo USB-6008. No Simulink, o bloco de entrada analógica com taxa de amostragem constante de 1ms foi utilizado para leitura dos dados do *hardware* DAQ.

O bloco de saída analógica do Simulink foi utilizado para enviar sinais às bombas, com valores variando de 0V a 5V, conforme diagrama a seguir.

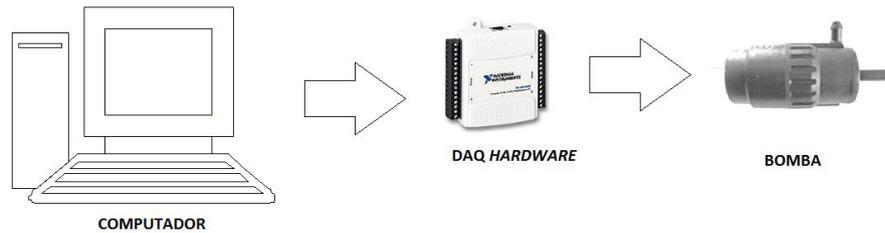


Figura 5. Diagrama de Atuadores

Os projetos dos controladores discutidos neste trabalho foram implementados utilizando blocos de função de transferência e blocos de ganhos no Simulink/MATLAB.

2.4. SENSORES

A bancada possui quatro sensores de nível piezoresistivos localizados na base de cada tanque. Sensores piezoresistivos são amplamente utilizados como sensores de pressão, visto que variam a tensão de saída linearmente proporcional à pressão exercida sobre o sensor. Nesta aplicação, a pressão varia linearmente com a altura do fluido no tanque, fazendo com que o sensor varie sua tensão de saída linearmente proporcional à altura da coluna de fluido em determinado tanque.

Para calibração dos sensores, os dados dos sensores lidos no *software* Simulink foram relacionados com a altura real, medida com uma régua analógica a olho nu, variando o nível do tanque de 0cm até 20cm. Após aplicação de regressão linear, as seguintes curvas de calibração foram definidas para cada sensor.

$$h_1 = 10.52h_{s_1} - 4.105$$

$$h_2 = 10.58h_{s_2} - 3.069$$

$$h_3 = 10.47h_{s_3} - 1.885$$

$$h_4 = 10.31h_{s_4} - 0.52$$

Em que h_{s_i} é o valor lido pelo Simulink antes da calibração do sensor e h_i é o valor real medido da altura do tanque i em que $i = 1,2,3,4$. Assim, cada curva de calibração mostrada acima foi inserida em um bloco no Simulink na entrada de dados do respectivo sensor.

Após a calibração, verificou-se que os sinais lidos são ruidosos. Como solução, foi inserido um bloco no Simulink contendo um filtro passa baixa com frequência de corte de 1Hz em cada saída dos sensores, assim o ruído foi mitigado conforme visualizado na Figura 6. Na Figura 7 é apresentado o diagrama de Bode da função de transferência $G_{11}(s)$ do sistema em fase não-mínima comparada com a função de transferência do filtro implementado. Nota-se que o filtro possui frequência de corte maior que $G_{11}(s)$ de modo a não influenciar a dinâmica do processo.

Além disso, foi inserido um bloco de saturação em cada canal garantindo que as alturas dos tanques assumam valores na faixa entre 0cm e 23cm. A Figura 8 apresenta o diagrama dos blocos no Simulink de condicionamento de sinais.

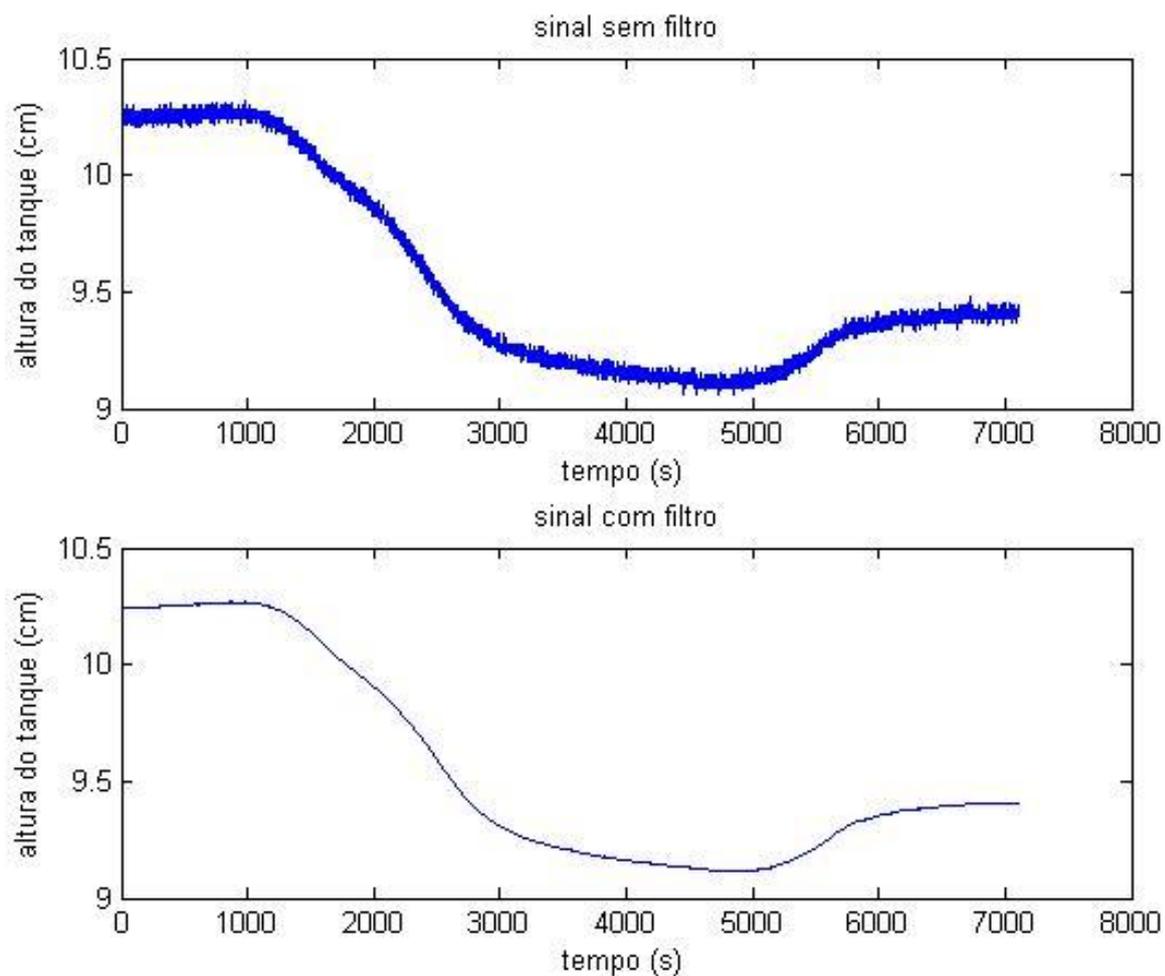


Figura 6. Efeito do Filtro Passa-Baixa no Sinal dos Sensores

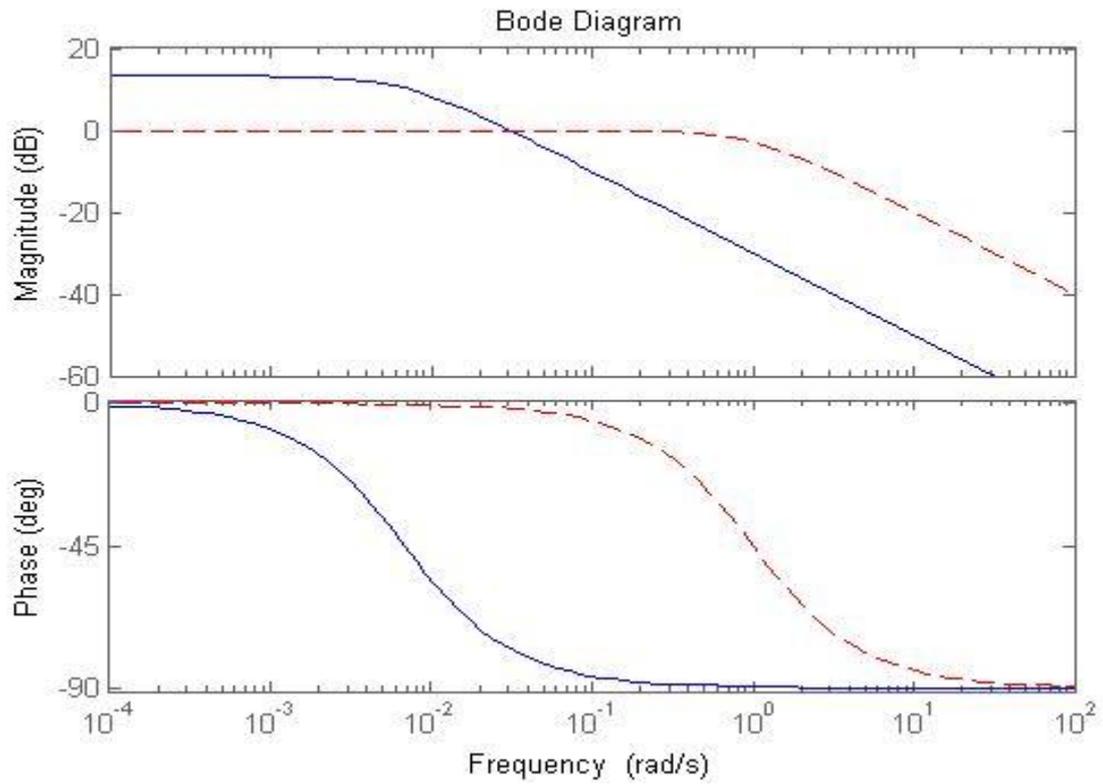


Figura 7. Diagrama de Bode para a função de transferência $G_{11}(s)$ do sistema em fase não-mínima (linha contínua) comparada com a função de transferência do filtro implementado (linha tracejada).

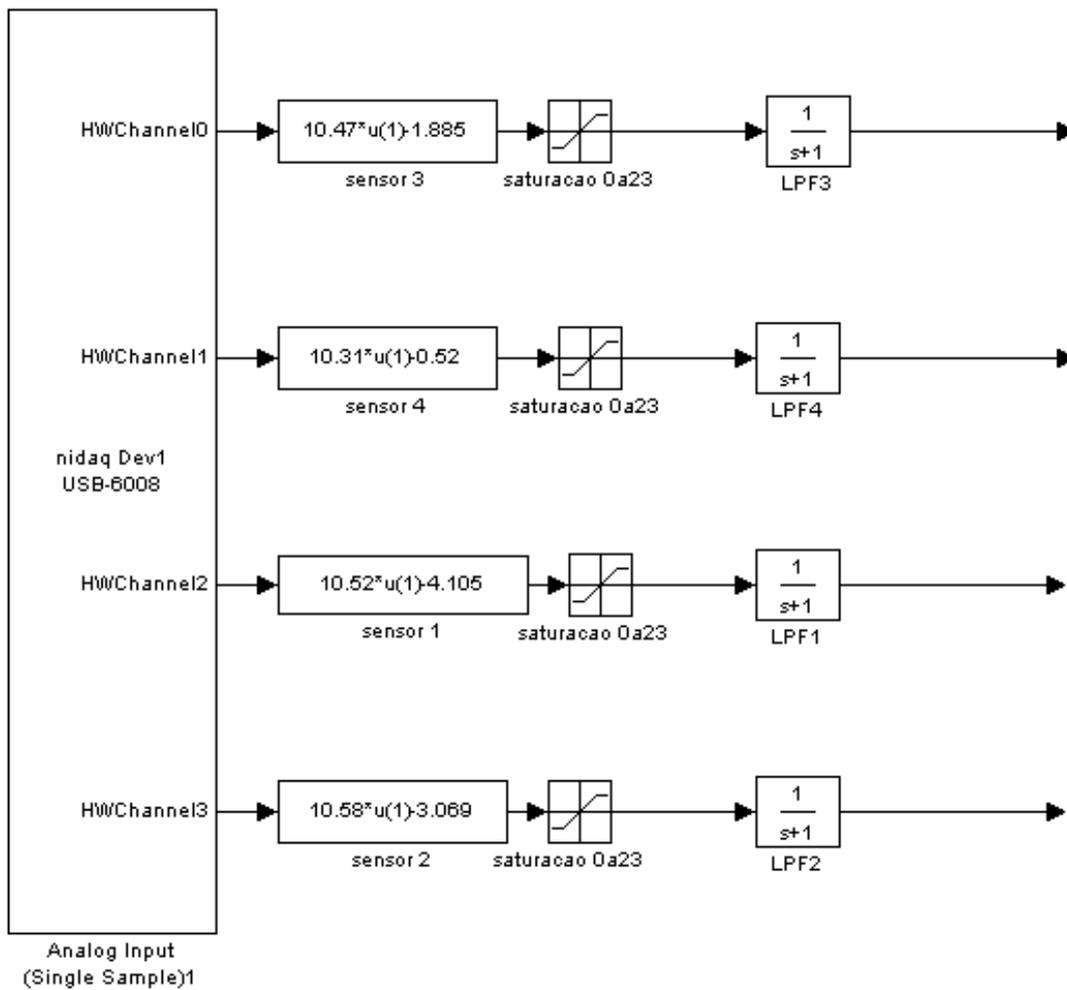


Figura 8. Diagrama Simulink de Condicionamento de Sinais

3. MODELAGEM DO TANQUE QUÁDRUPLO

O primeiro passo para a realização de um projeto de controle de processos [10] é a obtenção do modelo matemático que o descreve. Existem várias técnicas de modelagem, nas seções seguintes apresentaremos a modelagem fenomenológica do sistema de quatro tanques e a identificação dos parâmetros da planta didática em estudo através de curva de reação (modelagem caixa-preta).

3.1. MODELAGEM FENOMENOLÓGICA

A modelagem fenomenológica ou caixa-branca pressupõe um conhecimento aprofundado do funcionamento do sistema, assim como das relações matemáticas que descrevem os fenômenos envolvidos.

A modelagem fenomenológica do sistema de quatro tanques será baseada nos princípios de conservação de massa e na equação de Bernoulli para líquidos incompressíveis.

Assim, para cada tanque aplica-se o balanço de massas¹²:

$$\dot{V} = a \dot{h} = q_{in} - q_{out} \quad (1)$$

onde:

V = volume de água no tanque

a = área da secção transversal do tanque

h = nível de água

q_{in} = fluxo de entrada

q_{out} = fluxo de saída

¹ Será adotado um ponto sobrescrito nas variáveis para simbolizar a derivada com relação ao tempo.

² O argumento do tempo (t) será omitido por brevidade de notação. Assim, $\dot{V}(t)$ será representado por \dot{V} .

e a equação de Bernoulli para líquidos incompressíveis:

$$\frac{\rho v_w^2}{2} + \rho gh + P = \text{constante} \quad (2)$$

onde:

v_w = velocidade de escoamento da água

g = aceleração da gravidade

P = Pressão

ρ = massa específica da água

Assumindo que na superfície da água a velocidade seja nula ($v_w = 0$) e que na parte inferior de cada tanque o nível é igual a zero ($h = 0$), temos:

$$(v_w = 0): \rho gh + P = \text{constante}$$

$$(h = 0): \frac{\rho v^2}{2} + P = \text{constante}$$

Igualando as duas equações, encontramos a velocidade da água no fluxo de saída:

$$\rho gh + P = \frac{\rho v_w^2}{2} + P$$

$$v_w = \sqrt{2gh}$$

Sabemos que o fluxo na saída (q_{out}) é a velocidade da água no fluxo de saída (v_w) multiplicada pela área da secção transversal da saída do tanque (o). Assim, para o caso de escoamento turbulento, temos:

$$q_{out,i} = o_i v_{w,i} = o_i \sqrt{2gh_i} \quad (3)$$

As bombas geram um fluxo linearmente proporcional à tensão aplicada e cujas expressões podem ser encontradas na Tabela 1.

$$q_{bomba,i} = k_i v_i$$

Tabela 1. Fluxos das bombas para cada tanque.

	Para o tanque 1	Para o tanque 2	Para o tanque 3	Para o tanque 4
Da bomba 1	$\gamma_1 k_1 v_1$	-----	-----	$(1 - \gamma_1) k_1 v_1$
Da bomba 2	-----	$\gamma_2 k_2 v_2$	$(1 - \gamma_2) k_2 v_2$	-----

Agora, queremos obter a representação em espaço de estados e a matriz de função de transferência do sistema.

De (1), (3) e Tabela 1, temos:

$$\dot{v} = a \dot{h}_i = q_{in,i} - q_{out,i} \quad (4)$$

$$q_{out,i} = o_i \sqrt{2gh_i} \quad (5)$$

$$\dot{h}_i = \frac{1}{a} (q_{in,i} - q_{out,i})$$

Para o tanque 1:

$$q_{in1} = q_{out3} + q_{bomba1,1} = o_3 \sqrt{2gh_3} + \gamma_1 k_1 v_1$$

$$q_{out,1} = o_1 \sqrt{2gh_1}$$

Para o tanque 2:

$$q_{in2} = q_{out4} + q_{bomba2,2} = o_4 \sqrt{2gh_4} + \gamma_2 k_2 v_2$$

$$q_{out,2} = o_2 \sqrt{2gh_2}$$

Para o tanque 3:

$$q_{in3} = q_{bomba2,3} = (1 - \gamma_2) k_2 v_2$$

$$q_{out,3} = o_3 \sqrt{2gh_3}$$

Para o tanque 4:

$$q_{in4} = q_{bomba1,4} = (1 - \gamma_1) k_1 v_1$$

$$q_{out,4} = o_4 \sqrt{2gh_4}$$

Assim, temos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \dot{h}_1 = \frac{1}{A_1} (q_{in,1} - q_{out,1}) = \frac{1}{A_1} (o_3 \sqrt{2gh_3} + \gamma_1 k_1 v_1 - o_1 \sqrt{2gh_1}) \\ \dot{h}_2 = \frac{1}{A_2} (q_{in,2} - q_{out,2}) = \frac{1}{A_2} (o_4 \sqrt{2gh_4} + \gamma_2 k_2 v_2 - o_2 \sqrt{2gh_2}) \\ \dot{h}_3 = \frac{1}{A_3} (q_{in,3} - q_{out,3}) = \frac{1}{A_3} ((1 - \gamma_2) k_2 v_2 - o_3 \sqrt{2gh_3}) \\ \dot{h}_4 = \frac{1}{A_4} (q_{in,4} - q_{out,4}) = \frac{1}{A_4} ((1 - \gamma_1) k_1 v_1 - o_4 \sqrt{2gh_4}) \end{cases} \quad (6)$$

Em estado estacionário de equilíbrio, todas as variáveis que variam no tempo passam a ser constantes, resultando em um sistema não linear com 4 equações e 6

incógnitas (valores de estado estacionário): \bar{h}_1 , \bar{h}_2 , \bar{h}_3 , \bar{h}_4 , \bar{v}_1 , e \bar{v}_2 ³. Desta forma, devemos arbitrar dois destes valores e calcular os demais. Como queremos controlar os níveis dos tanques 1 e 2, escolhemos \bar{h}_1 e \bar{h}_2 e resolvemos o sistema de equações:

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{A_1} \left(o_3 \sqrt{2g\bar{h}_3} + \gamma_1 k_1 \bar{v}_1 - o_1 \sqrt{2g\bar{h}_1} \right) \\ 0 = \frac{1}{A_2} \left(o_4 \sqrt{2g\bar{h}_4} + \gamma_2 k_2 \bar{v}_2 - o_2 \sqrt{2g\bar{h}_2} \right) \\ 0 = \frac{1}{A_3} \left((1 - \gamma_2) k_2 \bar{v}_2 - o_3 \sqrt{2g\bar{h}_3} \right) \\ 0 = \frac{1}{A_4} \left((1 - \gamma_1) k_1 \bar{v}_1 - o_4 \sqrt{2g\bar{h}_4} \right) \end{cases} \quad (7)$$

De (7), temos:

$$o_3 \sqrt{2g\bar{h}_3} = o_1 \sqrt{2g\bar{h}_1} - \gamma_1 k_1 \bar{v}_1 \quad (8)$$

$$o_4 \sqrt{2g\bar{h}_4} = o_2 \sqrt{2g\bar{h}_2} - \gamma_2 k_2 \bar{v}_2 \quad (9)$$

$$o_3 \sqrt{2g\bar{h}_3} = (1 - \gamma_2) k_2 \bar{v}_2 \quad (10)$$

$$o_4 \sqrt{2g\bar{h}_4} = (1 - \gamma_1) k_1 \bar{v}_1 \quad (11)$$

Igualando (8) com (10), temos:

$$o_1 \sqrt{2g\bar{h}_1} - \gamma_1 k_1 \bar{v}_1 = (1 - \gamma_2) k_2 \bar{v}_2$$

$$o_1 \sqrt{2g\bar{h}_1} = \gamma_1 k_1 \bar{v}_1 + (1 - \gamma_2) k_2 \bar{v}_2$$

Igualando (9) com (11), temos:

$$o_2 \sqrt{2g\bar{h}_2} - \gamma_2 k_2 \bar{v}_2 = (1 - \gamma_1) k_1 \bar{v}_1$$

$$o_2 \sqrt{2g\bar{h}_2} = (1 - \gamma_1) k_1 \bar{v}_1 + \gamma_2 k_2 \bar{v}_2$$

³ Como notação, será adotada barra horizontal superior para definir o valor em estado estacionário de uma variável.

Desta forma, ficamos com o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} o_1 \sqrt{2gh_1} \\ o_2 \sqrt{2gh_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1 k_1 & (1 - \gamma_2) k_2 \\ (1 - \gamma_1) k_1 & \gamma_2 k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1 k_1 & (1 - \gamma_2) k_2 \\ (1 - \gamma_1) k_1 & \gamma_2 k_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} o_1 \sqrt{2gh_1} \\ o_2 \sqrt{2gh_2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2g}}{k_1 k_2 (\gamma_1 + \gamma_2 - 1)} \begin{bmatrix} \gamma_2 k_2 o_1 & (\gamma_2 - 1) k_2 o_2 \\ (\gamma_1 - 1) k_1 o_1 & \gamma_1 k_1 o_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\bar{h}_1} \\ \sqrt{\bar{h}_2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \bar{h}_3 \\ \bar{h}_4 \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{\sqrt{2g}} \right)^2 \begin{bmatrix} 0 & \left(\frac{(1 - \gamma_2) k_2}{o_3} \right)^2 \\ \left(\frac{(1 - \gamma_1) k_1}{o_4} \right)^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\bar{v}_1)^2 \\ (\bar{v}_2)^2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (13)$$

Agora, queremos obter a representação do sistema em espaço de estados na forma padrão:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

Em que x é o vetor de estados do sistema, u é o sinal de controle e y é a saída medida.

Em (6) temos um sistema de equações não lineares que contém raízes quadradas das variáveis de estado. Podemos escrever o sistema da seguinte forma:

$$\dot{h} = f(h, v)$$

onde f é uma função dos níveis de água (h) e das tensões nas bombas (v) cujos vetores são definidos como:

$$\begin{aligned} h &= [h_1 \quad h_2 \quad h_3 \quad h_4]^T & \bar{h} &= [\bar{h}_1 \quad \bar{h}_2 \quad \bar{h}_3 \quad \bar{h}_4]^T \\ v &= [v_1 \quad v_2]^T & \bar{v} &= [\bar{v}_1 \quad \bar{v}_2]^T \end{aligned}$$

Para obter a representação no espaço de estados, devemos linearizar o sistema em torno do estado estacionário (\bar{h}, \bar{v}) . Para isso, fazemos a expansão em série de Taylor de (6).

$$\dot{x} = \dot{h} \approx f(\bar{h}, \bar{v}) + \frac{\partial f(h, v)}{\partial h} \Big|_{h=\bar{h}} (h - \bar{h}) + \frac{\partial f(h, v)}{\partial v} \Big|_{v=\bar{v}} (v - \bar{v})$$

Onde:

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \quad x_i = h_i - \bar{h}_i$$

$$\mathbf{u} = [v_1 \ v_2]^T \quad u_i = v_i - \bar{v}_i$$

De (6), temos:

$$\dot{h}_1 = f_1(h_1, h_3, v_1) = \frac{1}{A_1} (o_3 \sqrt{2gh_3} + \gamma_1 k_1 v_1 - o_1 \sqrt{2gh_1})$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = \dot{h}_1 \approx & f_1(\bar{h}_1, \bar{h}_3, \bar{v}_1) + \frac{\partial f_1(h_1, h_3, v_1)^T}{\partial h_1} \Big|_{h_1=\bar{h}_1} (h_1 - \bar{h}_1) + \frac{\partial f_1(h_1, h_3, v_1)^T}{\partial h_3} \Big|_{h_3=\bar{h}_3} (h_3 - \bar{h}_3) \\ & + \frac{\partial f_1(h_1, h_3, v_1)^T}{\partial v_1} \Big|_{v_1=\bar{v}_1} (v_1 - \bar{v}_1) \end{aligned}$$

$$\dot{h}_1 = \frac{-o_1 \sqrt{2g}}{2A_1 \sqrt{\bar{h}_1}} (h_1 - \bar{h}_1) + \frac{o_3 \sqrt{2g}}{2A_1 \sqrt{\bar{h}_3}} (h_3 - \bar{h}_3) + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} (v_1 - \bar{v}_1)$$

$$\dot{h}_2 = f_2(h_2, h_4, v_2) = \frac{1}{A_2} (o_4 \sqrt{2gh_4} + \gamma_2 k_2 v_2 - o_2 \sqrt{2gh_2})$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = \dot{h}_2 \approx & f_2(\bar{h}_2, \bar{h}_4, \bar{v}_2) + \frac{\partial f_2(h_2, h_4, v_2)^T}{\partial h_2} \Big|_{h_2=\bar{h}_2} (h_2 - \bar{h}_2) + \frac{\partial f_2(h_2, h_4, v_2)^T}{\partial h_4} \Big|_{h_4=\bar{h}_4} (h_4 - \bar{h}_4) \\ & + \frac{\partial f_2(h_2, h_4, v_2)^T}{\partial v_2} \Big|_{v_2=\bar{v}_2} (v_2 - \bar{v}_2) \end{aligned}$$

$$\dot{h}_2 = \frac{-o_2 \sqrt{2g}}{2A_2 \sqrt{\bar{h}_2}} (h_2 - \bar{h}_2) + \frac{o_4 \sqrt{2g}}{2A_2 \sqrt{\bar{h}_4}} (h_4 - \bar{h}_4) + \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} (v_2 - \bar{v}_2)$$

$$\dot{h}_3 = f_3(h_3, v_2) = \frac{1}{A_3} \left((1 - \gamma_2) k_2 v_2 - o_3 \sqrt{2gh_3} \right)$$

$$\dot{x}_3 = \dot{h}_3 \approx f_3(\bar{h}_3, \bar{v}_2) + \frac{\partial f_3(h_3, v_2)^T}{\partial h_3} \Big|_{h_3=\bar{h}_3} (h_3 - \bar{h}_3) + \frac{\partial f_3(h_3, v_2)^T}{\partial v_2} \Big|_{v_2=\bar{v}_2} (v_2 - \bar{v}_2)$$

$$\dot{h}_3 = \frac{-o_3 \sqrt{2g}}{2A_3 \sqrt{\bar{h}_3}} (h_3 - \bar{h}_3) + \frac{(1 - \gamma_2) k_2}{A_3} (v_2 - \bar{v}_2)$$

$$\dot{h}_4 = f_4(h_4, v_1) = \frac{1}{A_4} \left((1 - \gamma_1) k_1 v_1 - o_4 \sqrt{2gh_4} \right)$$

$$\dot{x}_4 = \dot{h}_4 \approx f_4(\bar{h}_4, \bar{v}_1) + \frac{\partial f_4(h_4, v_1)^T}{\partial h_4} \Big|_{h_4=\bar{h}_4} (h_4 - \bar{h}_4) + \frac{\partial f_4(h_4, v_1)^T}{\partial v_1} \Big|_{v_1=\bar{v}_1} (v_1 - \bar{v}_1)$$

$$\dot{h}_4 = \frac{-o_4 \sqrt{2g}}{2A_4 \sqrt{\bar{h}_4}} (h_4 - \bar{h}_4) + \frac{(1 - \gamma_1) k_1}{A_4} (v_1 - \bar{v}_1)$$

Assim, temos a seguinte representação no espaço de estados:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{h}_1 \\ \Delta \dot{h}_2 \\ \Delta \dot{h}_3 \\ \Delta \dot{h}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-o_1 \sqrt{2g}}{2A_1 \sqrt{h_1}} & 0 & \frac{o_3 \sqrt{2g}}{2A_1 \sqrt{h_3}} & 0 \\ 0 & \frac{-o_2 \sqrt{2g}}{2A_2 \sqrt{h_2}} & 0 & \frac{o_4 \sqrt{2g}}{2A_2 \sqrt{h_4}} \\ 0 & 0 & \frac{-o_3 \sqrt{2g}}{2A_3 \sqrt{h_3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-o_4 \sqrt{2g}}{2A_4 \sqrt{h_4}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \end{bmatrix}$$

em que y_i são as saídas medidas do sistema, z_i são as saídas controladas, $\Delta h_i = h_i - \bar{h}_i$, $\Delta v_i = v_i - \bar{v}_i$, $i = 1,2,3,4$ são definidas como variáveis incrementais.

A representação no espaço de estados (14) pode ser apresentada na forma compacta

$$\begin{cases} \Delta \dot{h} = A \Delta h + B \Delta v \\ y = C \Delta h \\ z = C_z \Delta h \end{cases}$$

E por fim, a matriz função de transferência do sistema, obtida aplicando a transformada de Laplace nas equações linearizadas do sistema apresentadas acima e considerando a condição inicial $h_i(0) = \bar{h}_i$, é dada por:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{T_1 \gamma_1 k_1}{A_1 (1+sT_1)} & \frac{T_1 (1-\gamma_2) k_2}{A_1 (1+sT_3)(1+sT_1)} \\ \frac{T_2 (1-\gamma_1) k_1}{A_2 (1+sT_4)(1+sT_2)} & \frac{T_2 \gamma_2 k_2}{A_2 (1+sT_2)} \\ 0 & \frac{T_3 (1-\gamma_2) k_2}{A_3 (1+sT_3)} \\ \frac{T_4 (1-\gamma_1) k_1}{A_4 (1+sT_4)} & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

em que $G(s) = \frac{\Delta h(s)}{\Delta v(s)}$ e $T_i = \frac{2A_i \sqrt{\bar{h}_i}}{o_i \sqrt{2g}}$, $i = 1,2,3,4$.

3.2. IDENTIFICAÇÃO DA PLANTA DIDÁTICA

A modelagem caixa-preta, ou também chamada por curva de reação é utilizada quando o projetista não tem conhecimento da representação matemática do sistema, ou seja, desconhece os elementos internos que o compõem, mas possui à sua disposição os sinais de entrada e de saída do sistema real.

Neste caso, a modelagem consiste em aplicar um sinal de entrada no sistema e observar a saída. De acordo com as características da curva de resposta obtida é possível aproximar este comportamento a uma função de transferência de primeira ou de segunda ordem.

Para o sistema de quatro tanques, identificamos primeiro os valores de γ_1 e γ_2 . Para isso, todos os tanques foram esvaziados e suas saídas foram obstruídas, as bombas foram então ligadas por certo tempo permitindo que os tanques se enchessem até níveis arbitrários h_1 , h_2 , h_3 e h_4 . Os parâmetros γ_1 e γ_2 foram então determinados segundo as relações $\gamma_1 = \frac{h_1}{h_1+h_4}$ e $\gamma_2 = \frac{h_2}{h_2+h_3}$.

Os demais parâmetros do sistema foram identificados baseados na representação linear em espaço de estados (14) e com o auxílio da ferramenta *System Identification Toolbox*TM [11] do Matlab®.

A modelagem em caixa preta de sistemas MIMO pode ser feita a partir de ensaios em malha aberta, nos quais se aplicam degraus de pequenas amplitudes em torno do estado estacionário em cada uma das entradas e o comportamento das saídas é analisado. Para o sistema de quatro tanques, cuja tensão de entrada estacionária em Volts é $\bar{v} = [2.3 \ 1.8]$, foi dado um degrau de 0.15V na tensão de entrada v_1 e foi observado o comportamento dos níveis dos quatro tanques. A análise destes comportamentos fornece as funções de transferência da primeira coluna da matriz de transferências dada em (15). O mesmo procedimento foi realizado para um degrau na tensão v_2 obtendo os elementos da segunda coluna da matriz.

Os dados coletados foram pré-processados de modo que o estado estacionário, anterior ao degrau, é considerado zero e apenas os valores incrementais Δh_i são considerados.

Assim, a partir dos dados de entrada e saída pré-processados, a matriz de transferência foi calculada com ajuda da ferramenta *System Identification Toolbox*TM.

Para a fase mínima, com $\gamma_1 = 0.7363$, $\gamma_2 = 0.7577$ e $\bar{h} = [8.9 \ 9.97 \ 8.65 \ 9.67]^T$, obteve-se

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.298}{s + 0.01784} & \frac{0.0001495}{s^2 + 0.02074s + 0.00005165} \\ \frac{0.00147}{s^2 + 0.02393s + 0.0001079} & \frac{0.369}{s + 0.0179} \\ 0 & \frac{0.1321}{s + 0.002895} \\ \frac{0.1465}{s + 0.006028} & 0 \end{bmatrix}$$

E para a fase não-mínima, com $\gamma_1 = 0.1446$, $\gamma_2 = 0.1330$ e $\bar{h} = [8.5761 \ 9.0253 \ 8.107 \ 8.8679]^T$, obteve-se

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.03139}{s + 0.006824} & \frac{0.003984}{s^2 + 0.0184s + 0.000079} \\ \frac{0.001601}{s^2 + 0.03122s + 0.0002141} & \frac{0.04477}{s + 0.02106} \\ 0 & \frac{0.3766}{s + 0.01158} \\ \frac{0.3026}{s + 0.01017} & 0 \end{bmatrix}$$

O *System Identification Toolbox*TM fornece uma estimativa para modelos matemáticos de sistemas dinâmicos com base nas medições de entrada e saída do sistema. É possível especificar a forma da função de transferência esperada para o processo, como a ordem do sistema, a existência ou não de zero ou de atraso. As funções de transferências solicitadas ao *System Identification Toolbox*TM para os elementos $G_{11}(s)$, $G_{22}(s)$, $G_{14}(s)$ e $G_{23}(s)$ foram de primeira ordem, enquanto para os elementos $G_{12}(s)$ e $G_{21}(s)$ foram de segunda ordem, todas sem zeros e sem atrasos. O método utilizado para o cálculo das estimativas das funções de transferências foi o “*Process Model*” que utiliza uma técnica iterativa de cálculo dos parâmetros ganho e constante de tempo de modo a se ajustar ao comportamento observado experimentalmente. Para fins de ilustração, o resultado obtido através do *System Identification Toolbox*TM para a função de transferência $G_{22}(s)$ do sistema em fase não-mínima, juntamente com a interface desta ferramenta são apresentadas na Figura 9 e na Figura 10, respectivamente. Observe na Figura 9 que o modelo matemático estimado se aproximou de modo satisfatório ao comportamento real observado.

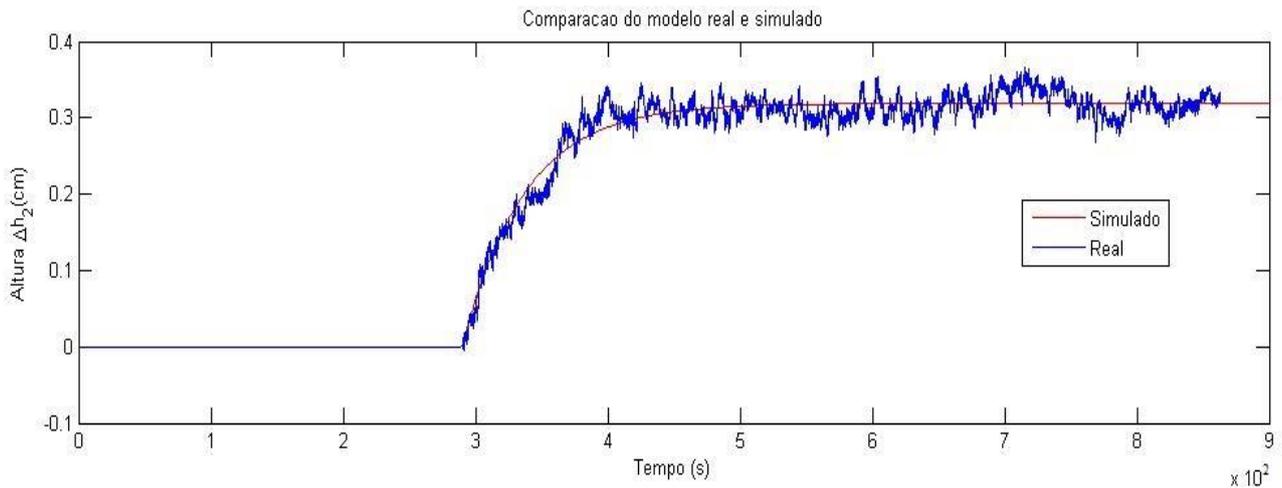


Figura 9. Resultado obtido através do *System Identification Toolbox*TM para a função de transferência $G_{22}(s)$ do sistema em fase não-mínima.

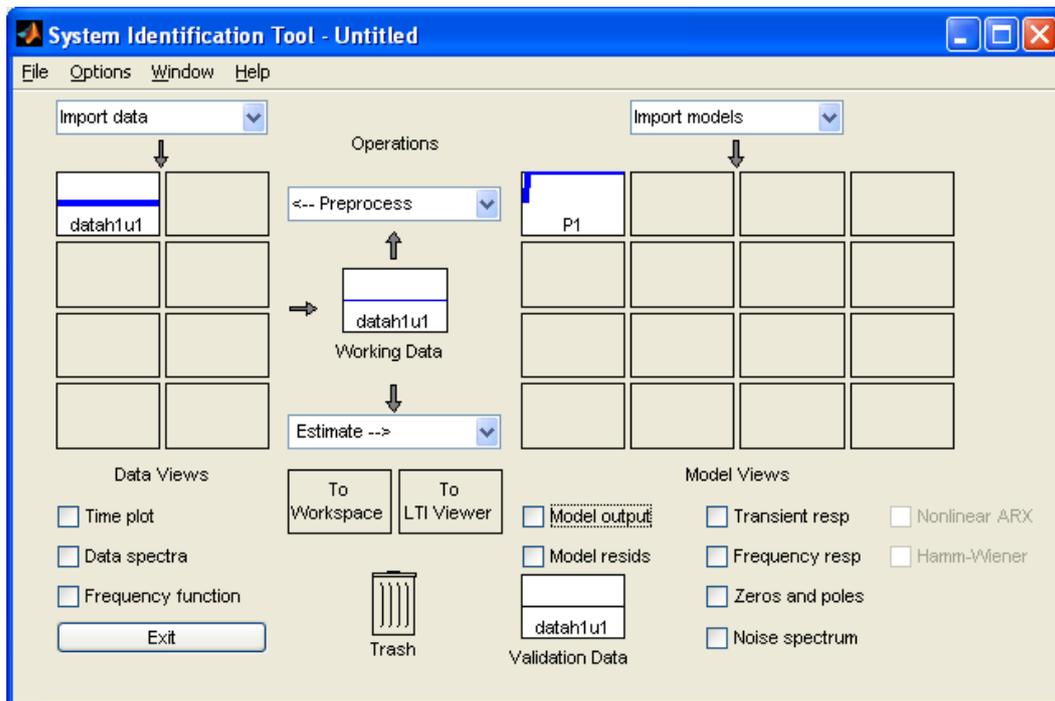


Figura 10. Interface gráfica do *System Identification Toolbox*TM

O modelo em espaço de estados de acordo com (14) foi obtido relacionando as funções de transferência identificadas com o modelo linear na notação de espaço de estados.

Os parâmetros do modelo em espaço de estados também se encontram na forma de funções de transferência, conforme (15). Assim, após identificação experimental das funções de transferência, cada parâmetro da modelagem linear foi calculado de forma algébrica. A partir dos parâmetros calculados, o modelo em espaço de estados foi obtido.

A Figura 11 apresenta a resposta dos níveis h_1 , h_2 , h_3 e h_4 aos degraus nas entradas v_1 e v_2 do sistema identificado em malha aberta para a fase mínima e fase não-mínima. Observa-se que para a fase mínima, a saída h_1 é mais influenciada pelo degrau na entrada v_1 enquanto a saída h_2 é mais influenciada pelo degrau na entrada v_2 . Contudo, na fase não mínima ocorre o oposto, ou seja, a saída h_1 passa a ser mais influenciada pelo degrau na entrada v_2 enquanto a saída h_2 passa a ser mais influenciada pelo degrau na entrada v_1 .

Quanto aos valores estacionários dos níveis dos tanques, estes valores dependem dos parâmetros A_i e \bar{h}_i , $i = 1,2,3,4$, conforme (15). Contudo para a fase mínima e não mínima, estes parâmetros são diferentes, não permitindo uma comparação direta entre as diferentes configurações de fase.

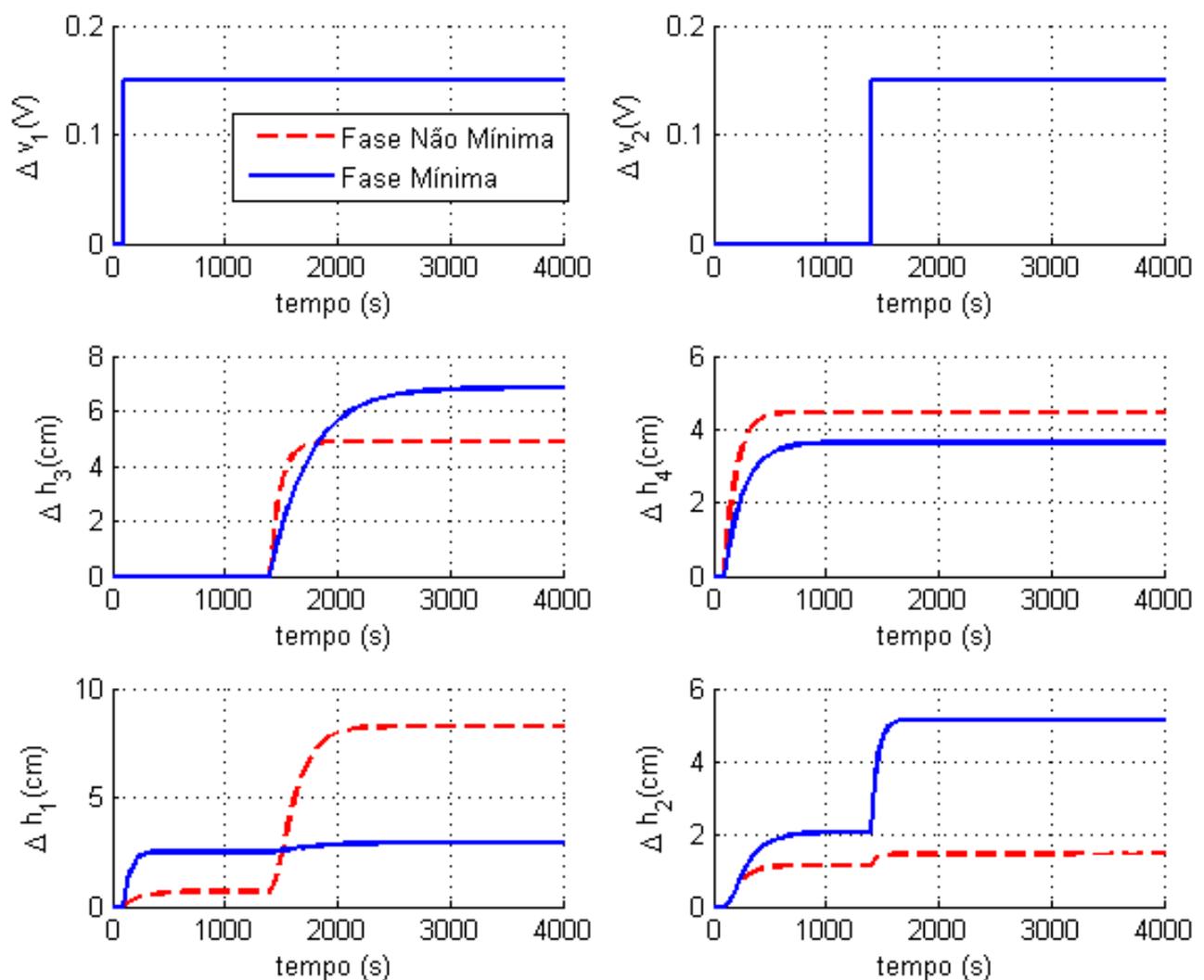


Figura 11. Resposta simulada dos níveis h_1 , h_2 , h_3 e h_4 aos degraus nas entradas v_1 e v_2 do sistema em malha aberta para a fase mínima (linha contínua) e fase não-mínima (linha tracejada).

4. CONTROLE

Esta sessão aborda os projetos dos controladores para o sistema de quatro tanques modelado na sessão anterior. Os principais conceitos utilizados nos projetos são discutidos. Foram projetados controladores no domínio da frequência e controladores baseado em desigualdades matriciais lineares (LMIs, do inglês, *Linear Matrix Analysis*). Cada método proposto foi primeiramente simulado no *Software* MATLAB, e depois implementado no sistema real da bancada do Laboratório de Automação e Robótica da Universidade de Brasília (LARA - UnB). Os gráficos apresentados de cada método estudado são os resultados da implementação do controle nos sistemas identificado e real para um degrau unitário nas referências de nível.

4.1. LOCALIZAÇÃO DO ZERO

Definição de zeros MIMO: zero é todo valor de s que decai o posto da matriz função de transferência [12].

No caso de matrizes função de transferência quadradas isso acontece quando $\det(G(s_0)) = 0$ para alguma $s = s_0$. Ou seja, os zeros da matriz de transferência são os valores de s que anulam $\det(G(s))$.

Para o sistema de quatro tanques temos duas entradas e duas saídas, desta forma, o determinante de matriz de transferência igualado a zero pode ser facilmente escrito como:

$$\det(G(s)) = \frac{T_1 T_2 k_1 k_2 \gamma_1 \gamma_2}{a^2 \prod_{i=1}^4 (1 + sT_i)} \cdot \left[(1 + sT_3)(1 + sT_4) - \frac{(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)}{\gamma_1 \gamma_2} \right] = 0$$

Que é o mesmo que

$$\left[(1 + sT_3)(1 + sT_4) - \frac{(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)}{\gamma_1 \gamma_2} \right] = 0$$

Observa-se, então, que a matriz de transferência $G(s)$ possui dois zeros cuja localização depende de γ_1 e γ_2 . Introduzindo o parâmetro $\eta = \frac{(1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)}{\gamma_1 \gamma_2}$, podemos fazer as seguintes análises.

- Se $\eta < 1$ ($\gamma_1 + \gamma_2 > 1$): os zeros se aproximam de $-\frac{1}{T_3}$ e $-\frac{1}{T_4}$;
- Se $\eta = 1$ ($\gamma_1 + \gamma_2 = 1$): os zeros são 0 e $-\left(\frac{1}{T_3} + \frac{1}{T_4}\right)$;
- Se $\eta \rightarrow \infty$ ($\gamma_1 + \gamma_2 < 1$): um zero tende a $-\infty$ e o outro a $+\infty$.

Vê-se que um zero estará sempre no Semi Plano Esquerdo (SPE), enquanto o outro pode estar tanto no SPE quanto no Semi Plano Direito (SPD).

Assim, o sistema será de fase mínima quando $1 < \gamma_1 + \gamma_2 < 2$, e de fase não-mínima quando $0 < \gamma_1 + \gamma_2 < 1$.

Com o sistema em fase mínima, os tanques inferiores (1 e 2) recebem mais água do que os tanques superiores (3 e 4); já no sistema em fase não-mínima, ocorre o contrário. Como o objetivo é controlar os níveis dos tanques 1 e 2, é intuitivo que a ação de controle seja mais simples se a maior parte do fluxo vai direto para eles. Sendo assim, percebe-se que a escolha da estratégia de controle pode ser afetada pela fase do sistema e que em fase não-mínima existe um maior acoplamento o que torna o controle do sistema mais desafiador.

Neste trabalho analisamos o sistema tanto para fase mínima quanto para fase não-mínima e os valores de γ_1 e γ_2 utilizados em cada caso, conforme identificados em seção anterior, estão ilustrados na Figura 12.

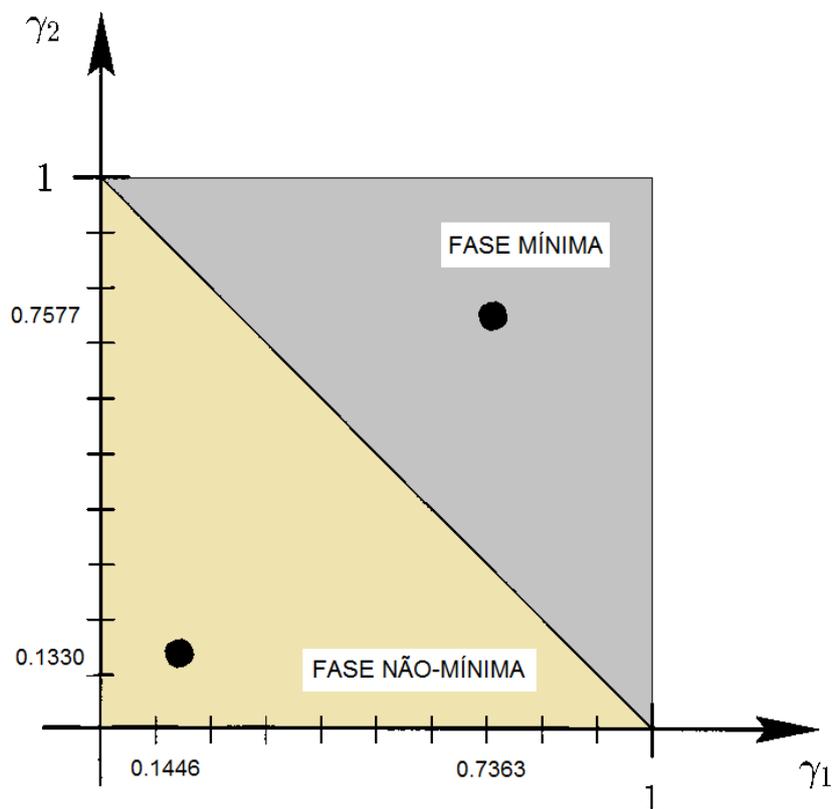


Figura 12. Valores de γ_1 e γ_2 utilizados em fase mínima e fase não-mínima.

A Figura 13 mostra as respostas simuladas do sistema em malha aberta em fase mínima e não mínima para que se possa realizar uma comparação entre as duas dinâmicas.

Para tal, utilizou-se os mesmos valores de parâmetros para ambos os sistemas excetuando-se γ_1 e γ_2 cujos valores adotados foram os obtidos experimentalmente em cada uma das configurações. A Figura 13 mostra que para a fase não mínima os tanques 3 e 4 sofrem maior influência das entradas v_2 e v_1 do que na fase mínima. Como os níveis h_3 e h_4 interferem nos níveis h_1 e h_2 , respectivamente, na fase não mínima os níveis h_1 e h_2 reagem mais às entradas v_2 e v_1 respectivamente, enquanto que na fase mínima, h_1 e h_2 sofrem maior interferência das entradas v_1 e v_2 , respectivamente.

Devido a diferentes aberturas das válvulas de saída dos quatro tanques observa-se diferenças nas amplitudes de resposta nos níveis entre fase mínima e não mínima. Por esse mesmo motivo a amplitude de resposta de Δh_1 à fase mínima é superior à fase não mínima e o inverso ocorre na resposta de Δh_2 .

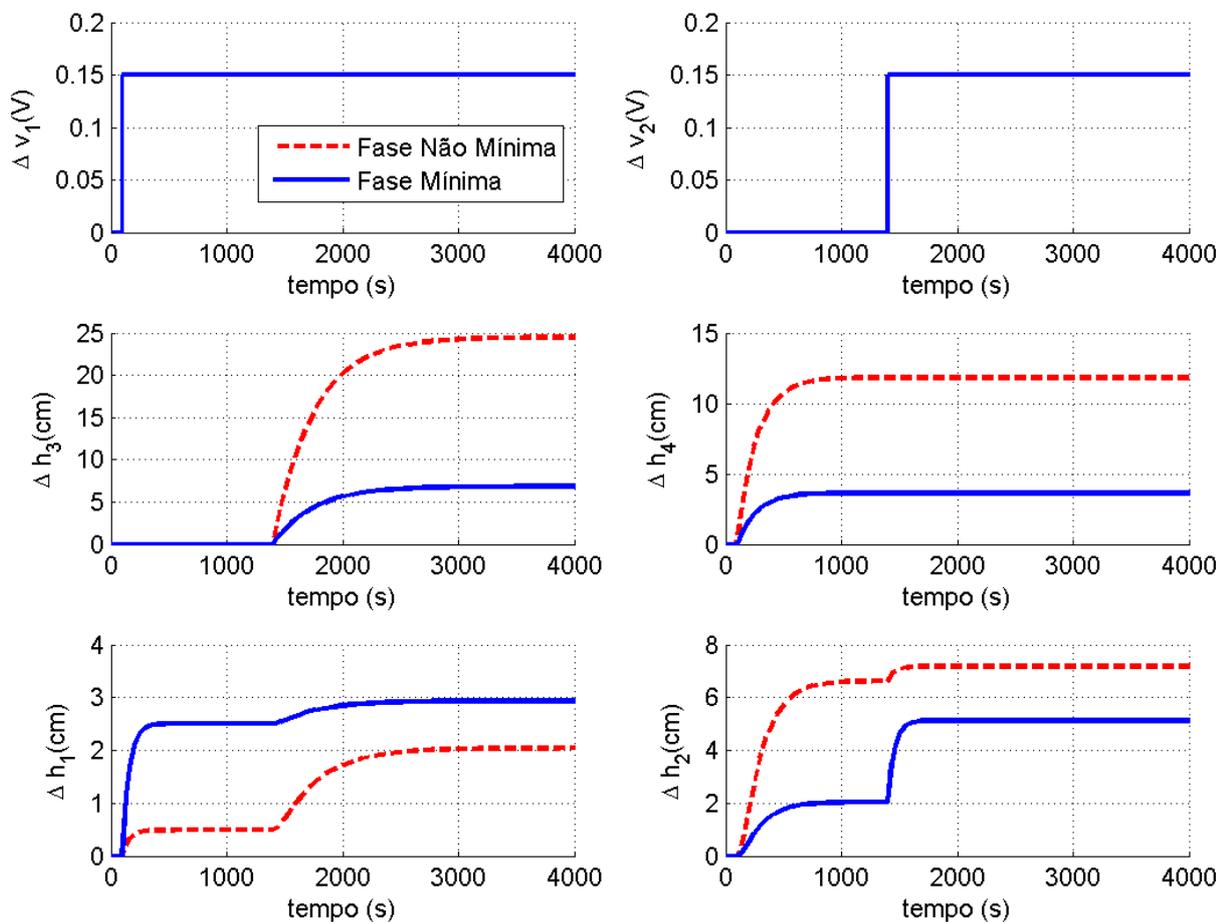


Figura 13. Resposta simulada dos níveis dos tanques aos degraus nas entradas v_1 e v_2 do sistema em malha aberta alterado os parâmetros γ_1 e γ_2 .

4.2. ANÁLISE DO EMPARELHAMENTO DAS VARIÁVEIS CONTROLADAS E MANIPULADAS

A matriz de ganhos relativos RGA (do inglês, *Relative Gain Array*) fornece uma medida da interação entre os sinais de entrada e saída de um sistema MIMO. Ou seja, determina o grau de acoplamento de uma dada saída com cada uma das entradas. Esta informação é importante para uma escolha adequada de emparelhamento entre as malhas no controle descentralizado.

Os elementos da RGA são definidos como a razão entre os ganhos de malha aberta e malha fechada do sistema no estado estacionário. Para um sistema 2x2, a matriz de ganhos relativos é dada por:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda & 1 - \lambda \\ 1 - \lambda & \lambda \end{bmatrix} \quad \text{onde} \quad \lambda = \frac{G_{11}(0)G_{22}(0)}{G_{11}(0)G_{22}(0) - G_{12}(0)G_{21}(0)}$$

Em que $G_{ij}(0)$ é o elemento ij da matriz de transferência do sistema. É importante mencionar que a matriz apresentada 4x2 em (15), relaciona as saídas medidas com as entradas. Para se obter a matriz de transferência 2x2 que relaciona as saídas controladas com as entradas, basta selecionar apenas as funções de transferências relacionadas às saídas controladas conforme abaixo:

$$H(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{22}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix}$$

Para o sistema de quatro tanques, o ganho relativo, λ , é dado por:

$$\lambda = \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2 - 1}$$

Assim, para se determinar qual o melhor emparelhamento, deve-se observar os ganhos relativos. Valores elevados de λ significam que a saída 1 é afetada predominantemente pela entrada 1 e a saída 2 pela entrada 2, enquanto valores pequenos de λ sugerem que a saída 1 depende fortemente da entrada 2 e a saída 2 da entrada 1.

Quando $\lambda < 0$ é mais difícil controlar o sistema, o que é coerente com a análise de localização, pois quando $\lambda < 0$, $\gamma_1 + \gamma_2 < 1$ e, portanto, o sistema apresenta-se em configuração de fase não-mínima.

Na Tabela 2 são apresentados os ganhos relativos e as matrizes de ganhos relativos para cada configuração de fase, assim como o emparelhamento sugerido para o controle descentralizado.

Tabela 2. Emparelhamento para o controle descentralizado.

	(γ_1, γ_2)	λ	Λ	Emparelhamento
Fase Mínima	(0.7363,0.7577)	1.129	$\begin{bmatrix} 1.129 & -0.129 \\ -0.129 & 1.129 \end{bmatrix}$	1-1 2-2
Fase não-mínima	(0.1446,0.1330)	-0.027	$\begin{bmatrix} -0.027 & 1.027 \\ 1.027 & -0.027 \end{bmatrix}$	1-2 2-1

4.3. CONTROLE DESCENTRALIZADO

Nos projetos de controle descentralizado foi utilizado o emparelhamento apresentado na Tabela 2. A estrutura do controle descentralizado para a fase mínima é apresentada na Figura 14, em que $y_1(s)$ e $y_2(s)$ são os níveis incrementais Δh_1 e Δh_2 , $r_1(s)$ e $r_2(s)$ são as referências dos tanques 1 e 2 respectivamente e $u_1(s)$ e $u_2(s)$ são os sinais de controle das bombas 1 e 2, respectivamente.

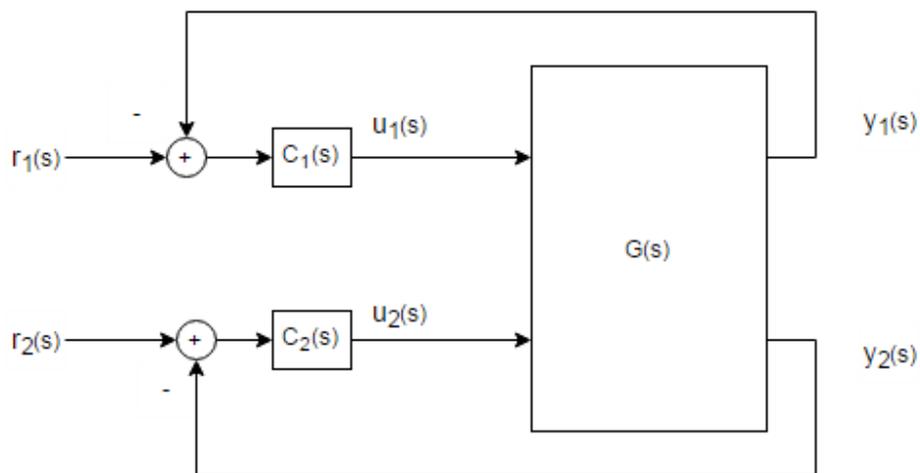


Figura 14. Estrutura do controle descentralizado para a fase mínima.

Os diagramas de blocos implementados no Simulink para os controles descentralizados em fase mínima e fase não-mínima são apresentados, respectivamente, na Figura 54 e Figura 55 do Anexo.

Nas seções seguintes serão projetados controladores descentralizados pelos métodos de Lugar Geométrico das Raízes (LGR), controlador baseado no modelo interno (IMC) (do inglês *Internal Model Controller*) e Síntese Direta, para as configurações de fase mínima e não-mínima.

4.3.1. LUGAR GEOMÉTRICO DAS RAÍZES

Os controladores baseados no Lugar Geométrico das Raízes [13] foram projetados para tempo de acomodação (critério 98%) do sistema em malha fechada em 20 segundos e sobressinal percentual de 15%.

Para a fase mínima, as funções de transferência de malha aberta utilizadas para o controle foram $G_{11}(s) = \frac{0.298}{s + 0.01784}$ e $G_{22}(s) = \frac{0.369}{s + 0.0179}$. E os controladores SISO $C_1(s)$ e $C_2(s)$ obtidos foram:

$$C_1(s) = \frac{1.282s + 0.5023}{s} \text{ e } C_2(s) = \frac{1.036s + 0.4057}{s}$$

A Figura 15 ilustra o mapa de polos e zeros de $G_{22}(s)$ com o controlador $C_2(s)$ em malha aberta, que é bastante semelhante ao de $G_{11}(s)$, já que essas funções de transferência são similares. Este mapa foi obtido com o auxílio do comando *Root Locus* do Matlab. Cabe ressaltar que as informações de fator de amortecimento e sobressinal apresentadas na Figura 15 referem-se a sistemas de segunda ordem na forma padrão, ou seja sem a presença de zeros, deste modo, como temos um zero, estes valores servem apenas como uma referência aproximada não sendo esperado obter precisamente esses valores na resposta experimental.

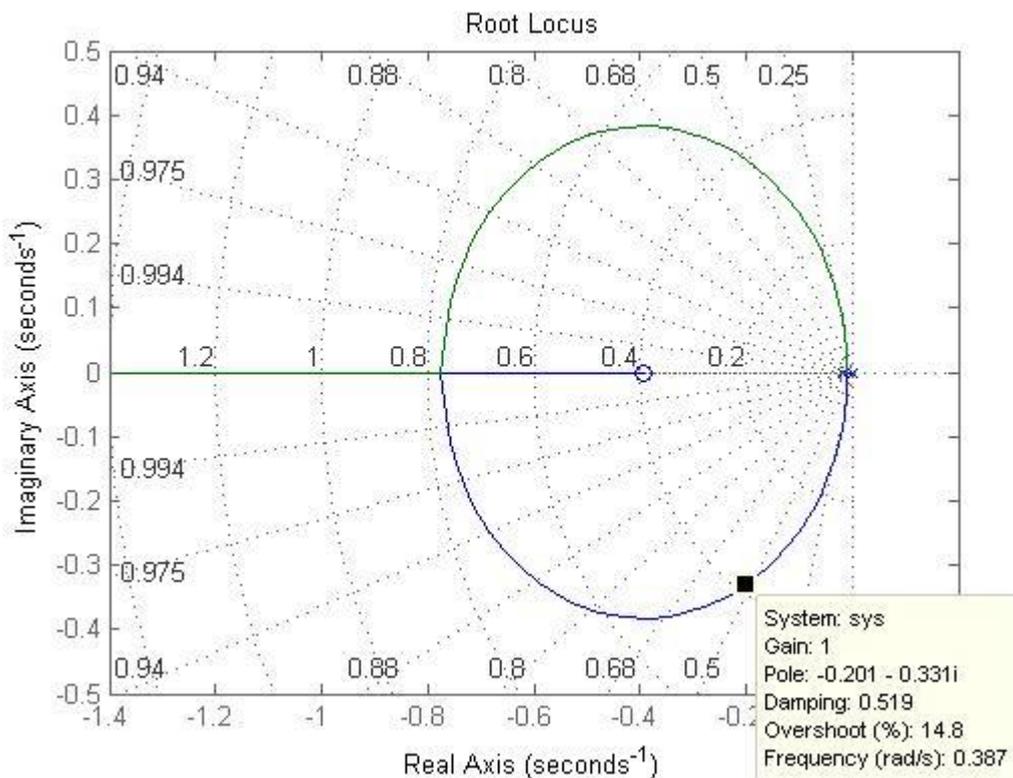


Figura 15. Mapa de polos e zeros de $G_{22}(s).C_2(s)$.

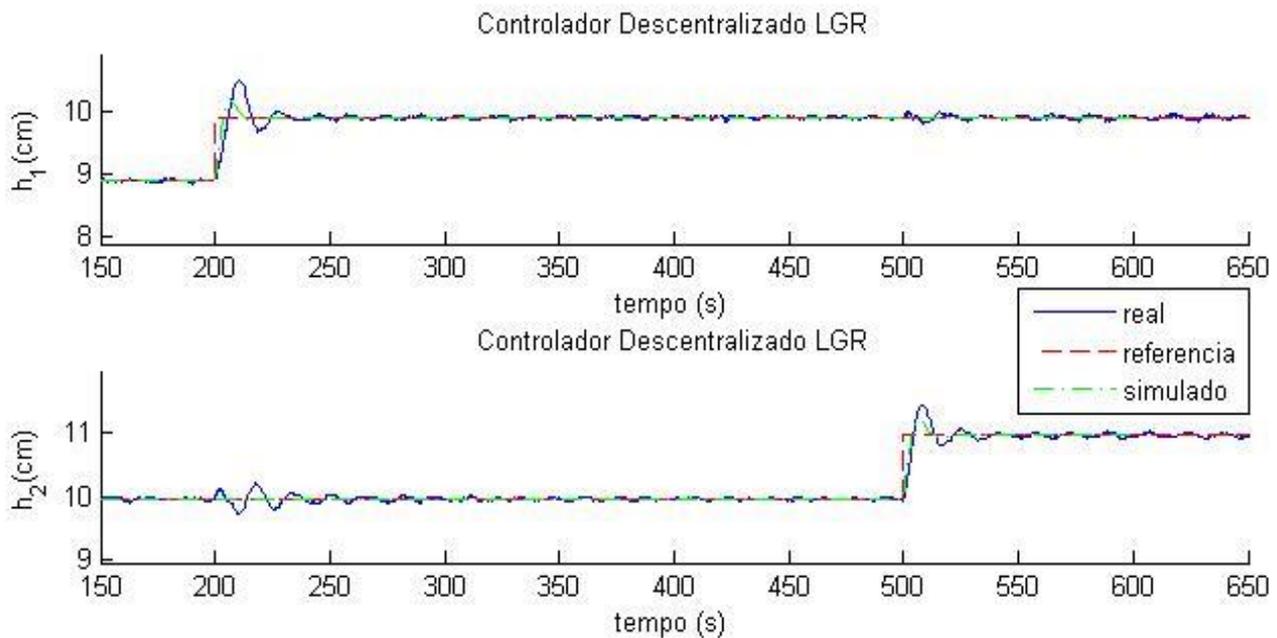


Figura 16. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador LGR.

A Figura 16 mostra a resposta ao degrau unitário em malha fechada deste controlador implementado nos sistemas identificado e real. Observa-se que as respostas foram semelhantes, o tempo de acomodação atendeu o requisito especificado de 20s, contudo, o sobressinal experimental extrapolou os 15% definidos. Por este gráfico, pode-se observar o acoplamento dos canais ao perceber a oscilação da saída do tanque 2 ao realizar o degrau na referência do tanque 1 no comportamento dos níveis obtido experimentalmente

4.3.2. MÉTODO DO MODELO INTERNO

O método do Modelo Interno (IMC) fornece a sintonia do controlador de modo a atender à especificação de constante de tempo em malha fechada. A Figura 17 mostra a estrutura de controle IMC em que a envoltória destacada é o controlador projetado.

Esta técnica de sintonia leva em conta a diferença entre o modelo da planta utilizado para o projeto do controlador e a dinâmica real da planta. Desta forma, permite certo grau de incerteza com relação à identificação do processo, o que confere maior robustez ao método.

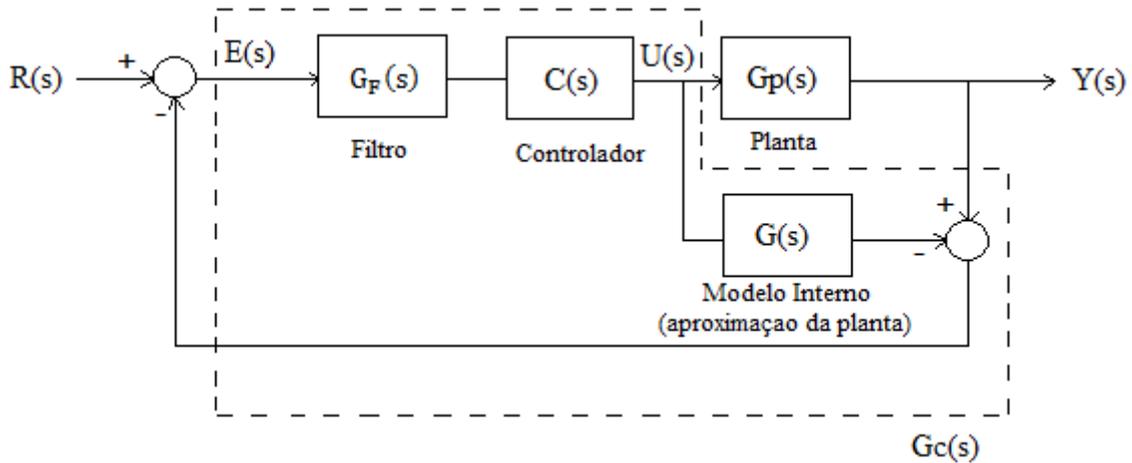


Figura 17. Estrutura IMC

Na Figura 17, $G_F(s)$ é um filtro utilizado devido às diferenças entre $G(s)$ e $G_p(s)$. Considera-se

$$G_F(s) = \frac{1}{\tau_F s + 1}$$

Através do diagrama de blocos acima é possível escrever a seguinte relação:

$$U(s) = C(s)G_F(s)(R(s) - Y(s) + G(s)U(s))$$

Rearranjando, tem-se:

$$G_c(s) = \frac{C(s)G_F(s)}{1 - C(s)G(s)G_F(s)}$$

A função de transferência em malha fechada do sistema apresentado na Figura 17 pode ser escrita como:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G_F(s)G_p(s)}{1 + C(s)G_F(s)(G_p(s) - G(s))}$$

Impondo a simplificação de que o modelo interno é igual ao modelo da planta, ou seja $G(s) = G_p(s)$, obtém-se:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = C(s)G_F(s)G_p(s)$$

Observe que para o caso em que $C(s) = \frac{1}{G(s)}$, a função de transferência em malha fechada fica:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = G_F(s)$$

Resultando na seguinte expressão para o controlador.

$$G_c(s) = \frac{\frac{1}{G(s)} \frac{1}{\tau_F s + 1}}{1 - \frac{1}{G(s)} G(s) \frac{1}{\tau_F s + 1}} = \frac{1}{G(s)} \frac{1}{\tau_F s}$$

Que, conforme veremos mais adiante, é igual à sintonia pelo método de Síntese Direta.

O critério de desempenho deste método é a constante de tempo desejada em malha fechada, no caso, τ_F . Assim, de posse do modelo da planta e da constante de tempo desejada em malha fechada ($\lambda = \tau_F$), é possível projetar o controlador através de tabelas de sintonia previamente calculadas, como na Tabela 3.

Tabela 3. Sintonia via IMC (retirado de [14]).

Modelo do Processo	K_P	T_I	T_D
$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{K * \lambda}$	τ	-
$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{(\tau_1 + \tau_2)}{K * \lambda}$	$(\tau_1 + \tau_2)$	$\frac{(\tau_1 * \tau_2)}{(\tau_1 + \tau_2)}$
$\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$	$\frac{2\xi\tau}{K * \lambda}$	$2\xi\tau$	$\frac{\tau}{2\xi}$
$\frac{K}{s}$	$\frac{1}{K * \lambda}$	-	-
$\frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{1}{K * \lambda}$	-	τ

Para a fase mínima $\lambda = 2s$ tanto para $G_{11}(s)$ quanto para $G_{22}(s)$. Os controladores SISO $C_1(s)$ e $C_2(s)$ utilizaram apenas as funções de transferências de malha aberta $G_{11}(s) = \frac{0.298}{s + 0.01784}$ e $G_{22}(s) = \frac{0.369}{s + 0.0179}$, respectivamente.

$$C_1(s) = \frac{1.678s + 0.02995}{s} \text{ e } C_2(s) = \frac{1.355s + 0.02424}{s}$$

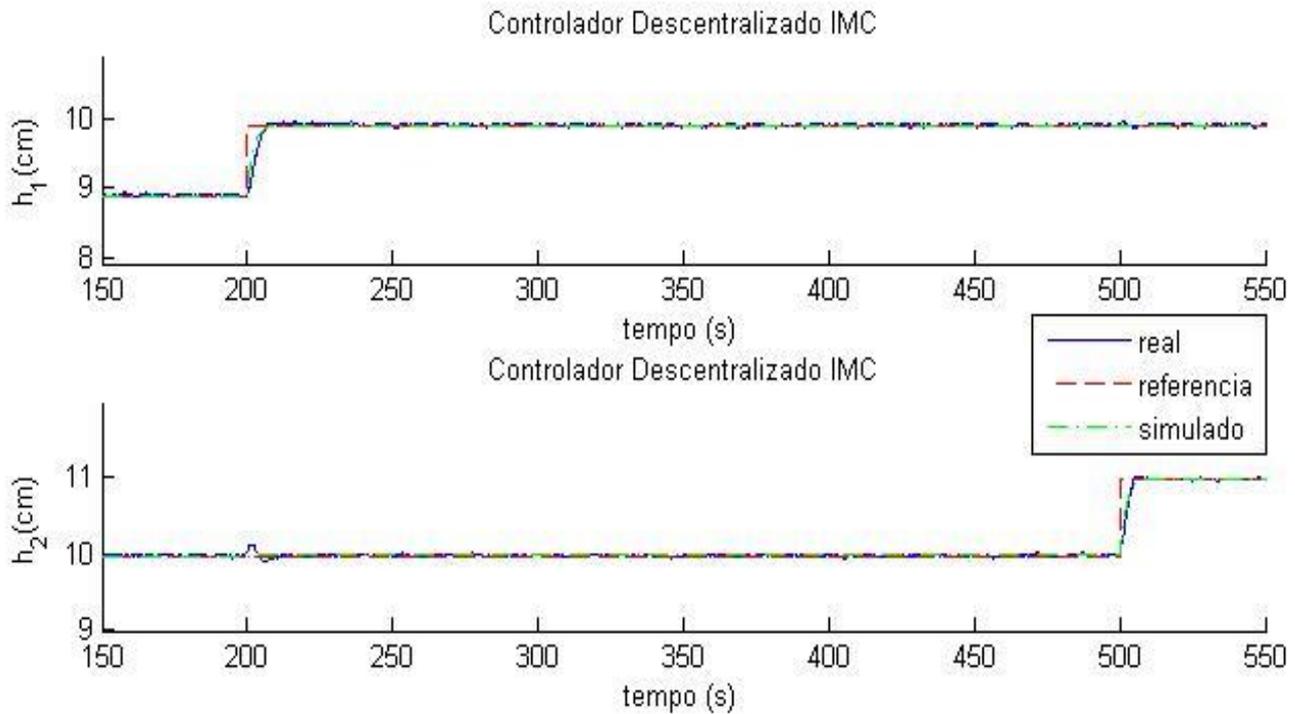


Figura 18. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador IMC.

A Figura 18 mostra a resposta em malha fechada do controlador implementado pelo método IMC nos sistemas identificado e real. Verifica-se que os resultados foram bastante semelhantes e que os requisitos de constante de tempo em malha fechada foram atingidos. O acoplamento entre os canais está presente, porém mais atenuado se comparado com o método LGR.

Para a fase não-mínima, seguindo o emparelhamento definido na Tabela 2, os controladores SISO $C_1(s)$ e $C_2(s)$ utilizaram as funções de transferências de malha aberta

$$G_{12}(s) = \frac{0.003984}{s^2 + 0.0184s + 7.9e-5} \text{ e } G_{21}(s) = \frac{0.001601}{s^2 + 0.03122s + 0.0002141} \text{ respectivamente.}$$

$$C_1(s) = \frac{0.17s + 0.0007303}{s} \text{ e } C_2(s) = \frac{0.02419s + 0.000166}{s}$$

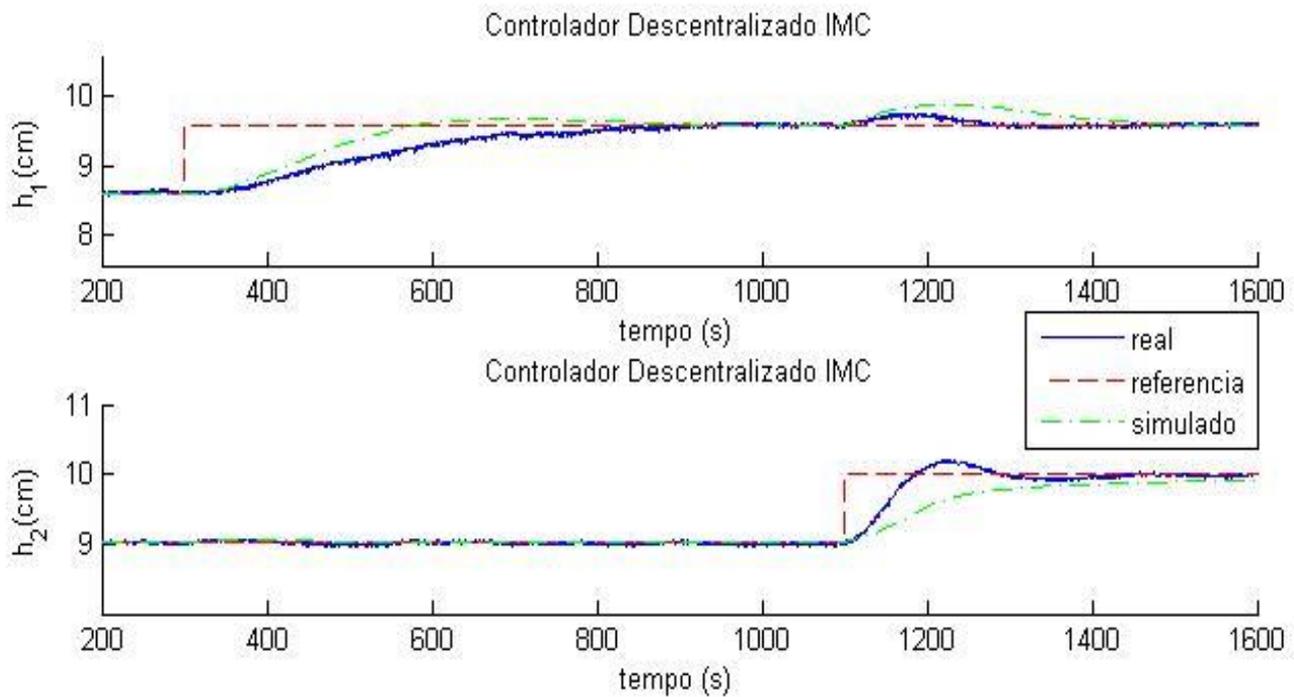


Figura 19. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador IMC.

A Figura 19 mostra a resposta ao degrau unitário do controlador implementado nos sistemas identificado e real. Verifica-se que em fase não-mínima, a resposta é mais lenta dado que as funções de transferência em malha aberta possuem constante de tempo maiores do que na fase mínima.

4.3.3. SÍNTESE DIRETA

O método Síntese Direta é baseado no estabelecimento da resposta do sistema em malha fechada e posteriormente os parâmetros do controlador são projetados para obter a resposta previamente estabelecida.

Este controle considera o sistema descentralizado e emparelhado de acordo com a Tabela 2. Portanto, para a fase mínima, apenas as funções de transferência $G_{11}(s)$ e $G_{22}(s)$ são consideradas. A resposta em malha fechada definida para esta configuração é de primeira ordem e com ganho unitário em regime permanente.

$$G_{MF1}(s) = \frac{C_1(s)G_{11}(s)}{1 + C_1(s)G_{11}(s)} = \frac{1}{\tau_1 s + 1}$$

$$G_{MF_2}(s) = \frac{C_2(s)G_{22}(s)}{1 + C_2(s)G_{22}(s)} = \frac{1}{\tau_2 s + 1}$$

Em que τ_1 e τ_2 são as constantes de tempo do sistema em malha fechada.

Para obter as respostas acima, os controladores assumem as seguintes estruturas.

$$C_1(s) = \frac{1}{G_{11}(s)} \cdot \frac{1}{\tau_1 s} \quad \text{e} \quad C_2(s) = \frac{1}{G_{22}(s)} \cdot \frac{1}{\tau_2 s}$$

Foi projetada a constante de tempo de 2 segundos fazendo $\tau_1 = \tau_2 = 2$.

Os controladores Síntese Direta para a fase mínima são dados por:

$$C_1(s) = \frac{s+0.0178}{0.5960s} \quad \text{e} \quad C_2(s) = \frac{s+0.0179}{0.7380s}$$

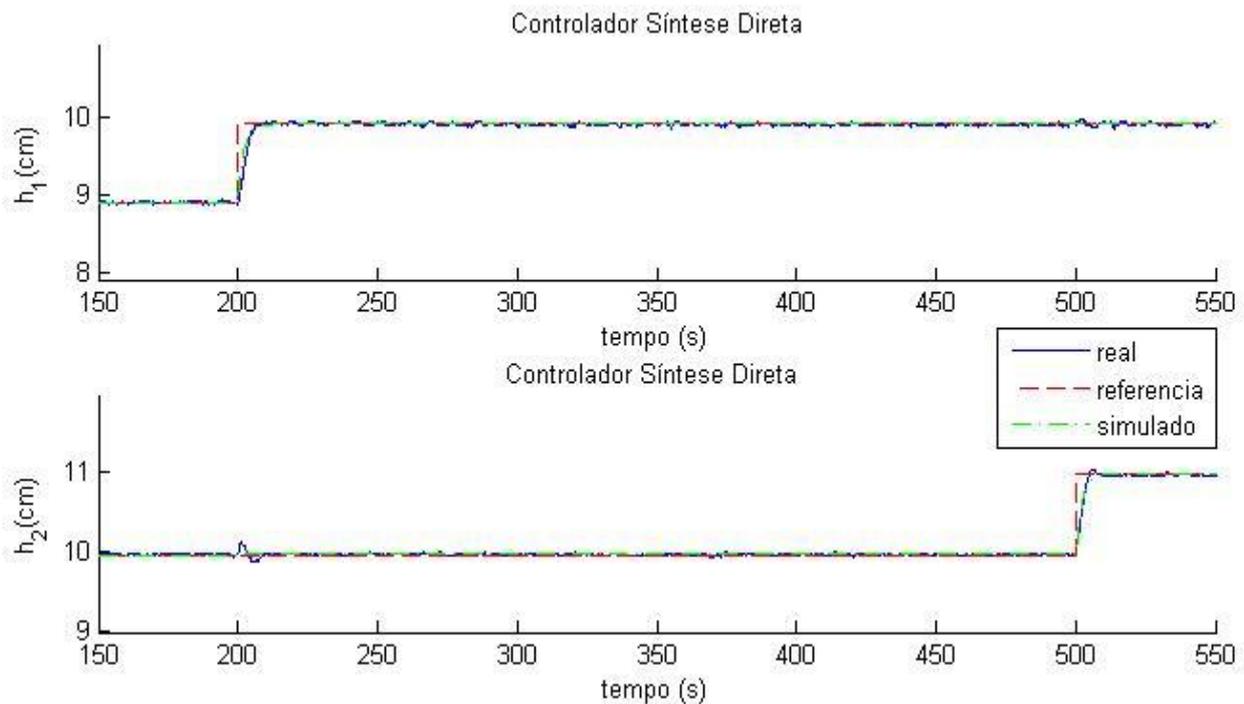


Figura 20. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador por Síntese Direta.

A Figura 20 mostra a resposta dos sistemas identificado e real em malha fechada ao degrau unitário na referência dos tanques 1 e 2. Verifica-se que os resultados foram bastante semelhantes. Os requisitos do projeto de constante de tempo de 2s, no entanto, não foram atingidos por limitação da saturação das bombas, porém foi atingida a constante de tempo de aproximadamente 3s e sem sobressinal mostrando um desempenho melhor do que o visualizado no método LGR e semelhante ao método IMC.

Para a fase não mínima, com o emparelhamento é dado conforme a Tabela 2. As funções de transferência em malha fechada são dadas por:

$$G_{MF1}(s) = \frac{C_2(s)G_{21}(s)}{1 + C_2(s)G_{21}(s)} \text{ e } G_{MF2} = \frac{C_1(s)G_{12}(s)}{1 + C_1(s)G_{12}(s)}$$

Considerando a resposta em malha fechada de primeira ordem com ganho unitário em regime permanente, os controladores seriam dados por $C_2(s) = \frac{1}{G_{21}(s)} \cdot \frac{1}{\tau_1 s}$ e $C_1(s) = \frac{1}{G_{12}(s)} \cdot \frac{1}{\tau_2 s}$, semelhante ao projetado na fase mínima. Contudo, este método resultaria em controladores $C_1(s)$ e $C_2(s)$ não próprios, sendo não realizáveis.

Considerou-se, portanto, uma função de transferência de segunda ordem com ganho unitário em regime permanente.

$$G_{MF1}(s) = \frac{C_2(s)G_{21}(s)}{1 + C_2(s)G_{21}(s)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}\right)s + \frac{1}{p_1 p_2} s^2}$$

Em que $-p_1$ e $-p_2$ são os polos do sistema em malha fechada. Neste projeto, $-p_1$ e $-p_2$ foram calculados para deixar o sistema em malha fechada mais rápido do que a função de transferência $G_{21}(s)$ em malha aberta. Para isso foi definido $-p_1$ e $-p_2$ para serem duas vezes os polos do sistema em malha aberta de $G_{21}(s)$.

O mesmo procedimento foi feito para o controlador $C_1(s)$, porém considerando a função de transferência $G_{12}(s)$.

$$C_1(s) = \frac{2.1405e^{-4}s^2 + 6.6831e^{-6}s + 4.5818e^{-8}}{4.0018e^{-4}s^2 + 2.4989e^{-5}s} \text{ e } C_2(s) = \frac{7.9002e^{-5}s^2 + 1.4537e^{-6}s + 6.2413e^{-9}}{9.9595e^{-4}s^2 + 3.6652e^{-4}s}$$

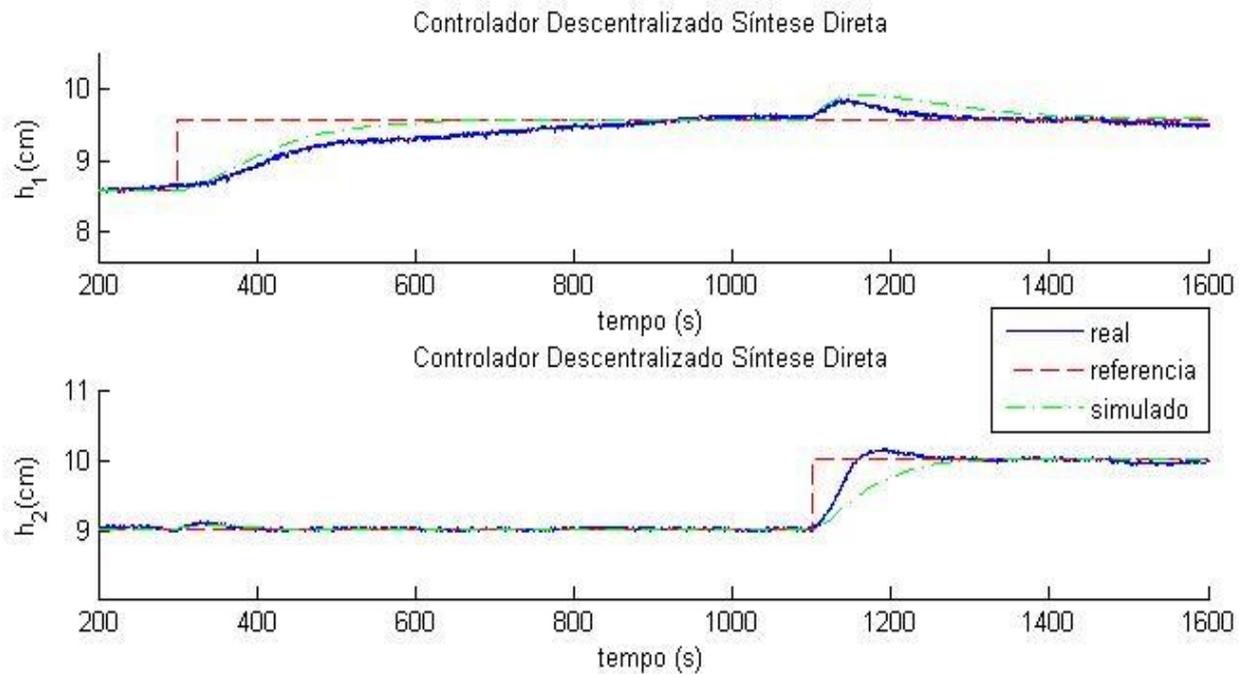


Figura 21. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador por Síntese Direta.

A Figura 21 mostra a resposta dos sistemas identificado e real em malha fechada ao degrau unitário na referência dos tanques 1 e 2. Esta resposta se assemelha à resposta do método IMC apresentado anteriormente, porém com um tempo de acomodação e efeito de acoplamento ligeiramente maior.

4.4. CONTROLE DESACOPLADO

Apenas o controle descentralizado pode não ser suficiente para estabilização de sistemas acoplados. Projetos de controladores MIMO se mostram complexos e de difícil sintonia manual. O controle desacoplado vem como opção para sistemas MIMO que possuem alto grau de acoplamento nos canais de entradas e saídas. Neste caso, há primeiro o desacoplamento dos canais, e então o controle descentralizado pode ser projetado com mais eficiência através de técnicas conhecidas como o tradicional controlador PID ou método de Síntese Direta. Mesmo em campo, tem-se a opção de ajustar os parâmetros do controlador descentralizado manualmente sem alterar o acoplamento dos canais, tornando o controlador mais flexível em seus ajustes.

4.4.1. DESACOPLADO COMPLETO

Na fase mínima, o desacoplador segue a seguinte estrutura:

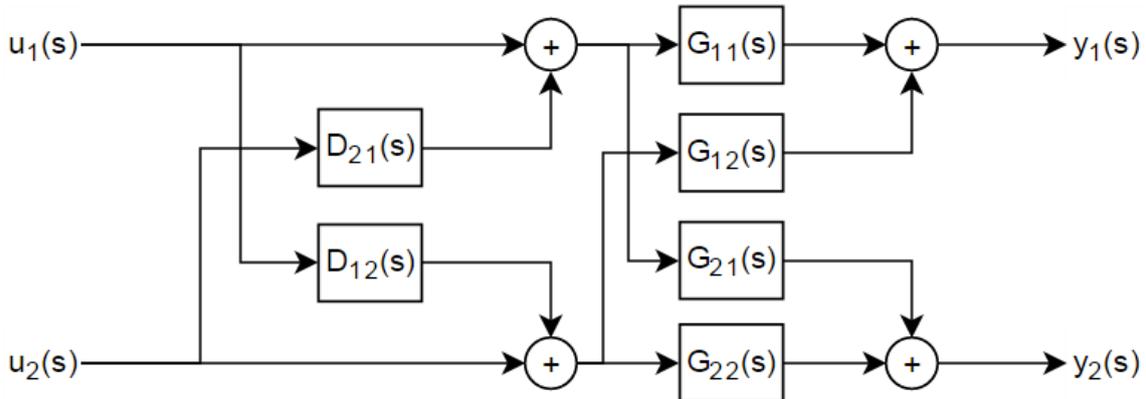


Figura 22. Estrutura do desacoplador.

Em que $D_{12}(s)$ e $D_{21}(s)$ são projetados para que as saídas $y_1(s)$ e $y_2(s)$ dependam exclusivamente de $u_1(s)$ e $u_2(s)$ respectivamente, ou seja, o sistema se torna *Single Input Single Output* (SISO). Dessa forma, um controle descentralizado é projetado para o novo sistema desacoplado SISO.

As saídas do sistema em malha aberta com o desacoplador são dadas por:

$$y_1(s) = G_{11}(s)(u_1(s) + D_{21}(s)u_2(s)) + G_{12}(s)(u_2(s) + D_{12}(s)u_1(s))$$

$$y_2(s) = G_{22}(s)(u_2(s) + D_{12}(s)u_1(s)) + G_{21}(s)(u_1(s) + D_{21}(s)u_2(s))$$

Para que $y_1(s)$ e $y_2(s)$ dependa apenas de $u_1(s)$ e $u_2(s)$ respectivamente, fazemos

$$D_{21}(s) = -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \text{ e } D_{12}(s) = -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)}.$$

$$D_{12}(s) = -\frac{-0.0015s - 2.6318e^{-5}}{0.3690s^2 + 0.0088s + 3.9814e^{-5}}$$

$$D_{21}(s) = \frac{-1.4945e^{-4}s - 2.6666e^{-6}}{0.2980s^2 + 0.0062s + 1.5391e^{-5}}$$

O sistema desacoplado tem as seguintes saídas:

$$y_1(s) = \left(G_{11}(s) - \frac{G_{21}(s) \cdot G_{12}(s)}{G_{22}(s)} \right) u_1(s)$$

$$y_2(s) = \left(G_{22}(s) - \frac{G_{12}(s) \cdot G_{21}(s)}{G_{11}(s)} \right) u_2(s)$$

Dessa forma, o mesmo projeto do controlador descentralizado Síntese Direta foi utilizado para o sistema desacoplado acima, contudo substituindo as funções de transferência em malha aberta $G_{11}(s)$ e $G_{22}(s)$ por $\left(G_{11}(s) - \frac{G_{21}(s) \cdot G_{12}(s)}{G_{22}(s)}\right)$ e $\left(G_{22}(s) - \frac{G_{12}(s) \cdot G_{21}(s)}{G_{11}(s)}\right)$ respectivamente.

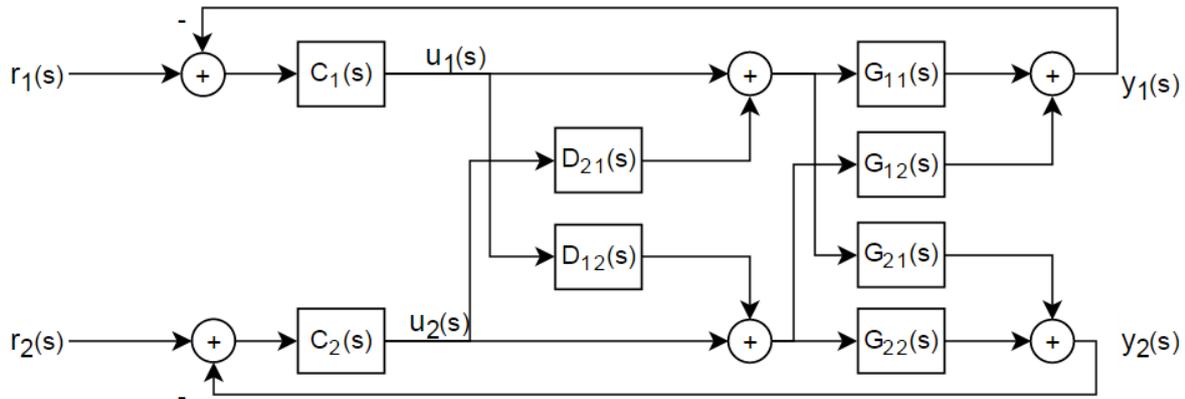


Figura 23. Estrutura do controle desacoplado.

Em que $r_1(s)$ e $r_2(s)$ são as referências para os tanques 1 e 2 respectivamente.

$$C_1(s) = \frac{0.3690s^5 + 0.0231s^4 + 5.3605e^{-4}s^3 + 5.5992e^{-6}s^2 + 2.4925e^{-8}s + 3.6693e^{-11}}{0.2199s^5 + 0.0098s^4 + 1.4377e^{-4}s^3 + 7.4814e^{-7}s^2 + 1.0852e^{-9}s} e$$

$$C_2(s) = \frac{0.2980s^5 + 0.0186s^4 + 4.3364e^{-4}s^3 + 4.5327e^{-6}s^2 + 2.0187e^{-8}s + 2.9726e^{-11}}{0.2199s^5 + 0.0098s^4 + 1.4377e^{-4}s^3 + 7.4814e^{-7}s^2 + 1.0852e^{-9}s}$$

O diagrama de bloco deste controlador implementado no *software* Simulink está mostrado na Figura 56 do Anexo.

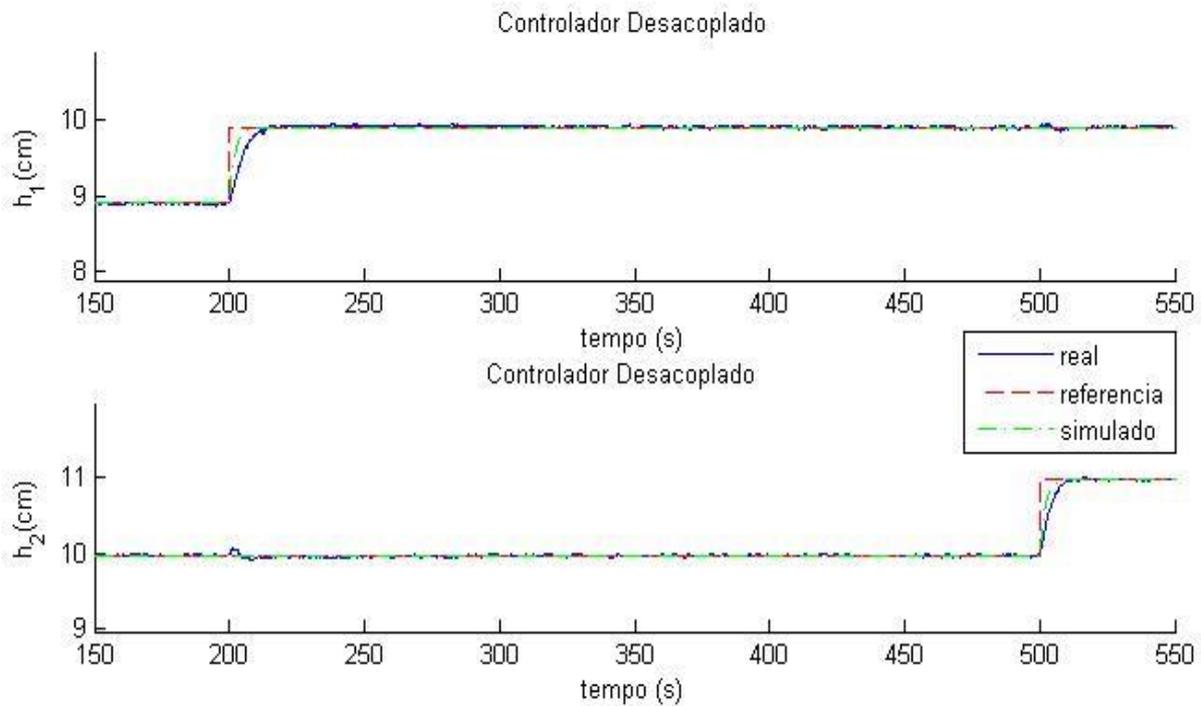


Figura 24. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador Desacoplado.

A Figura 24 mostra a resposta deste controlador implementado nos sistemas identificado e real. Para este método, a resposta do sistema em malha fechada aproxima-se à de um modelo de primeira ordem com constante de tempo de 5 segundos, sendo superior aos 3s do método síntese direta sem desacoplador. Contudo, o acoplamento foi ligeiramente reduzido.

Para a fase não-mínima, seguindo o emparelhamento definido na Tabela 2, para que $y_1(s)$ e $y_2(s)$ dependa apenas de $u_2(s)$ e $u_1(s)$ respectivamente, fazemos $D_{21}(s) = -\frac{G_{22}(s)}{G_{21}(s)}$ e $D_{12}(s) = -\frac{G_{11}(s)}{G_{12}(s)}$. Contudo os desacopladores $D_{21}(s)$ e $D_{12}(s)$ são não próprios e, portanto, não realizáveis. Para contornar esta situação, uma nova estrutura do sistema com desacoplador foi adotada, desacoplador simplificado, descrita no tópico seguinte.

4.4.2. DESACOPLADOR SIMPLIFICADO

Deseja-se obter uma função de transferência em malha aberta em que $y_1(s)$ e $y_2(s)$ dependam apenas de $u_1(s)$ e $u_2(s)$ respectivamente, evitando desacopladores não causais. O desacoplamento consiste em obter a matriz de função de transferência em malha aberta

diagonal dada por $Q(s) = G(s)D(s)$, em que $G(s)$ é a matriz de função de transferência do sistema e $D(s)$ é a matriz de desacopladores.

Em um sistema 2x2, a estrutura do desacoplador é dado por:

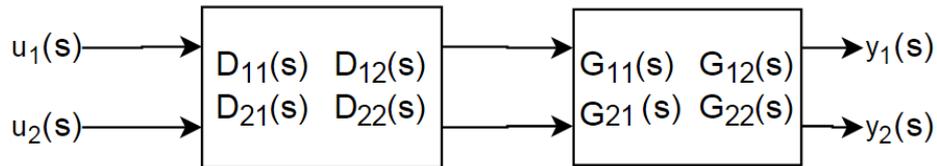


Figura 25. Desacoplador em Malha Aberta

Neste trabalho, foi utilizado uma das formas de desacopladores convencionais, chamado de desacoplador simplificado [15], em que a matriz $D(s)$ possui n elementos iguais a 1, em que n é a dimensão da matriz $D(s)$. Em um sistema 2x2, as possíveis configurações de $D(s)$ são apresentadas na tabela seguinte, assim como a matriz de função de transferência do processo resultante $Q(s)$:

Tabela 4. Matrizes de desacopladores.

Configuração	$D(s)$	$Q(s)$
1	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{g_{21}}{g_{22}} & -\frac{g_{11}}{g_{12}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} g_{11} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{22}} & 0 \\ 0 & g_{21} - \frac{g_{11}g_{22}}{g_{12}} \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \\ -\frac{g_{21}}{g_{22}} & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} g_{11} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{22}} & 0 \\ 0 & g_{22} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}} \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} -\frac{g_{22}}{g_{21}} & 1 \\ 1 & -\frac{g_{11}}{g_{12}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} g_{12} - \frac{g_{11}g_{22}}{g_{21}} & 0 \\ 0 & g_{21} - \frac{g_{11}g_{22}}{g_{12}} \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} -\frac{g_{22}}{g_{21}} & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} g_{12} - \frac{g_{11}g_{22}}{g_{21}} & 0 \\ 0 & g_{22} - \frac{g_{11}g_{21}}{g_{11}} \end{bmatrix}$

Observe que a configuração 2 já está ilustrada na Figura 22. As demais configurações são mostradas nas figuras a seguir:

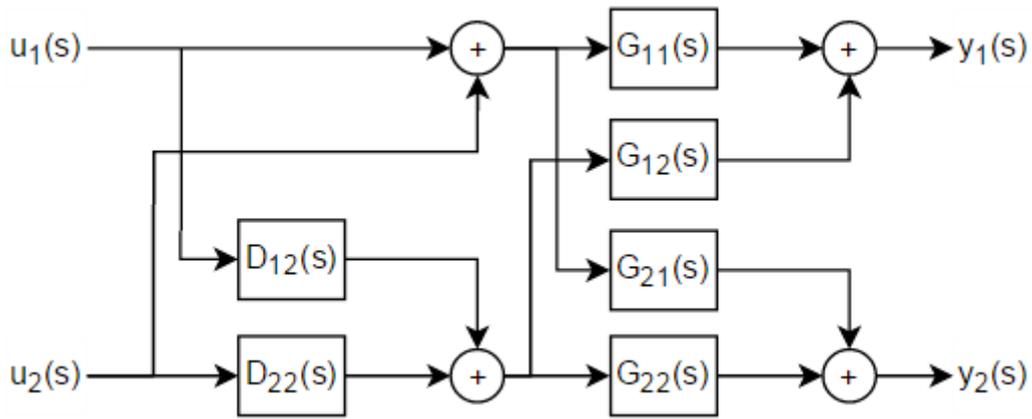


Figura 26. Estrutura do desacoplador simplificado configuração 1.

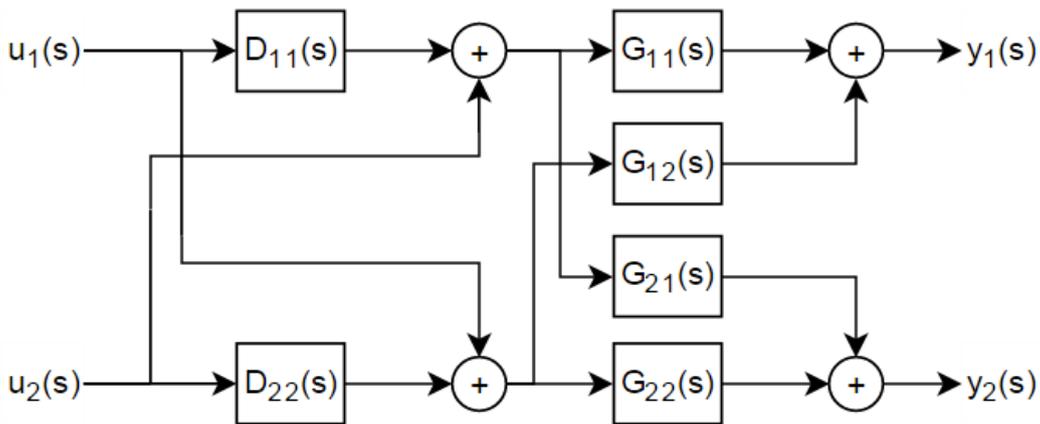


Figura 27. Estrutura do desacoplador simplificado configuração 3

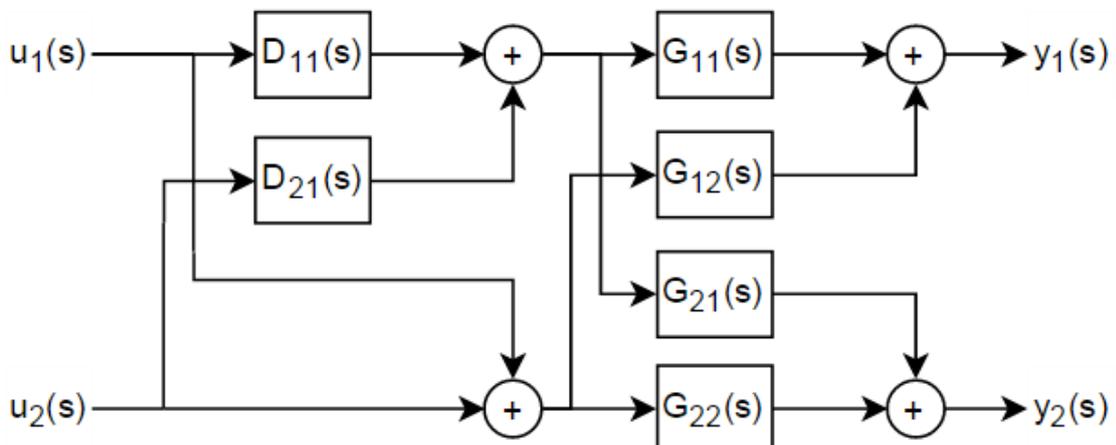


Figura 28. Estrutura do desacoplador simplificado configuração 4

Para ambas as fases mínima e não mínima, a configuração 2 foi selecionada, assim se obtém uma matriz de desacopladores causais. Na fase não mínima, a matriz de desacopladores foi multiplicada por $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ para se obter o emparelhamento estabelecido na Tabela 2 e valores de $Q(s)$ positivos.

Após a escolha da matriz de desacopladores apropriada, resta apenas projetar o controle descentralizado para $Q(s)$. Para a fase mínima, foram utilizados dois controles SISO PIs utilizando a ferramenta do MATLAB de auto regulagem dos parâmetros de PI para projeto com fase de margem de 60° e frequência de corte de 0.0164 Hz. Para a fase não-mínima, foi projetado PIDs para margem de fase 60° e frequências de corte de 0.0101Hz e 0.0073 Hz para saída y_1 e y_2 respectivamente.

Como resultado, temos os seguintes desacopladores e controladores para a fase mínima:

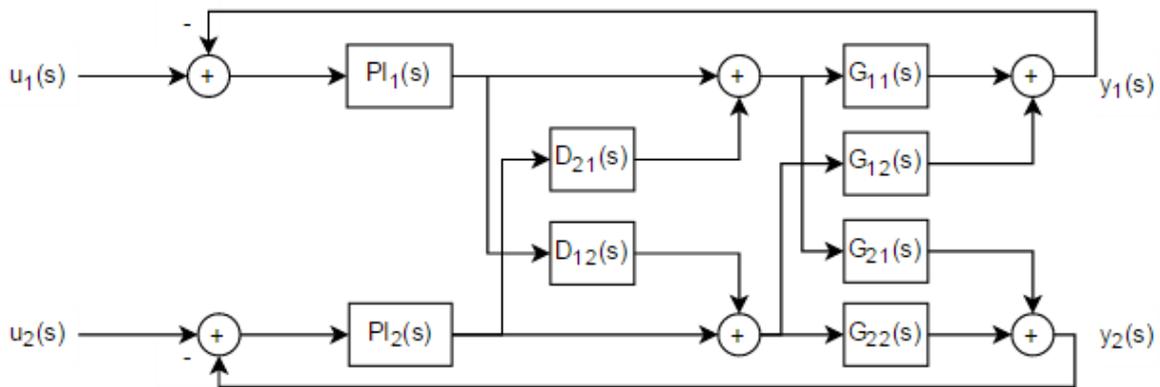


Figura 29. Estrutura do controle desacoplado aplicado em fase mínima.

A Figura 57 do Anexo mostra o diagrama de blocos Simulink implementando este controle.

$$D_{12}(s) = \frac{-0.0015s - 2.6318e^{-5}}{0.3690s^2 + 0.0088s + 3.9814e^{-5}}$$

$$D_{21}(s) = \frac{-1.4945e^{-4}s - 2.666e^{-6}}{0.2980s^2 + 0.0062s + 1.5391e^{-5}}$$

$$PI_1(s) = 0.0173 + \frac{0.00129}{s}$$

$$PI_2(s) = 0.0139 + \frac{0.00105}{s}$$

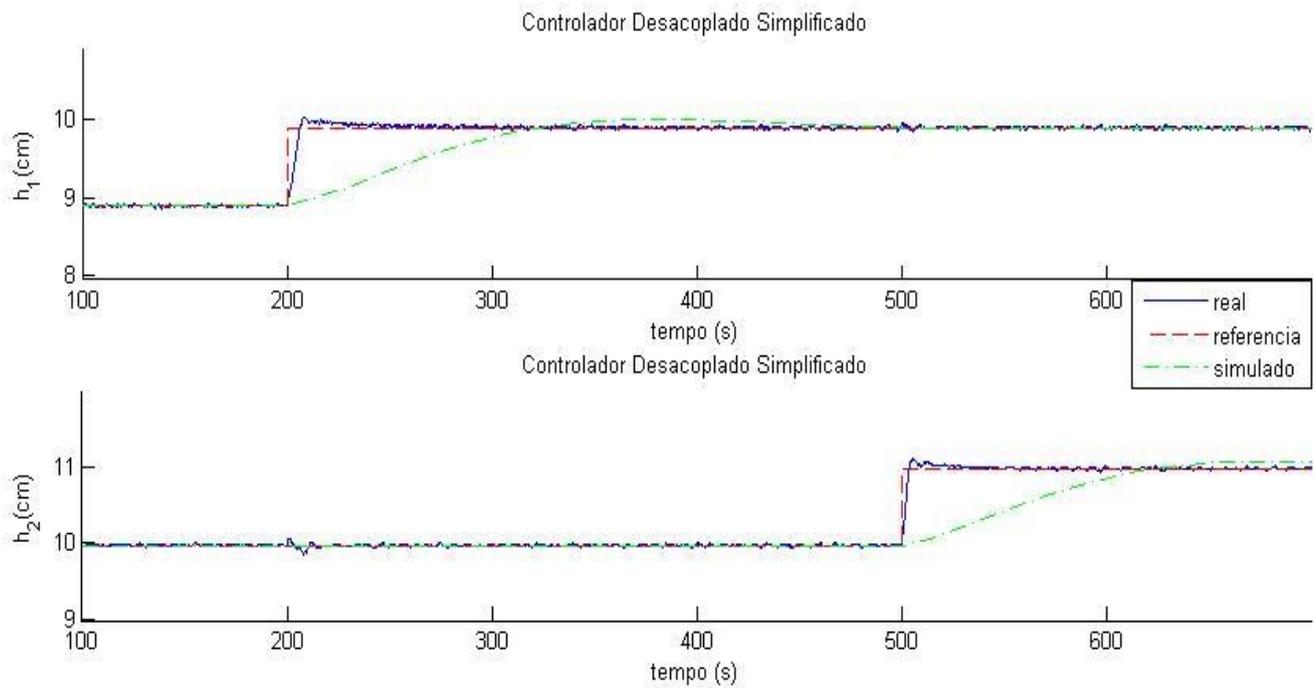


Figura 30. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador Desacoplado Simplificado.

A Figura 30 mostra a resposta do controlador no sistema identificado e o real após ajuste manual dos parâmetros do PI para obter uma resposta mais rápida. Verifica-se que esta resposta é ligeiramente mais rápida que a da sessão anterior. Considerando que na fase-mínima este método difere da sessão anterior apenas pelo projeto do controlador SISO, verificamos que o PID obteve melhor desempenho do que o método Síntese Direta.

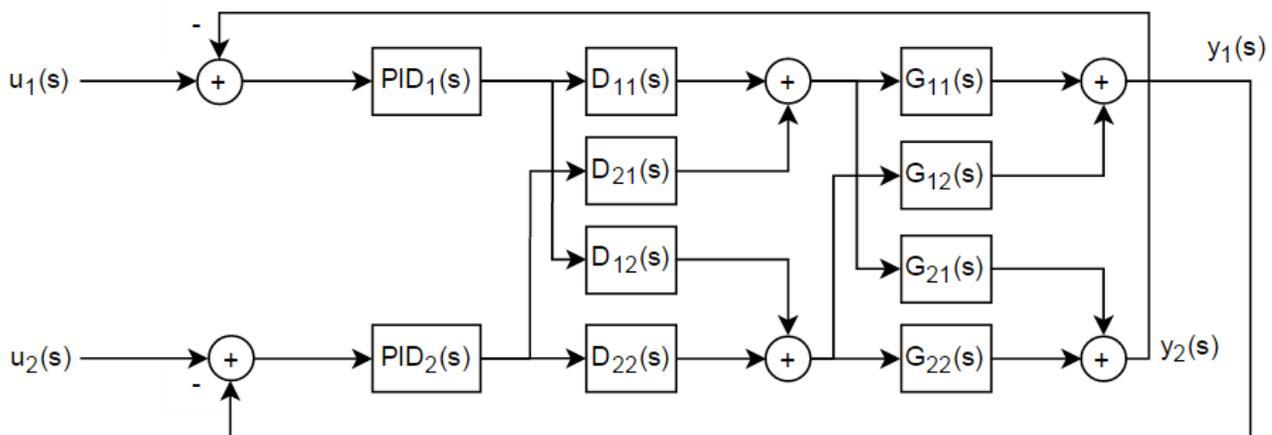


Figura 31. Estrutura do controle desacoplado aplicado em fase não mínima.

E para a fase mínima:

$$D_{11}(s) = \frac{0.0040s + 2.7187e^{-5}}{0.0314s^2 + 5.7756e^{-5}s + 2.4797e^{-6}}$$

$$D_{12}(s) = -1$$

$$D_{21}(s) = -1$$

$$D_{22}(s) = \frac{0.0016s + 3.3705e^{-5}}{0.448s^2 + 0.0014s + 9.5828e^{-6}}$$

$$PID_1(s) = 0.0252 + \frac{0.000126}{s} + 0.983s$$

$$PID_2(s) = 0.0121 + \frac{4.67e^{-5}}{s} + 0.78s$$

A Figura 58 mostra o diagrama de blocos Simulink utilizado para simular a implementação deste controlador. A resposta simulada deste controlador na fase não-mínima pode ser visualizada na Figura 32. Apresenta um sobressinal de aproximadamente 8% com tempo de acomodação em torno de 200s. Contudo, este método não estabilizou o sistema real quando foi implementado na bancada. Pode-se justificar esse comportamento devido ao o desacoplador ser projetado invertendo funções de transferência do sistema, cujo modelo pode conter incertezas. Além disso, há o aumento na ordem do sistema ocasionado pelo desacoplador.

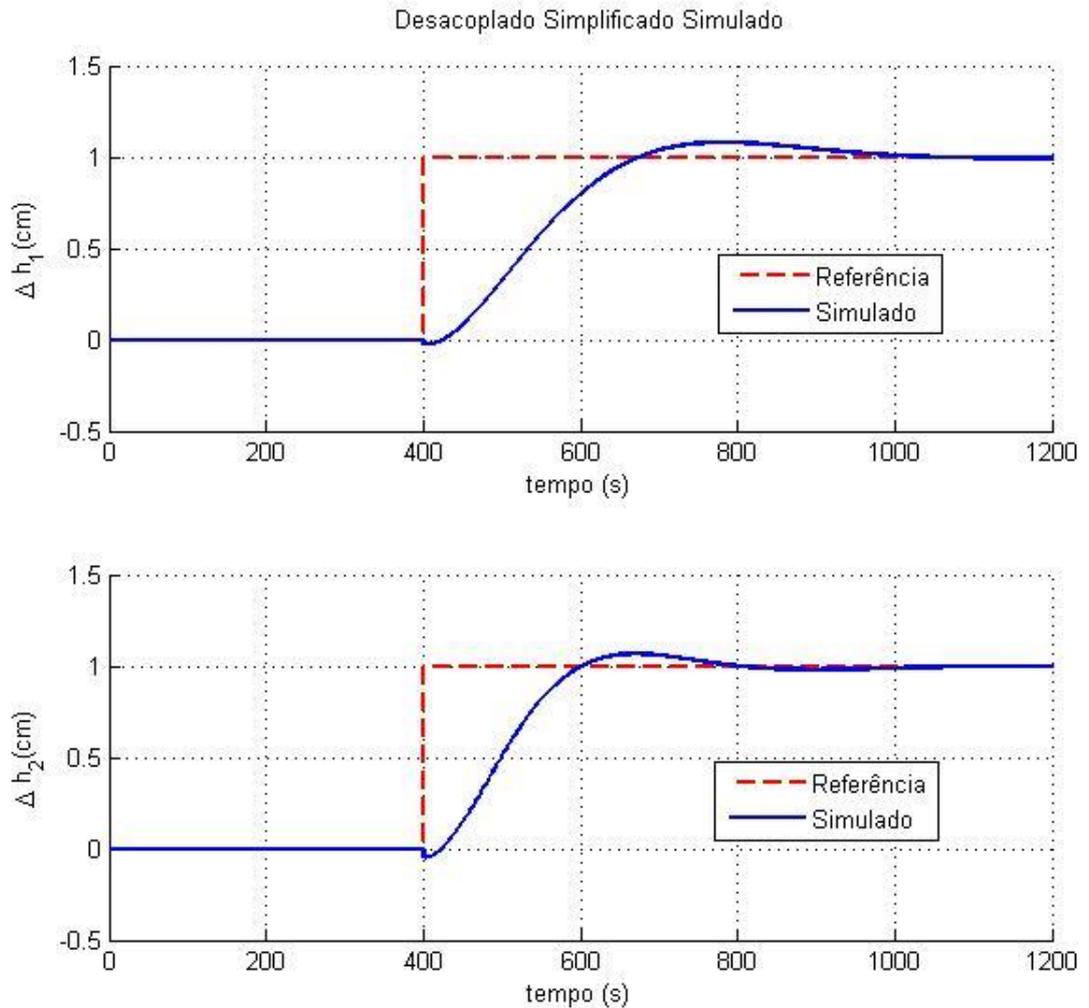


Figura 32. Resposta simulada em fase não-mínima para o controlador Desacoplado Simplificado.

4.4.3. DESACOPLADO ANTECIPATÓRIO

Com o objetivo de obter um melhor desempenho do desacoplador na fase mínima, as informações $y_3(s)$ e $y_4(s)$ foram utilizadas para atuar no desacoplamento antecipando os efeitos nas variáveis controladas $y_1(s)$ e $y_2(s)$. Assim, antes que os níveis $y_3(s)$ e $y_4(s)$ atuem em $y_1(s)$ e $y_2(s)$, o desacoplador atua nas entradas $u_1(s)$ e $u_2(s)$.

Na literatura de controle de processos esta estratégia é conhecida como controle antecipatório (do inglês, *feedforward*) [10].

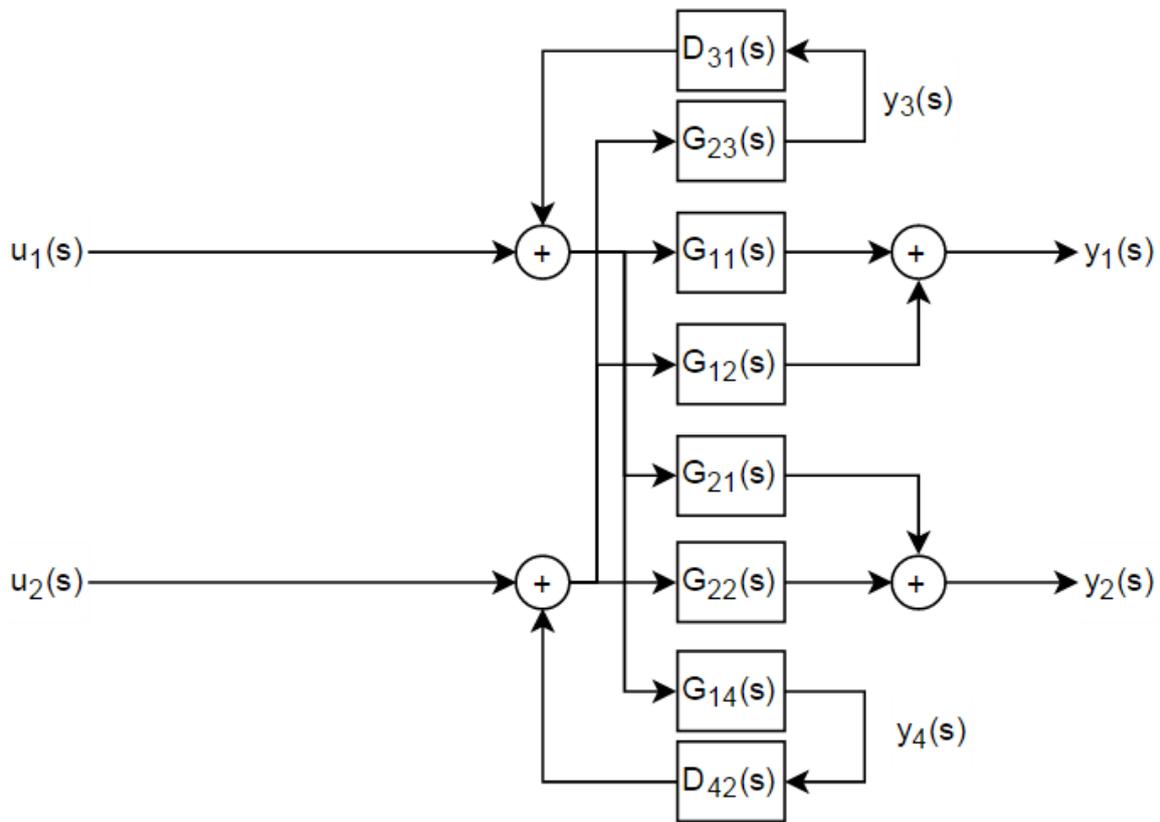


Figura 33. Estrutura do desacoplador antecipatório.

$$y_1(s) = G_{11}(s)(u_1(s) + D_{31}(s)y_3(s)) + G_{12}(s)(u_2(s) + D_{42}(s)y_4(s))$$

$$y_2(s) = G_{22}(s)(u_2(s) + D_{42}(s)y_4(s)) + G_{21}(s)(u_1(s) + D_{31}(s)y_3(s))$$

Em que $y_3(s) = G_{32}(s)u_2(s)$ e $y_4(s) = G_{41}(s)u_1(s)$. Substituindo, temos.

$$y_1(s) = G_{11}(s)(u_1(s) + D_{31}(s)G_{32}(s)u_2(s)) + G_{12}(s)(u_2(s) + D_{42}(s)G_{41}(s)u_1(s))$$

$$y_2(s) = G_{22}(s)(u_2(s) + D_{42}(s)G_{41}(s)u_1(s)) + G_{21}(s)(u_1(s) + D_{31}(s)G_{32}(s)u_2(s))$$

Para que $y_1(s)$ e $y_2(s)$ dependa apenas de $u_1(s)$ e $u_2(s)$ respectivamente, fazemos $D_{31}(s) = -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)G_{32}(s)}$ e $D_{42}(s) = -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)G_{41}(s)}$. O sistema desacoplado tem as seguintes saídas:

$$y_1(s) = \left(G_{11}(s) - \frac{G_{21}(s)G_{12}(s)}{G_{22}(s)} \right) u_1(s)$$

$$y_2(s) = \left(G_{22}(s) - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{11}(s)} \right) u_2(s)$$

Os controladores descentralizados para as funções de transferência acima foram projetados utilizando o método de Síntese Direta, apresentado anteriormente para a fase-mínima com constante de tempo de 2s.

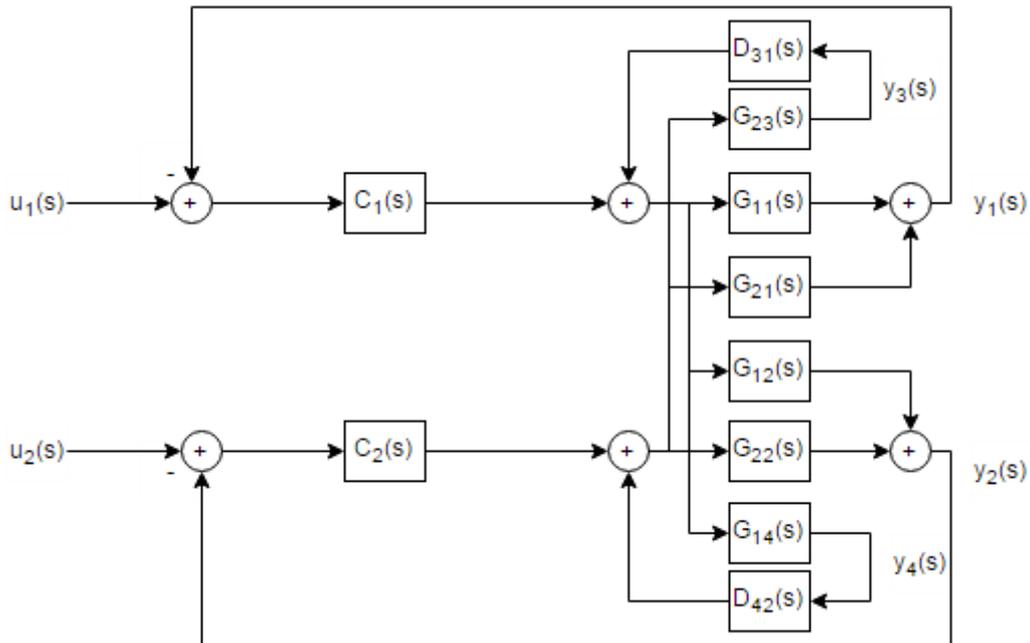


Figura 34. Estrutura do controle desacoplado antecipatório.

A Figura 59 do Anexo, mostra o diagrama de blocos Simulink implementando este controle.

$$D_{31}(s) = \frac{-1.4945e^{-4}s^2 - 3.0993e^{-6}s - 7.7194e^{-9}}{0.0394s^2 + 8.1644e^{-4}s + 2.0335e^{-6}}$$

$$D_{42}(s) = \frac{-0.0015s^2 - 3.5181e^{-5}s - 1.5864e^{-7}}{0.0541s^2 + 0.0013s + 5.8325e^{-6}}$$

$$C_1(s) = \frac{0.3690s^5 + 0.0231s^4 + 5.3605e^{-4}s^3 + 5.5992e^{-6}s^2 + 2.4925e^{-8}s + 3.6693e^{-11}}{0.2199s^5 + 0.0098s^4 + 1.4377e^{-4}s^3 + 7.4814e^{-7}s^2 + 1.0852e^{-9}s}$$

$$C_2(s) = \frac{0.2980s^5 + 0.0186s^4 + 4.3364e^{-4}s^3 + 4.5327e^{-6}s^2 + 2.0187e^{-8}s + 2.9726e^{-11}}{0.2199s^5 + 0.0098s^4 + 1.4377e^{-4}s^3 + 7.4814e^{-7}s^2 + 1.0852e^{-9}s}$$

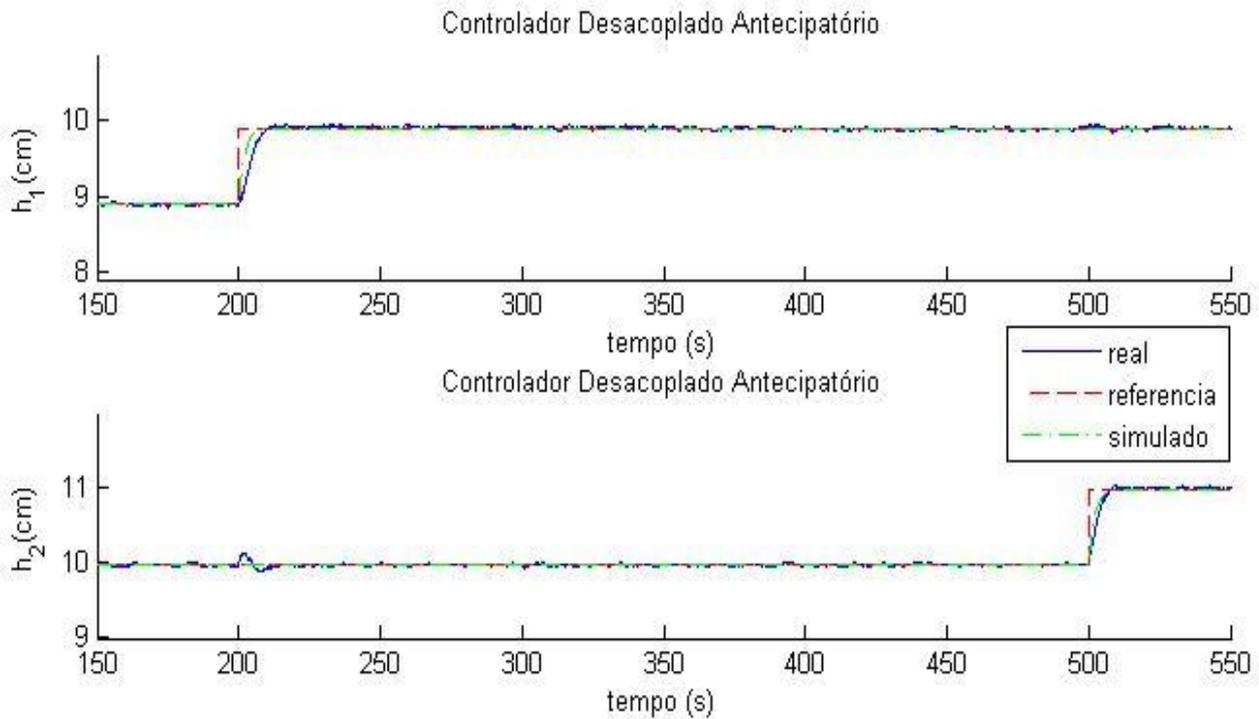


Figura 35. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador Desacoplado Antecipatório.

A Figura 35 mostra a resposta da implementação deste controle nos sistemas identificado e real. Verificamos que houve ganho desse método comparado com o método apresentado na sessão DESACOPLADO COMPLETO, a exemplo da redução do tempo de acomodação (98%) da altura do tanque 1 que passou de 142s para 104s.

4.5. CONTROLE BASEADO EM REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS

Os controladores apresentados nesta seção foram implementados via desigualdades matriciais lineares (LMIs). As LMIs têm recebido cada vez maior destaque devido às suas soluções para vários tipos de problemas de análise, desempenho e síntese de sistemas lineares incertos.

Uma propriedade importante das LMIs reside no fato de que o seu conjunto solução é convexo. Esta propriedade é fundamental para que se possam formular problemas de estabilização de sistemas dinâmicos como sendo problemas de otimização convexa que minimizam uma função objetivo. Além disso, já existem no mercado pacotes computacionais para se resolver problemas envolvendo LMIs, como o Sedumi [16] e o Yalmip [17], o ultimo utilizado no presente trabalho.

O diagrama de blocos implementado no Simulink para o controle baseado em Realimentação de Estados é apresentado na Figura 60 do Anexo.

4.5.1. SISTEMA AUMENTADO

Considere a representação em diagrama de blocos do sistema em malha aberta com a presença de um integrador no erro de rastreamento mostrado na Figura 36.

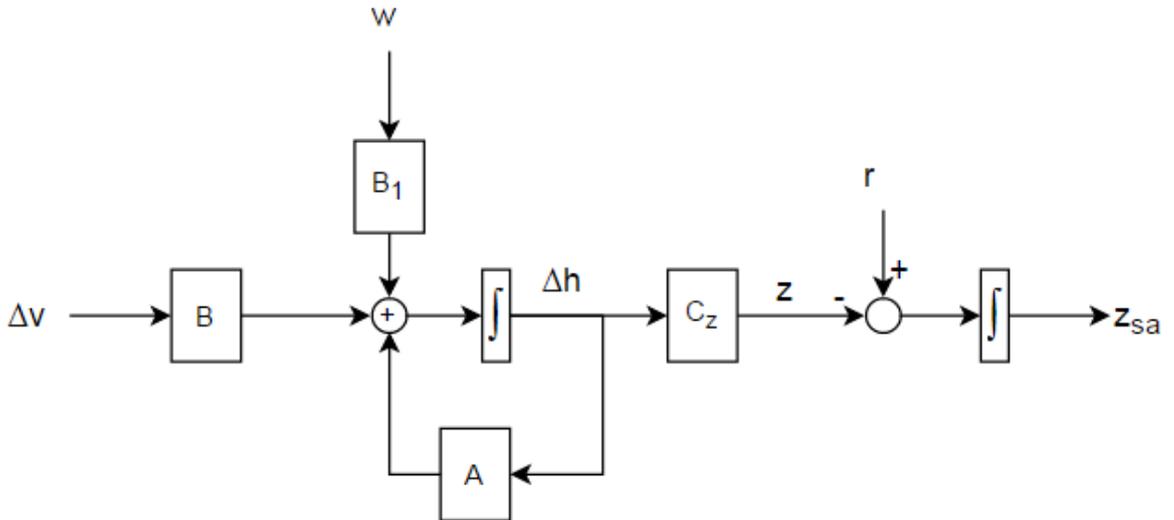


Figura 36. Diagrama de Blocos do Sistema Aumentado

O sistema acima pode ser representado em forma matricial conforme abaixo:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{h} \\ \Delta \dot{h}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta h_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \Delta v + \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ r \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$z_{sa} = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta h_1 \end{bmatrix}$$

Em que A, B, C_z são as matrizes do modelo em espaço de estados do sistema de quatro tanques apresentado em (14). O vetor Δh_1 representa a integral do erro, ou seja, $\Delta \dot{h}_1 = r - y$, onde r é o vetor de referência incremental dos níveis dos tanques 1 e 2. O vetor Δv é o sinal incremental de controle e w é um distúrbio aleatório que interfere nas vazões de saída das bombas de acordo com a matriz $B_1 = B$.

Considere

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_z & 0 \end{bmatrix}, \bar{B}_2 = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{B}_1 = \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\bar{C} = [0 \quad I] \text{ e } \xi = \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta h_1 \end{bmatrix}$$

O sistema em malha fechada com realimentação de estados pode ser visualizado no diagrama abaixo, em que K é o controlador de realimentação de estados, logo $\Delta v = K\xi$. O controlador K pode ser decomposto em $K = [K_p \quad K_i]$.

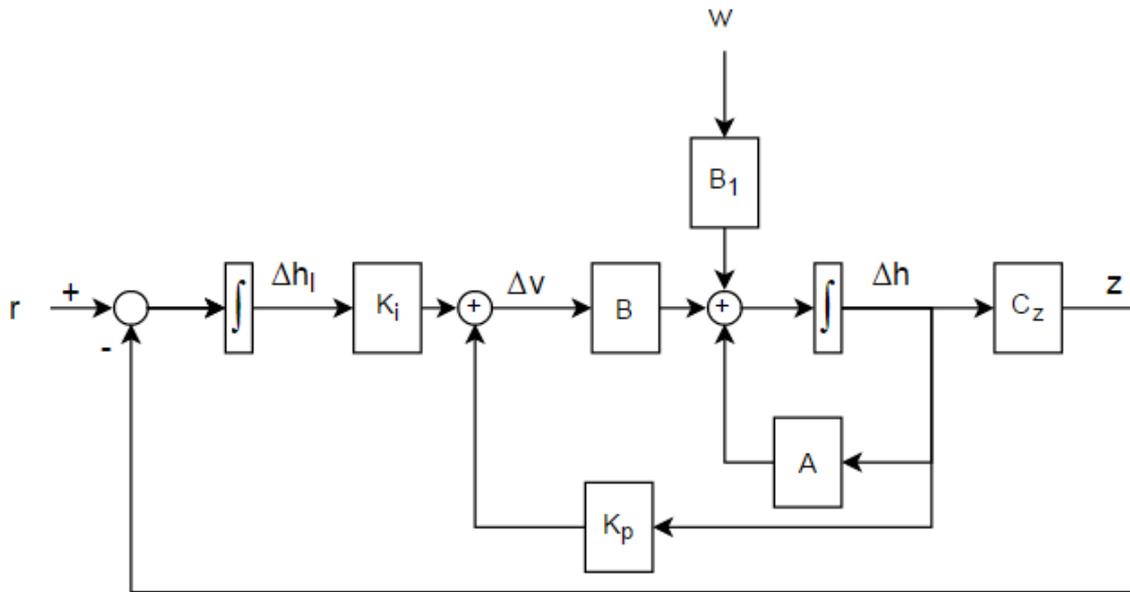


Figura 37. Diagrama de Blocos do Sistema Aumentado em Malha Fechada

Observe que o controlador K pode ser interpretado como um controle Proporcional Integrador (PI) multivariável, pois é um ganho K_p proporcional à Δh que varia linearmente com o erro, juntamente com um ganho K_i da integral do erro dado por Δh_1 .

4.5.2. D-ESTABILIDADE

Os controladores baseados em LMIs estudados neste trabalho utilizam o conceito de D-Estabilidade, ou seja, deseja-se posicionar os polos de um sistema descrito na representação de espaço de estados numa região do plano complexo de modo que a resposta em malha fechada seja limitada pelos critérios de sobressinal e tempo de estabilização, que são caracterizados pelos parâmetros σ e θ [18].

Sabe-se que uma região LMI é qualquer subconjunto D do plano complexo definida como

$$D = \{z \in \mathbb{C} : L + zM + z^*M^T < 0\}$$

onde z é um elemento qualquer do plano complexo, z^* é o complexo conjugado de z , L e M são matrizes reais quadradas, e $L^T = L$.

Desta forma, a região LMI na qual estamos interessados trata-se da intersecção das seguintes regiões:

- Semiplano $\text{Re}(z) < -\alpha$, onde:

$$L = 2\alpha \quad \text{e} \quad M = 1$$

- Setor cônico com o ápice na origem do plano complexo e ângulo interno de 2θ , situado no semiplano real negativo, onde:

$$L = 0 \quad \text{e} \quad M = \begin{bmatrix} \text{sen}\theta & \text{cos}\theta \\ -\text{cos}\theta & \text{sen}\theta \end{bmatrix}$$

O que nos fornece a seguinte região desejada:

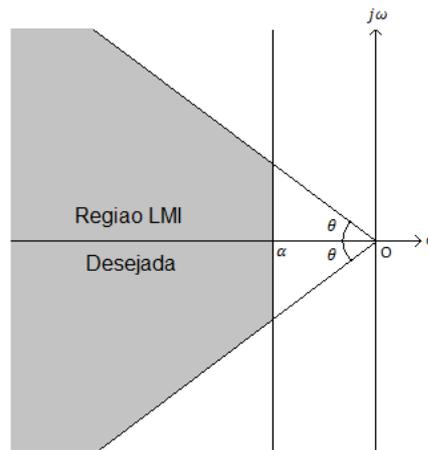


Figura 38. Região LMI desejada.

Para que a região descrita acima seja estável, o seguinte teorema deve ser satisfeito.

Teorema: Para uma dada região LMI, se existir uma matriz simétrica definida positiva $W = W' > 0$ e uma matriz Z tais que as seguintes LMIs são factíveis

$$L \otimes W + M \otimes (A_i W + B_i Z) + M' \otimes (W A_i' + Z' B_i') < 0, i = 1, \dots, N \quad (18)$$

então o sistema com o ganho de realimentação de estados $K = ZW^{-1}$ é D-estável.

O símbolo \otimes representa o produto de Kronecker dado pela seguinte expressão:

$$A \otimes B = [A_{ij} B]_{ij}$$

Assim, as restrições LMIs para a região desejada ficam:

$$(\hat{A}P - \hat{B}Y) + (\hat{A}P - \hat{B}Y)' + 2\sigma_p P < 0$$

$$\begin{bmatrix} T_1 \operatorname{sen}\theta & T_2 \operatorname{cos}\theta \\ -T_2 \operatorname{cos}\theta & T_1 \operatorname{sen}\theta \end{bmatrix} < 0$$

em que

$$T_1 = (\hat{A}_i P - \hat{B}_i Y) + (\hat{A}_i P - \hat{B}_i Y)'$$

$$T_2 = (\hat{A}_i P - \hat{B}_i Y) - (\hat{A}_i P - \hat{B}_i Y)'$$

Sabemos que a função de transferência estável e desejada em malha fechada para um sistema SISO de 2ª ordem é dada por:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

em que a frequência natural ω_n e o coeficiente de amortecimento ζ podem ser determinados pelas seguintes expressões.

$$\zeta = \frac{\ln\left(\frac{\text{POS}}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \left(\ln\left(\frac{\text{POS}}{100}\right)\right)^2}} \quad e \quad \omega_n = \frac{4}{\zeta T_s}$$

em que POS é a porcentagem de sobressinal e, T_s o tempo de estabilização em 98%. Com isso, é possível encontramos os parâmetros σ e θ , dados a seguir, que determinarão a região LMI para a estabilidade do sistema MIMO estudado.

$$\sigma = \zeta\omega_n \quad e \quad \theta = \pi - \cos^{-1}(\zeta)$$

4.5.1. RESTRIÇÃO DO SINAL DE CONTROLE

Algumas estratégias de controle vistas a seguir consideram a minimização de algum índice de desempenho, porém não considerando que o atuador possui uma faixa de operação que deve ser respeitada. Neste trabalho, os atuadores são duas bombas que possuem uma tensão máxima para operação. Foi verificado que acima de 3.5V as bombas não variam o fluxo de fluido conforme a tensão é variada.

Para o projeto dos controladores, deseja-se restringir o sinal de controle em $\|u_i(t)\| < \text{sat}$ para inserir a saturação das bombas [19].

Nos projetos de realimentação de estados, a lei controle segue a seguinte estrutura $\Delta v = K\xi$. Considere que $K = ZW^{-1}$, tais que Z e W garantem a estabilidade do sistema através da função de Lyapunov quadrática $V(\xi) = \xi'W^{-1}\xi$ tal que $\dot{V}(\xi) < 0$, em que $W^{-1} = W^{-1'} > 0$.

Considere a seguinte condição inicial $\xi(0) \in \Gamma = \{\xi: \xi'W^{-1}\xi \leq \varepsilon\}$, em que $\varepsilon > 0$

A restrição do sinal de controle pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \max_{t \geq 0} \|u_i\| &= \max_{t \geq 0} \|Z_i W^{-1} \xi\| \leq \max_{\xi \in \Gamma} \|Z_i W^{-1} \xi\| \leq \|Z_i W^{-1/2}\| \max_{\xi \in \Gamma} \|W^{-1/2} \xi\| \leq \sqrt{(W^{-1/2} Z_i' Z_i W^{-1/2})} \varepsilon \\ &\leq \text{sat} \end{aligned}$$

Por complemento de Schur, podemos reescrever as condições acima nas seguintes LMIs

$$\begin{bmatrix} \varepsilon & \xi(0)' \\ \xi(0) & W \end{bmatrix} \geq 0 \quad (19)$$

Com $\xi(0) = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]'$

$$\begin{bmatrix} W & Z_i' \\ Z_i & \text{sat}^2 I / \varepsilon \end{bmatrix} \geq 0 \quad (20)$$

Com $\varepsilon > 0$

Z_i é a i -ésima linha de Z .

4.5.2. CONTROLE BASEADO NA NORMA H_∞

A norma H_∞ é definida como

$$\|H(s)\|_\infty = \max_{\omega \in \mathbb{R}} \sigma_{\max}(H(j\omega))$$

em que σ_{\max} é o máximo valor singular de uma matriz função de transferência $H(j\omega)$ do sistema MIMO.

Ao minimizar a norma H_∞ , minimiza-se o impacto das perturbações na saída do sistema aumentando a sua robustez. Neste caso as perturbações foram modeladas pelo vetor w .

O controlador por realimentação de estados $\Delta v = K\xi$ estabiliza o sistema aumentado e minimiza a norma H_∞ do sistema se existir solução para o problema convexo de otimização, conforme em [19]:

$$\begin{aligned} & \min \mu \\ & Z, W = W' > 0 \\ & \begin{bmatrix} \bar{A}W + W\bar{A}' + \bar{B}_2Z + Z'\bar{B}_2' & W\bar{C}' & \bar{B}_1 \\ \bar{C}W' & -I & 0 \\ \bar{B}_1' & 0 & -\mu I \end{bmatrix} < 0 \end{aligned}$$

Na solução ótima, $K = ZW^{-1}$ assegura que norma H_∞ do sistema aumentado é igual a $\sqrt{\mu}$.

As LMIs acima garantem a estabilidade do modelo, porém não preveem a saturação do sinal de controle das bombas. A resposta simulada considerando saturação no sinal de controle se mostra instável quando se utiliza o controlador obtido apenas com as LMIs acima. Portanto, foi inserido LMIs que restringem o sinal de controle conforme (19) e (20).

Para a fase mínima foi utilizado $\text{sat} = 3$ e $\varepsilon = 1$.

Ainda assim, o controle se mostra bastante agressivo com sobressinal excessivo. Para suavizar a resposta, foram inseridas LMIs de D-estabilidade, conforme mostrado em (18) projetando o sobressinal ζ menor que 3% para a fase mínima, e menor que 10% para a fase não-mínima.

O controlador por realimentação de estados é dado por:

$$K = \begin{bmatrix} -2.4717 & -0.253 & -0.0003 & -0.0038 & 2.483 & 1.1109 \\ -1.2751 & -1.6491 & 0.002 & -0.0241 & 1.5529 & 1.5688 \end{bmatrix}$$

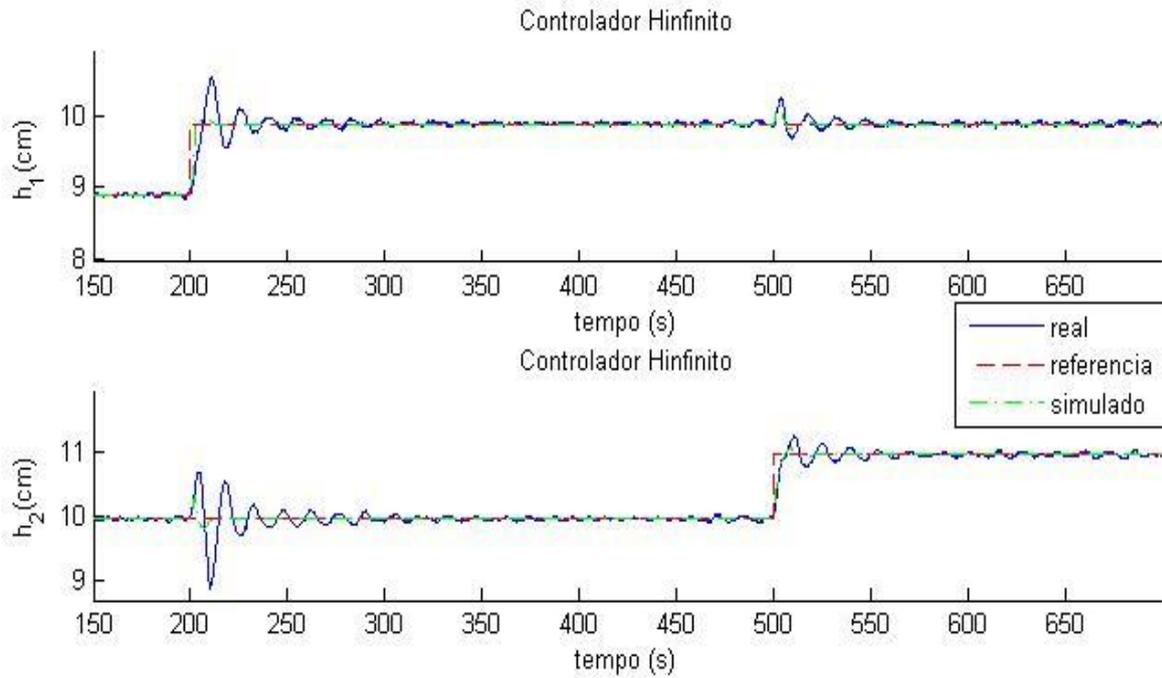


Figura 39. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador H_∞ .

A Figura 39 mostra que a resposta ao controle do sistema real foi estabilizada para os valores de referência apesar de se mostrar mais oscilatória se comparado com a resposta simulada e com os controladores projetados no domínio da frequência. A resposta experimental ao controle se mostrou bastante agressiva apesar das inclusões das LMIs com restrição do sinal de controle e alocação de polos. O sobressinal extrapolou o projetado e o acoplamento dos canais foi bastante visível. Esse comportamento é justificado por esta estratégia de controle ser bastante dependente da acurácia do modelo da planta. Observe-se na Figura 40 que houve ligeira saturação no sinal de controle u_1 para o sistema real, o que seria uma das causas da agressividade da resposta observada na Figura 39.

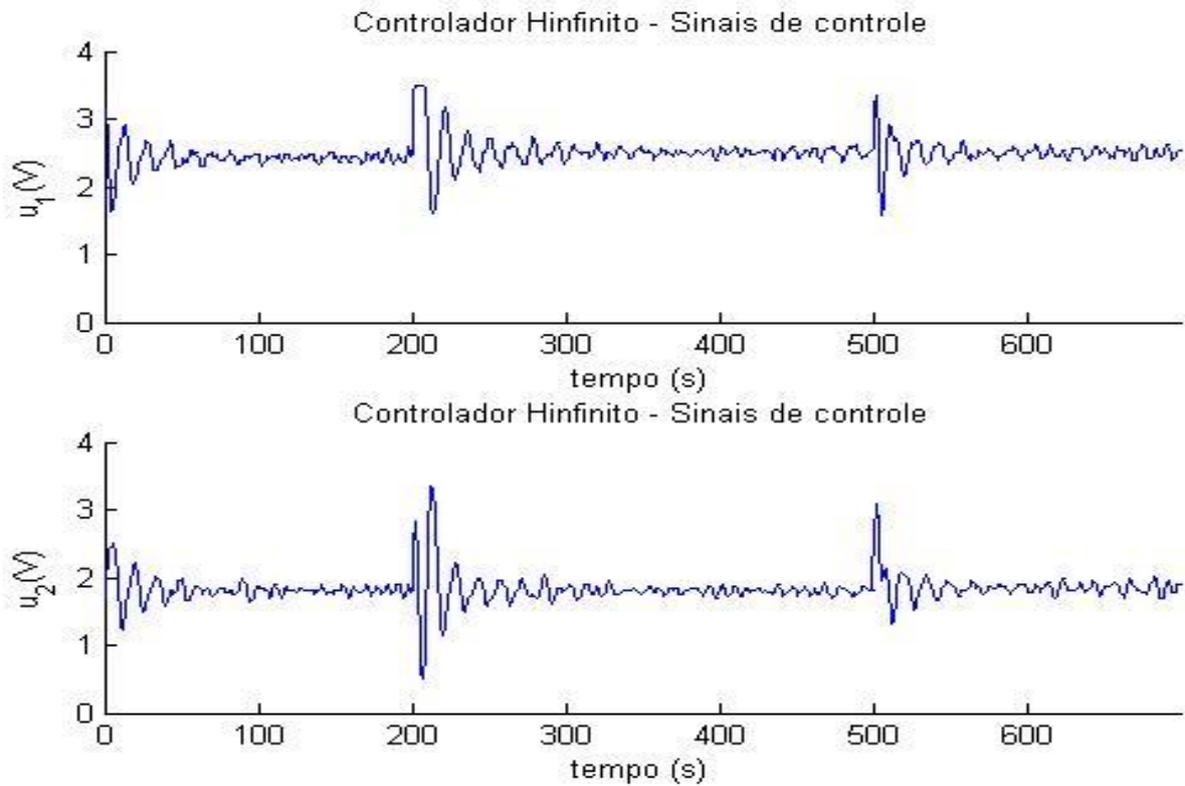


Figura 40. Sinais de controle u_1 e u_2 para degrau nas referências h_1 e h_2 do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador H_∞ .

Para a fase não-mínima foi utilizado $\text{sat} = 4$ e $\varepsilon = 3000$.

O controlador por realimentação de estados é dado por:

$$K = \begin{bmatrix} 1.9489 & -3.834 & 0.6245 & -0.6061 & -0.0357 & 0.1141 \\ -3.1914 & 2.6266 & -0.7975 & 0.4316 & 0.0682 & -0.0759 \end{bmatrix}$$

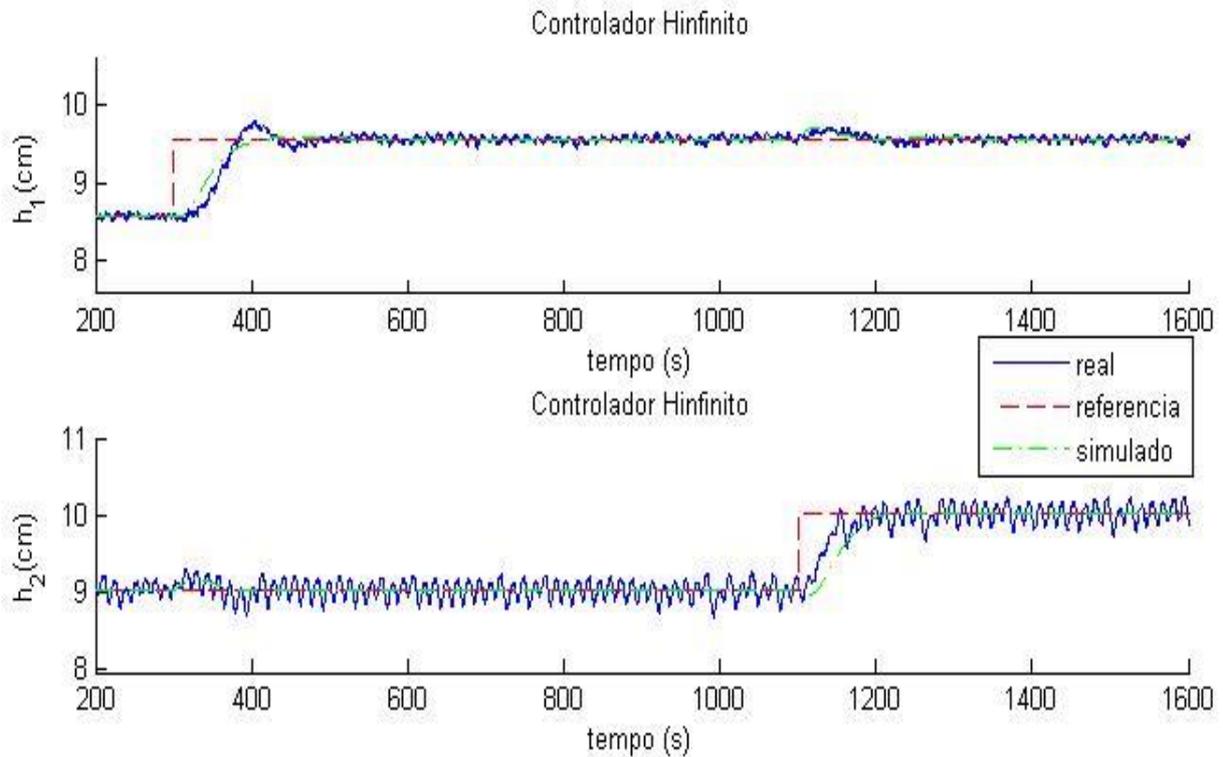


Figura 41. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador H_∞ .

A Figura 41 mostra que na fase não mínima a resposta foi menos agressiva, porém, no caso real, oscilatória. O sobressinal não foi excessivo como na fase mínima, o acoplamento também foi menos visível. A resposta nesta configuração de fase foi mais rápida se comparada com o projeto em domínio da frequência.

4.5.3. CONTROLE BASEADO NA NORMA H_2

A norma H_2 é definida conforme abaixo, de acordo com [20].

$$\|H(s)\|_2^2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^n \sigma_i(H(j\omega))^2 d\omega \right)^{1/2}$$

O controlador por realimentação de estados $\Delta v = K\xi$ estabiliza o sistema aumentado (16) e minimiza a norma H_2 do sistema se existir solução para o problema convexo de otimização, de acordo com [19]:

$$\begin{aligned} & \min \text{Tr}(X) \\ & X = X', Z, W = W' > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} X & \bar{B}_1' \\ \bar{B}_1 & W \end{bmatrix} > 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{A}W + W\bar{A}' + \bar{B}_2Z + Z'\bar{B}_2' & W\bar{C}' \\ \bar{C}W' & -I \end{bmatrix} < 0$$

Na solução ótima, $K = ZW^{-1}$ assegura a minimização da norma H_2 do sistema aumentado que é igual a $\sqrt{\text{Tr}(X)}$.

Além das LMIs acima, também foram inseridas as LMIs de restrição do sinal de controle conforme descrito em (19) e (20) com $\text{sat} = 2$ e $\varepsilon = 1$ para a fase mínima, e $\text{sat} = 2$ e $\varepsilon = 40000$ para a fase não mínima.

Assim como no projeto baseado na norma H_∞ , a resposta em malha fechada se mostra bastante agressiva com sobressinal excessivo. Para suavizar a resposta, foram inseridas LMIs de D-estabilidade, conforme (18) projetando o sobressinal ζ menor que 1% para a fase mínima, e menor que 10% para a fase não-mínima.

O controlador para a fase mínima é dado por:

$$K = \begin{bmatrix} -3.8723 & -0.0002 & -0.0038 & -0.0001 & 1.5126 & -0.0011 \\ 0.0022 & -3.3882 & 0 & -0.0271 & -0.0008 & 1.4308 \end{bmatrix}$$

O controlador para a fase não mínima é dado por:

$$K = \begin{bmatrix} 0.0892 & -1.3025 & 0.1496 & -0.2056 & 0.0085 & 0.0312 \\ -1.259 & 0.5525 & -0.2974 & 0.1324 & 0.0219 & -0.0088 \end{bmatrix}$$

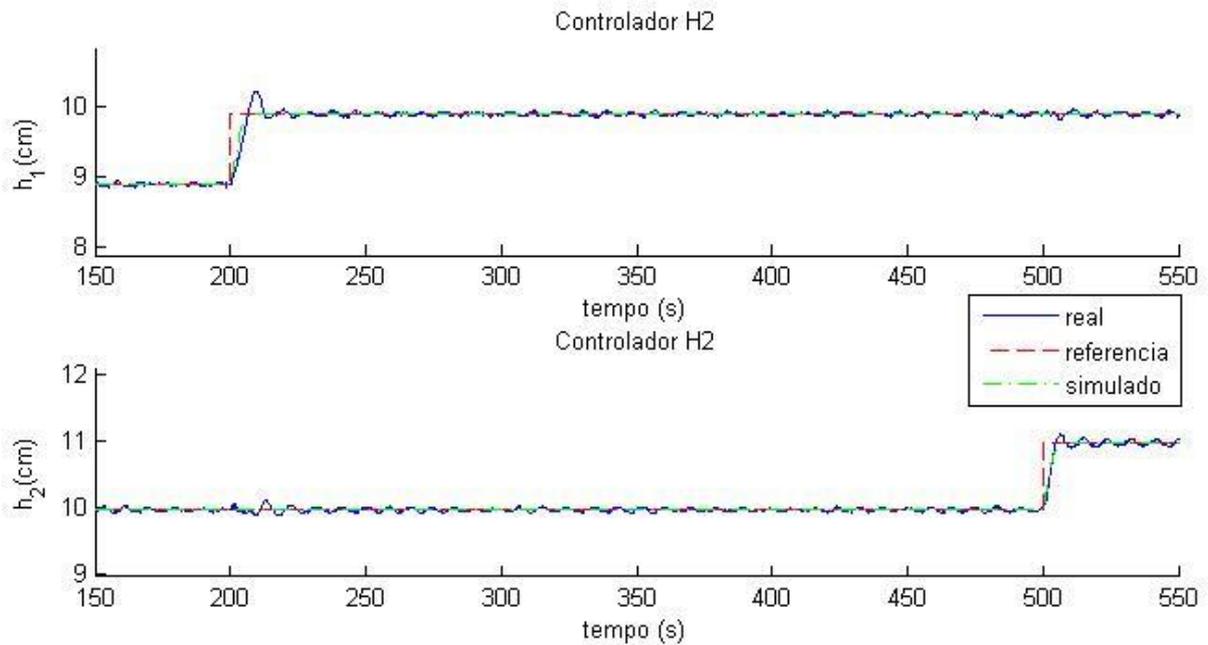


Figura 42. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador H_2 .

A Figura 42 mostra que o sistema em malha fechada foi estabilizado com tempo de resposta e sobressinal razoáveis. O acoplamento se mostrou pouco visível. Contudo a resposta apresentou uma pequena oscilação em regime permanente, esta oscilação pode ser justificada por eventuais incertezas na modelagem.

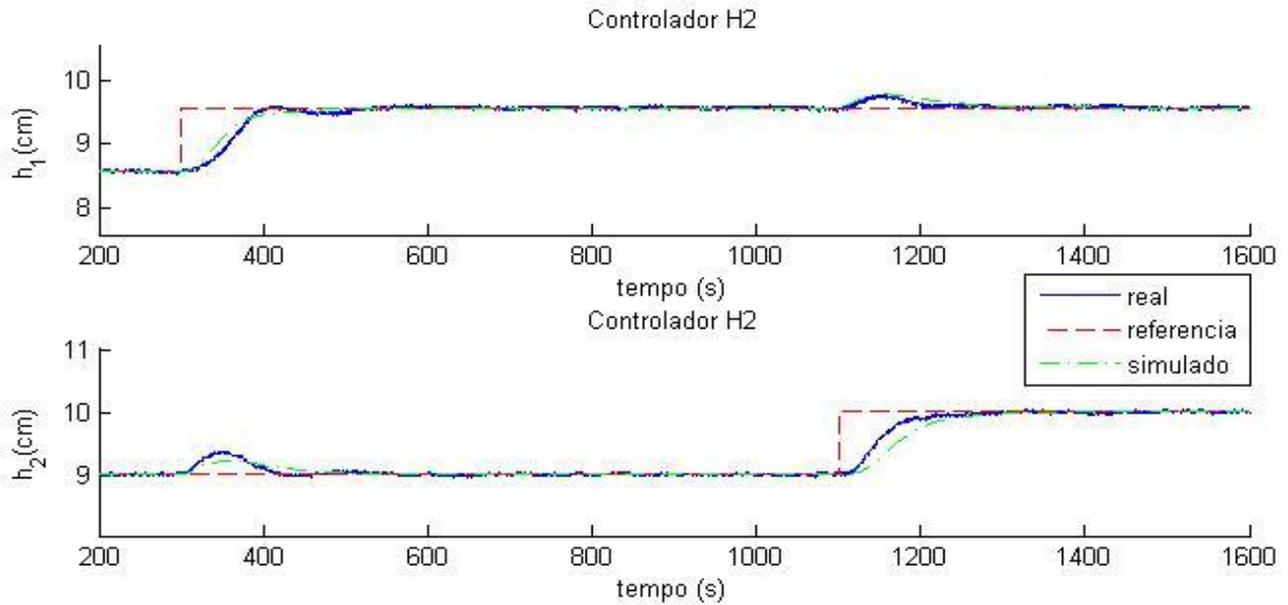


Figura 43. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador H_2 .

A Figura 43 mostra a estabilização do sistema na fase não-mínima, com tempo de resposta e sobressinal razoáveis. A oscilação vista no projeto baseado na norma H_∞ não é vista na resposta deste controlador baseado na norma H_2 , contudo o acoplamento nesta fase é bem visível apesar de não comprometer a estabilização do sistema.

4.5.4. CONTROLE BASEADO NAS LMIS DO LEMA DE FINSLER

O controlador por realimentação de estados $\Delta v = K\xi$ estabiliza o sistema aumentado (16) se existir solução para o problema convexo, de acordo com o Lema de Finsler [21]:

O controlador é dado por $K = ZX^{-1}$, se existir $W = W' > 0$, X e Z tais que:

$$\begin{bmatrix} \overline{AX} + X'\overline{A}' + \overline{B}_2Z + Z'\overline{B}_2' & W - X' + \zeta AX + \zeta\overline{B}_2Z \\ W - X + \zeta X'\overline{A}' + \zeta Z'\overline{B}_2' & -\zeta X - \zeta X' \end{bmatrix} < 0$$

Para $\zeta > 0$ arbitrário. Neste trabalho, foi usado $\zeta = 10$.

Neste projeto de controlador, não foi necessário inserir as LMIs de restrição de sinal de controle apenas para a fase não-mínima, haja vista que a simulação da fase mínima apresentou o sinal de controle em níveis razoáveis.

Para o sistema em fase mínima:

$$K = \begin{bmatrix} -11.4861 & 0.1339 & -0.0261 & -0.231 & 1.1311 & 0 \\ 0.0315 & -10.2327 & -0.1122 & -0.0516 & -0.0132 & 1.0044 \end{bmatrix}$$

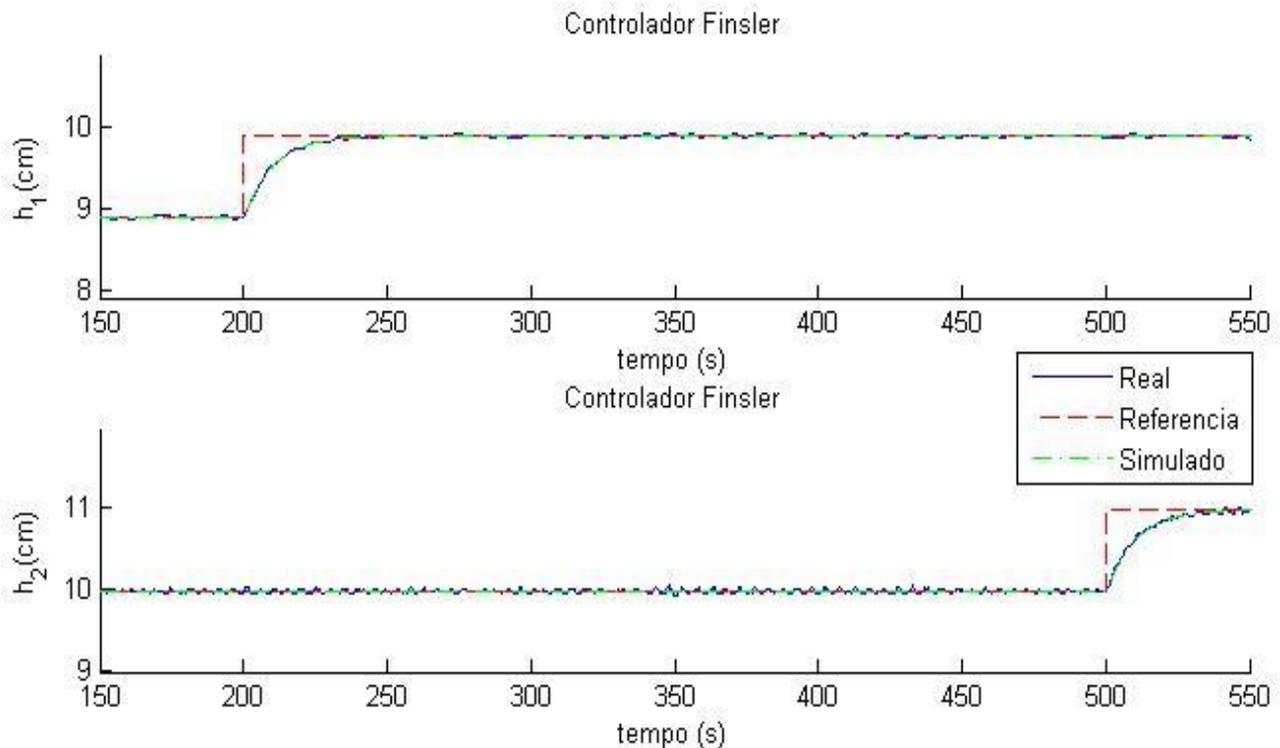


Figura 44. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador Finsler.

A Figura 44 mostra a resposta em malha fechada da implementação do controlador baseado no lema de Finsler nos sistemas identificado e real. Observa-se que as respostas foram bastante semelhantes e que os níveis seguiram a referência com tempo de acomodação de aproximadamente 20s, sem sobressinal e com acoplamento praticamente imperceptível.

Para o sistema em fase não-mínima:

$$K = \begin{bmatrix} -2.4505 & -1.9662 & 0.0348 & -0.4295 & 0.1362 & 0.1111 \\ -0.7696 & 0.067 & -0.1831 & 0.0069 & 0.0263 & 0.0071 \end{bmatrix}$$

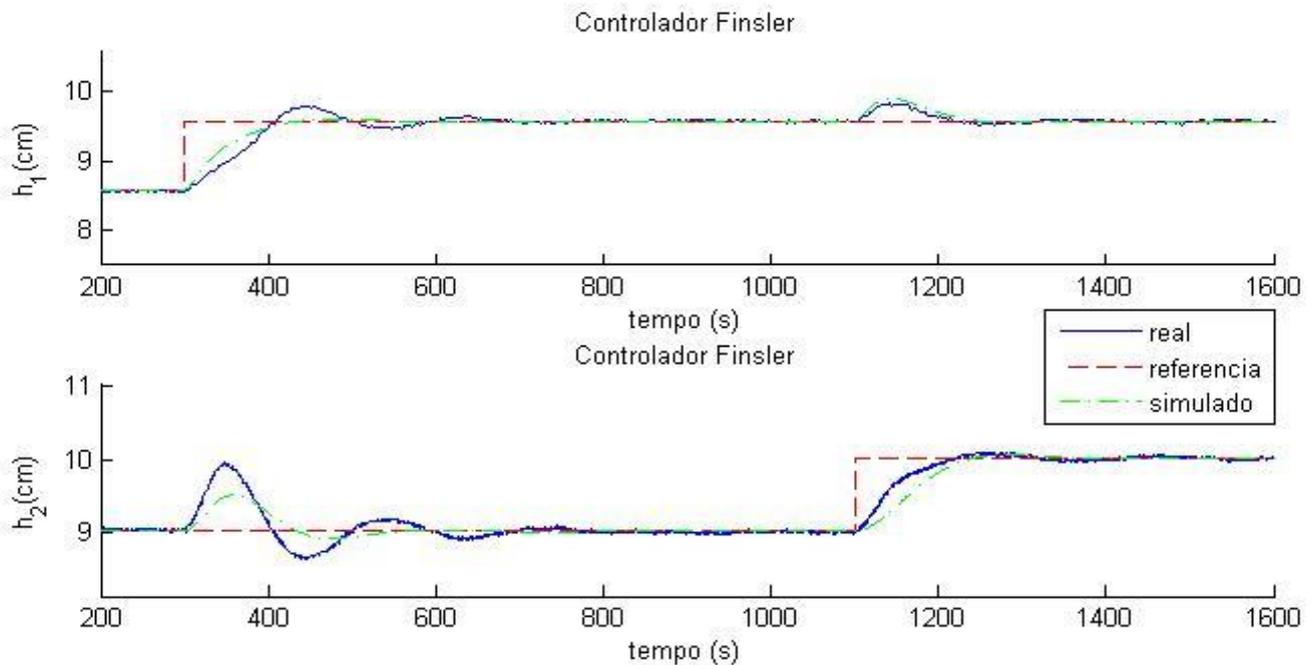


Figura 45. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador Finsler.

A Figura 45 mostra a resposta em malha fechada da implementação do controlador baseado no lema de Finsler nos sistemas identificado e real. Observa-se que houve acoplamento bastante significativo entre os canais e resposta lenta ao seguimento da referência. É importante notar que esta técnica não apresenta especificações quanto ao desempenho do sistema, mas apenas quanto a sua estabilidade.

4.5.5. CONTROLE ROBUSTO BASEADO NAS LMIS DO LEMA DE FINSLER

A teoria de controle robusto é o ramo da teoria de controle que lida com incertezas na representação do modelo da planta. Controladores projetados utilizando-se controle robusto estão aptos a superarem pequenas diferenças entre o modelo real da planta e o modelo nominal utilizado para o projeto.

Na identificação dos parâmetros da planta, os valores de γ_1 e γ_2 foram calculados utilizando valores lidos manualmente de uma régua escolar posicionada na frente dos tanques, e portanto sujeito a paralaxe e imprecisão na medição. Ocorre que os valores dos níveis medidos contém incertezas, pois foi observado que existe um nível mínimo de fluido

em cada tanque que não escorre mesmo com as bombas desligadas prejudicando o cálculo de γ_1 e γ_2 . Além disso, as válvulas bidirecionais que alteram diretamente os valores de γ_1 e γ_2 são bastante sensíveis e não possuem marcação de escala. Dessa forma, caso algum objeto bata ocasionalmente em alguma válvula, os valores de γ_1 e γ_2 são alterados sem que o operador da planta perceba. Para contornar essas incertezas, o sistema foi considerado como incerto nos valores de γ_1 e γ_2 .

Considere o sistema aumentado (17). O controlador robusto por realimentação de estados $\Delta v = K\xi$ foi projetado para estabilizar o sistema incerto. Observe que a incerteza em γ_1 e γ_2 afeta somente a matriz B. Portanto, \overline{B}_2 foi representado de maneira politópica $\overline{B}_2(\alpha) = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \overline{B}_{2_i}$ em que o vetor de incertezas α pertence ao conjunto simplex unitário ($\alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^4 \alpha_i = 1$) e \overline{B}_{2_i} são as matrizes obtidas a partir de (18) e (14) com os parâmetros γ_1 e γ_2 assumindo os valores extremos da faixa $(\overline{\gamma}_1 \pm \Delta_1, \overline{\gamma}_2 \pm \Delta_2)$, em que $\Delta_1 = 0.15\overline{\gamma}_1$ e $\Delta_2 = 0.15\overline{\gamma}_2$ para a fase mínima e $\Delta_1 = \Delta_2 = 0.22$ para a fase não mínima mantendo-se $0 \leq \gamma_{1,2} \leq 1$. Os parâmetros $\overline{\gamma}_1$ e $\overline{\gamma}_2$ são os valores nominais que foram obtidos na identificação de parâmetros da planta.

O controlador de realimentação de estados é dado por $K = ZX^{-1}$, se existir $W = W' > 0$, X e Z tais que:

$$\begin{bmatrix} \overline{A}X + X'\overline{A}' + \overline{B}_{2_i}Z + Z'\overline{B}_{2_i}' & W - X' + \zeta\overline{A}X + \zeta\overline{B}_{2_i}Z \\ W - X + \zeta X'\overline{A}' + \zeta Z'\overline{B}_{2_i}' & -\zeta X - \zeta X' \end{bmatrix} < 0, i = 1, \dots, 4$$

Para $\zeta > 0$ arbitrário. Neste trabalho, foi usado $\zeta = 1.1$.

Neste projeto de controlador, não foi necessário inserir as LMIs de restrição de sinal de controle, haja vista que a simulação confirma que o sinal de controle se mantém em níveis razoáveis.

Para o sistema em fase mínima:

$$K = \begin{bmatrix} -2.48 & 0.0076 & -0.0058 & -0.0565 & 0.5891 & 0.0063 \\ 0.0116 & -2.1794 & -0.0394 & -0.0384 & 0.0052 & 0.5626 \end{bmatrix}$$

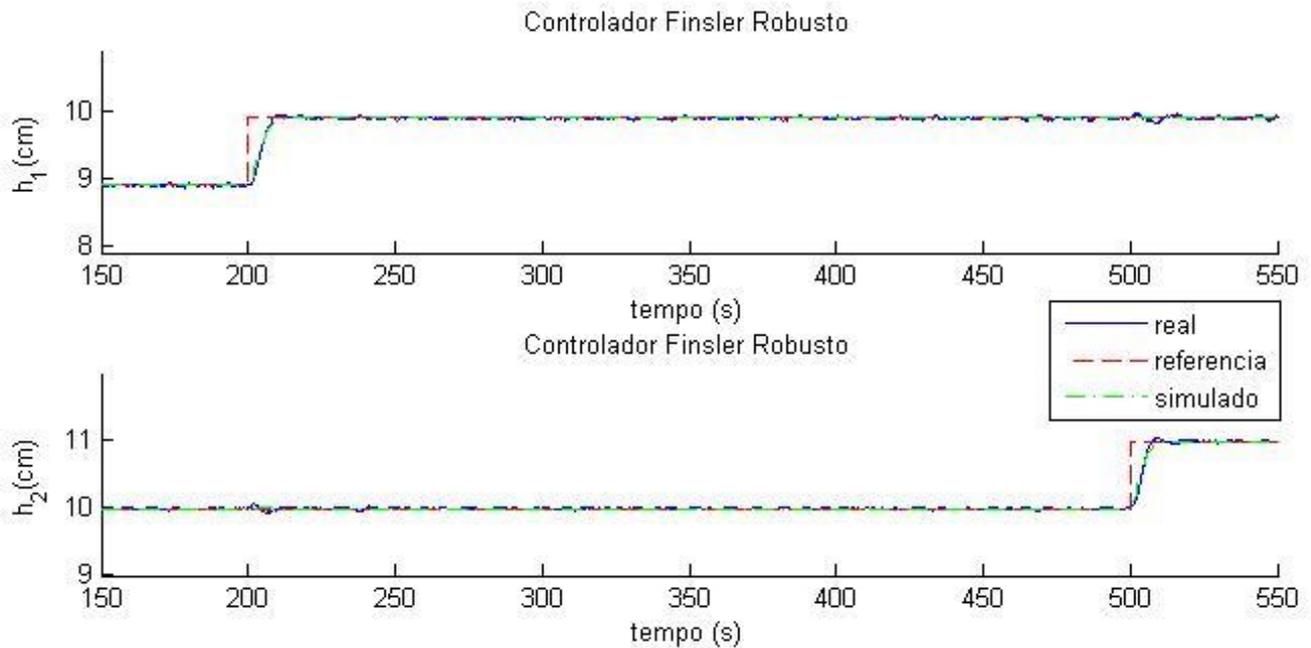


Figura 46. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador Finsler Robusto.

A Figura 46 mostra a resposta em malha fechada da implementação do controlador robusto baseado no lema de Finsler nos sistemas identificado e real. Observa-se que as respostas foram bastante semelhantes e que os níveis seguiram a referência com tempo de acomodação de aproximadamente 10s, sem sobressinal e com acoplamento mínimo. Houve uma diminuição de aproximadamente 10s no tempo de acomodação em relação ao controle sem a inserção das incertezas.

Para o sistema em fase não-mínima:

$$K = \begin{bmatrix} 0.5133 & -1.6126 & 0.4514 & -0.4366 & 0.011 & 0.0439 \\ -1.9703 & 1.2245 & -0.7984 & 0.4001 & 0.0377 & -0.0236 \end{bmatrix}$$

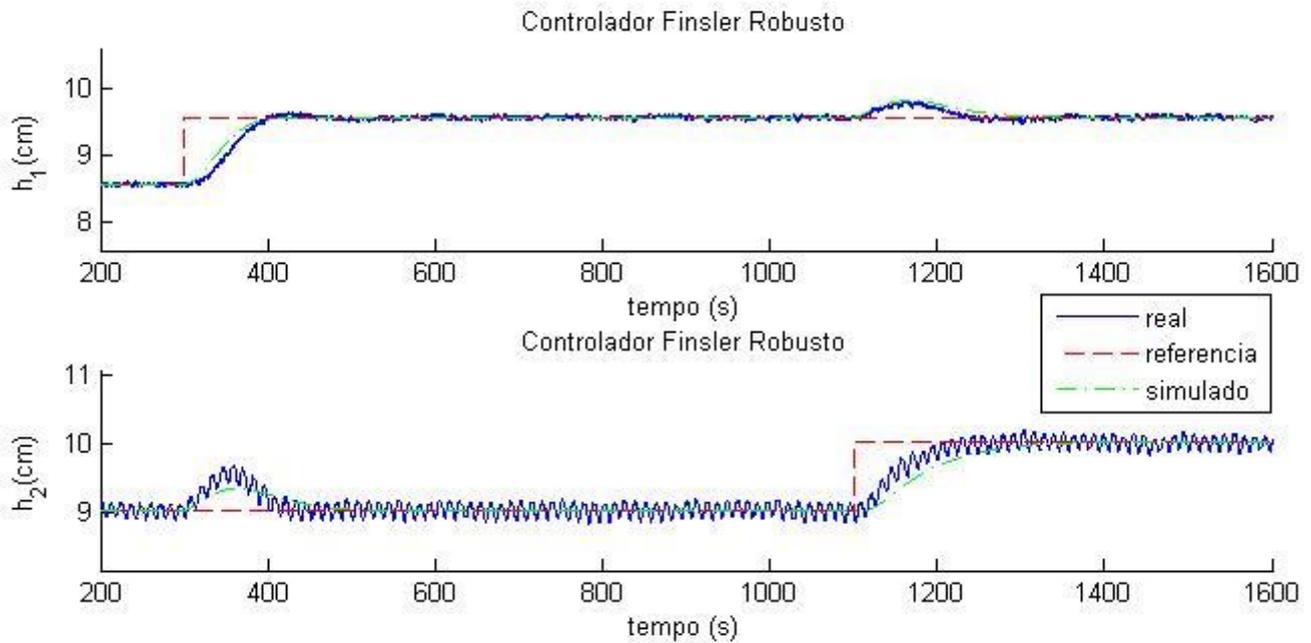


Figura 47. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador Finsler Robusto.

A Figura 47 apresenta a resposta para a fase não mínima do controlador robusto baseado no lema de Finsler para os sistemas identificado e real. Nota-se que houve diminuição do acoplamento e do sobressinal em h_1 em comparação ao controle sem a inserção das incertezas. Contudo, observa-se que a resposta real apresenta-se bastante oscilatória, principalmente para o nível h_2 .

4.5.6. REGULADOR QUADRÁTICO LINEAR

A estratégia de controle aqui proposta para o nível do tanque quádruplo é o método regulador quadrático linear LQR (do inglês, *Linear-Quadratic Regulator*) com ação integral via desigualdades matriciais lineares (LMIs). Em [22] foi estudado a técnica de controle LQR de maneira análoga para sistema de dois tanques interligados paralelo. O sistema aumentado considerado nesta abordagem é o mesmo ilustrado na Figura 36, porém sem considerar o sinal de ruído w . A figura a seguir ilustra o sistema em malha fechada.

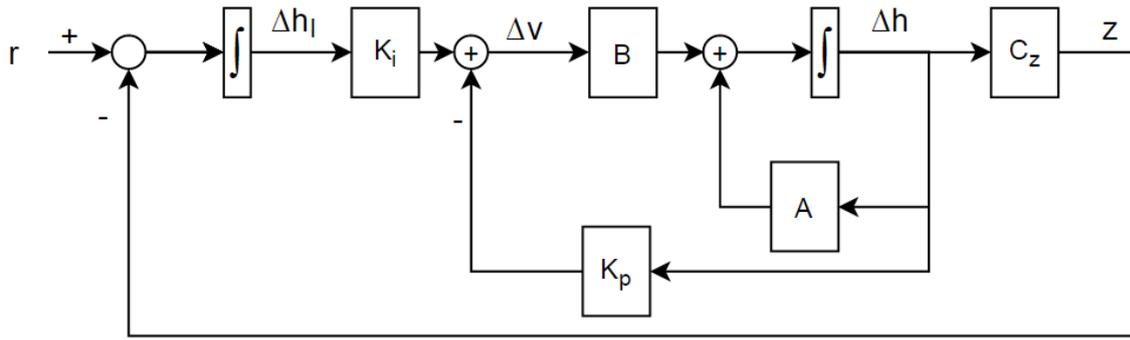


Figura 48. Diagrama de blocos do servomecanismo de ação integral.

Para obter o controlador de realimentação de estados expandido de acordo com a Figura 48 temos o seguinte modelo no espaço de estados modificado de (16):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \dot{h} \\ \Delta \dot{h}_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta h_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \Delta v + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} [r] \\ z &= [C_z \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta h_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Considere

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C_z & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \\ \hat{C} &= [C_z \quad 0] \text{ e } \xi = \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta h_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

Neste projeto, o sinal de controle é dado por:

$$\Delta v = -K_p \Delta h + K_i \Delta h_1 = -[K_p \quad -K_i] \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta h_1 \end{bmatrix} = -\hat{K} \xi$$

A representação em malha fechada fica:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A_{mf} \xi + B_{mf} r \\ y = C_{mf} \xi \end{cases}$$

em que

$$A_{mf} = \begin{bmatrix} A - BK_p & BK_i \\ -C_z & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{mf} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

$$C_{mf} = [C_z \quad 0]$$

A Figura 49 mostra o diagrama do sistema em malha fechada com o controlador e a planta visualizados separadamente.

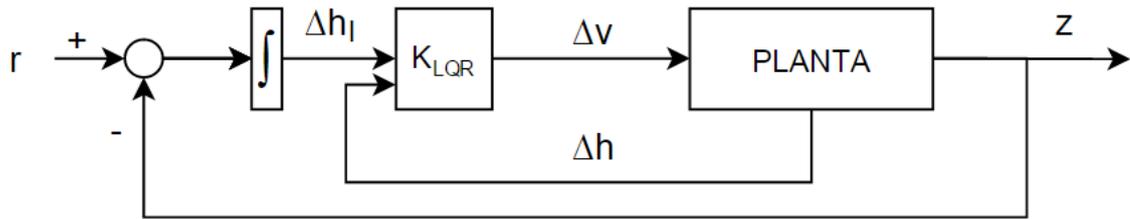


Figura 49. Diagrama de blocos "separado" do servomecanismo de ação integral.

O controle LQR consiste em minimizar o seguinte funcional [23]:

$$J = \int_0^{\infty} (\xi'Q\xi + \Delta v'R\Delta v)dt$$

onde Q é uma matriz simétrica semidefinida positiva e R é uma matriz simétrica definida positiva. O ganho de realimentação \hat{K} é dado por $\Delta v = \hat{K}\xi$.

O problema LQR pode ser visto como uma minimização balanceada dos estados ξ e a entrada de controle Δv . A matriz de ponderação Q estabelece quais estados devem ser controlados mais rigorosamente que outros e a matriz R balanceia a quantidade de ação do controle para ser aplicada dependendo do quão grande é o desvio do estado ξ .

Desta forma, podemos reescrever da seguinte forma:

$$J = \int_0^{\infty} (\xi'Q\xi + \Delta v'R\Delta v)dt$$

$$J = \int_0^{\infty} (\xi'(Q + \hat{K}'R\hat{K})\xi)dt$$

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{Tr}((Q + \hat{K}'R\hat{K})\xi\xi') dt$$

$$J = \mathbf{Tr}((Q + \hat{K}'R\hat{K})P)$$

em que P é uma matriz simétrica positiva definida que satisfaz

$$P = \int_0^{\infty} (\hat{\xi}\hat{\xi}')dt$$

$$(\hat{A} + \hat{B}\hat{K})P + P(\hat{A} + \hat{B}\hat{K})' + \xi_0\xi_0' = 0$$

onde ξ_0 representa a condição de estado inicial.

Assim, o ganho de realimentação \hat{K} pode ser obtido pela minimização do traço.

$$\min_{P,K} \text{Tr}(QP) + \text{Tr}(R^{1/2}\hat{K}P\hat{K}'R^{1/2})$$

sujeito a

$$(\hat{A} + \hat{B}\hat{K})P + P(\hat{A} + \hat{B}\hat{K})' + \xi_0\xi_0' < 0$$

O problema é solucionado por meio da formulação LMI:

$$\exists \mu > 0 : \mu\xi_0\xi_0' > I \quad \text{e} \quad \mu P \rightarrow P$$

$$(\hat{A} + \hat{B}\hat{K})P + P(\hat{A} + \hat{B}\hat{K})' + I < 0$$

Fazendo-se $Y = \hat{K}P$, ou $\hat{K} = YP^{-1}$, temos:

$$\hat{A}P + \hat{B}Y + \hat{A}'P + Y'\hat{B}' + I < 0$$

E substituindo o termo não linear $R^{1/2}YP^{-1}Y'R^{1/2}$ por uma variável auxiliar X , temos:

$$\min_X \text{Tr}(X)$$

$$\text{sujeito a} \quad X > R^{1/2}YP^{-1}Y'R^{1/2}$$

que pode ser decomposto por Complemento de Schur, fornecendo:

$$\begin{bmatrix} X & R^{1/2}Y \\ Y'R^{1/2} & P \end{bmatrix} > 0 \quad P > 0$$

Desta forma, a formulação LMI para o problema LQR é dada por:

$$\min_{P,Y,X} \text{Tr}(QP) + \text{Tr}(X)$$

sujeito a

$$\hat{A}P + \hat{B}Y + \hat{A}'P + Y'\hat{B}' + I < 0$$

$$\begin{bmatrix} X & R^{1/2}Y \\ Y'R^{1/2} & P \end{bmatrix} > 0 \quad P > 0$$

e o ganho de realimentação pode ser recuperado por $\hat{K} = YP^{-1}$.

Adicionando as LMIs de D-Estabilidade (18) e agrupando todas as restrições desejadas de projeto, \hat{K} é dado solucionando o seguinte problema de otimização:

$$\min_{P,Y,X} \text{Tr}(QP) + \text{Tr}(X)$$

$$(\hat{A}P - \hat{B}Y) + (\hat{A}P - \hat{B}Y)' + 2\sigma_p P < 0$$

$$\begin{bmatrix} T_1 \text{sen}\theta & T_2 \text{cos}\theta \\ -T_2 \text{cos}\theta & T_1 \text{sen}\theta \end{bmatrix} < 0$$

sujeito a

$$\begin{bmatrix} X & R^{1/2}Y \\ Y'R^{1/2} & P \end{bmatrix} > 0 \quad P > 0$$

em que

$$T_1 = (\hat{A}_i P - \hat{B}_i Y) + (\hat{A}_i P - \hat{B}_i Y)'$$

$$T_2 = (\hat{A}_i P - \hat{B}_i Y) - (\hat{A}_i P - \hat{B}_i Y)''$$

O ganho de realimentação pode ser recuperado por $\hat{K} = YP^{-1}$.

Desta forma, o ganho obtido do controlador LQR para fase mínima é dado por

$$K = \begin{bmatrix} -1.9935 & 0.6939 & -2.2453 & 3.0809 & 0.0430 & -0.0066 \\ 0.1576 & -0.1325 & 0.2483 & -0.2897 & -0.0031 & 0.0022 \end{bmatrix}$$

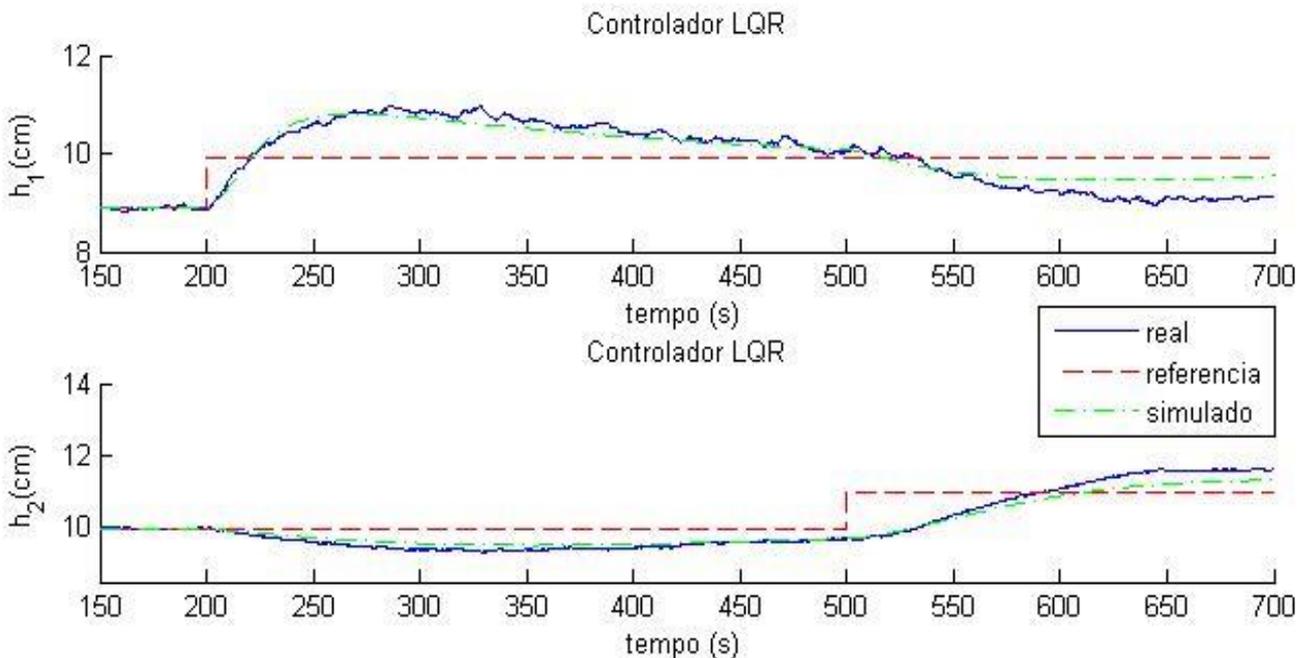


Figura 50. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase mínima para o controlador LQR.

A Figura 50 mostra a resposta para o controlador LQR implementado nos sistemas identificado e real. Observa-se que o sistema tem resposta muito lenta e grande

acoplamento. De modo que ao dar o degrau na referência de h_2 , 300s após o degrau na referência de h_1 , o sistema ainda não havia estabilizado.

E para a fase não-mínima, por

$$K = \begin{bmatrix} 1.4309 & -0.9114 & 0.2026 & -0.3160 & -0.0152 & 0.0145 \\ -1.3015 & -0.1473 & -0.1544 & 0.0224 & 0.0206 & 0.0242 \end{bmatrix}$$

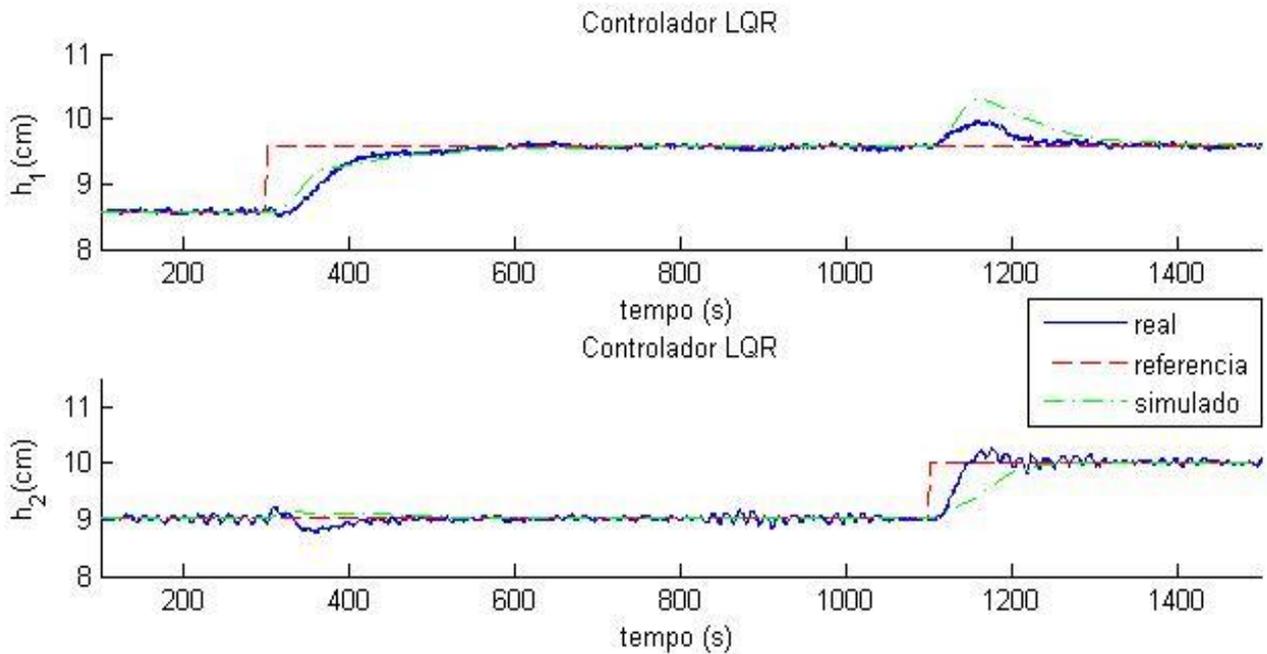


Figura 51. Resposta experimental (linha contínua) e simulada (linha traço e ponto) dos níveis h_1 e h_2 ao degrau nas respectivas referências (linha tracejada) do sistema em malha fechada em fase não mínima para o controlador LQR.

A Figura 51 mostra a resposta para o controlador LQR implementado nos sistemas identificado e real em fase não-mínima. Observa-se que o controle do nível h_1 não apresenta sobressinal, mas tem resposta mais lenta que o nível h_2 . O acoplamento é visível, assim como a oscilação da resposta, principalmente de h_2 .

5. ANÁLISE COMPARATIVA DOS MÉTODOS

Os gráficos dos resultados da implementação dos controladores projetados neste trabalho foram apresentados no capítulo 4. Observa-se que, de modo geral, as discrepâncias entre as respostas simuladas e as experimentais foram pequenas.

Para fins de comparação, foram utilizados os índices de desempenho descritos na Tabela 5. Os resultados destes índices no sistema em malha fechada para os diversos controladores projetados em fase mínima e fase não-mínima são apresentados respectivamente na Tabela 6 e Tabela 7.

A média destes índices de desempenho para cada controlador foi calculada e apresentada em forma de gráfico de barras conforme a Figura 52 e Figura 53.

Tabela 5. Descrição dos Índices de Desempenho.

Índice de Desempenho	Descrição	Expressão
IAE	Integral do módulo do erro	$\int e(t) dt$
ISE	Integral dos erros ao quadrado	$\int e(t)^2 dt$

Os desempenhos mostrados abaixo foram avaliados para a resposta ao degrau unitário na referência com a planta em malha fechada. Antes de aplicar o degrau, os níveis dos tanques 1 e 2 foram estabilizados em $\bar{h}_1 = 8.9\text{cm}$ e $\bar{h}_2 = 10.0\text{cm}$ para a fase mínima e $\bar{h}_1 = 8.6\text{cm}$ e $\bar{h}_2 = 9.0\text{cm}$ para a fase não mínima.

Na fase mínima, o incremento de 1cm na referência foi aplicado em $h_1(t)$ em 200s e em $h_2(t)$ em 500s, as alturas dos níveis dos tanques foram medidas até 700s. Na fase não-mínima, o incremento de 1cm na referência foi aplicado em $h_1(t)$ em 300s e em $h_2(t)$ em 1100s, as alturas dos níveis dos tanques foram medidas até 1900s. Essa abordagem permitiu obter o erro entre as alturas dos tanques 1 e 2 e os valores de referência aplicados. A aplicação do degrau nos dois tanques no mesmo experimento em momentos distintos permitiu verificar o efeito do acoplamento entre os canais e, portanto, a eficácia dos controles na rejeição aos distúrbios, já que um degrau na referência de $h_1(t)$ representa um distúrbio em $h_2(t)$ e vice-versa.

O desempenho de todos os controladores implementados neste trabalho foram avaliados. Contudo, alguns projetos consideram requisitos distintos dos demais, como no caso do estabelecimento de saturação e sobressinal máximo para os controladores por realimentação de estados. Estes requisitos foram obtidos iterativamente na procura de

valores mínimos de saturação e sobressinal que garantisse a factibilidade da resolução das LMIs de cada controlador através dos pacotes computacionais adotados.

Quanto aos controladores no domínio da frequência, tanto os descentralizados quanto os desacoplados possuíram requisitos de projeto iguais para cada configuração de fase, exceto o baseado no LGR. A escolha dos requisitos foi fundamentada no tempo de acomodação mínimo porém evitando a saturação dos atuadores.

Tabela 6. Resultado Índices de Desempenho para os controladores implementados para fase mínima.

Fase Mínima				
		h_1	h_2	Média
Controlador Descentralizado LGR	ISE	04.4397	03.7692	4.1045
	IAE	19.4499	21.2745	20.3622
Controlador Descentralizado IMC	ISE	02.0557	01.7077	1.8817
	IAE	11.4227	09.7593	10.5910
Controlador Descentralizado Síntese Direta	ISE	01.8919	01.6025	1.7472
	IAE	10.8362	09.0481	9.9422
Controlador Desacoplado	ISE	02.7814	09.6923	6.2369
	IAE	16.7361	48.9286	32.8324
Controlador Desacoplado Simplificado	ISE	02.7293	01.7007	2.2150
	IAE	12.6969	10.5079	11.6024
Controlador Desacoplado Antecipatório	ISE	02.9792	01.9633	2.4713
	IAE	12.3146	10.4070	11.3608
Controlador H_2	ISE	03.3322	02.4377	2.8850
	IAE	16.3877	18.5539	17.4708
Controlador H_∞	ISE	06.4160	12.3791	9.3976
	IAE	29.6536	42.4932	36.0734
Controlador Finsler	ISE	05.5031	03.7692	4.6362
	IAE	18.9348	21.2745	20.1047
Controlador Finsler Robusto	ISE	03.5646	03.1581	3.3614
	IAE	12.6932	10.6878	11.6905
Controlador LQR	ISE	214.7656	153.1992	183.9824
	IAE	305.4415	250.7065	278.0740

Tabela 7. Resultado Índices de Desempenho para os controladores implementados para fase não-mínima.

Fase Não Mínima				
		h_1	h_2	Média
Controlador Descentralizado IMC	ISE	038.2816	152.2138	95.2477
	IAE	095.6118	276.0375	185.8247
Controlador Descentralizado Síntese Direta	ISE	025.2770	115.3806	70.3288
	IAE	069.3804	270.4309	169.9057
Controlador H_2	ISE	050.2098	043.4350	46.8224
	IAE	099.4980	099.7118	99.6049
Controlador H_∞	ISE	052.7101	053.4712	53.0907
	IAE	116.4998	223.1227	169.8113
Controlador Finsler	ISE	047.0904	074.5217	60.8061
	IAE	119.9527	168.7212	144.3370
Controlador Finsler Robusto	ISE	046.3789	066.4034	56.3912
	IAE	101.1815	217.7792	159.4804
Controlador LQR	ISE	070.2979	031.1610	50.7295
	IAE	146.1847	103.6931	124.9389

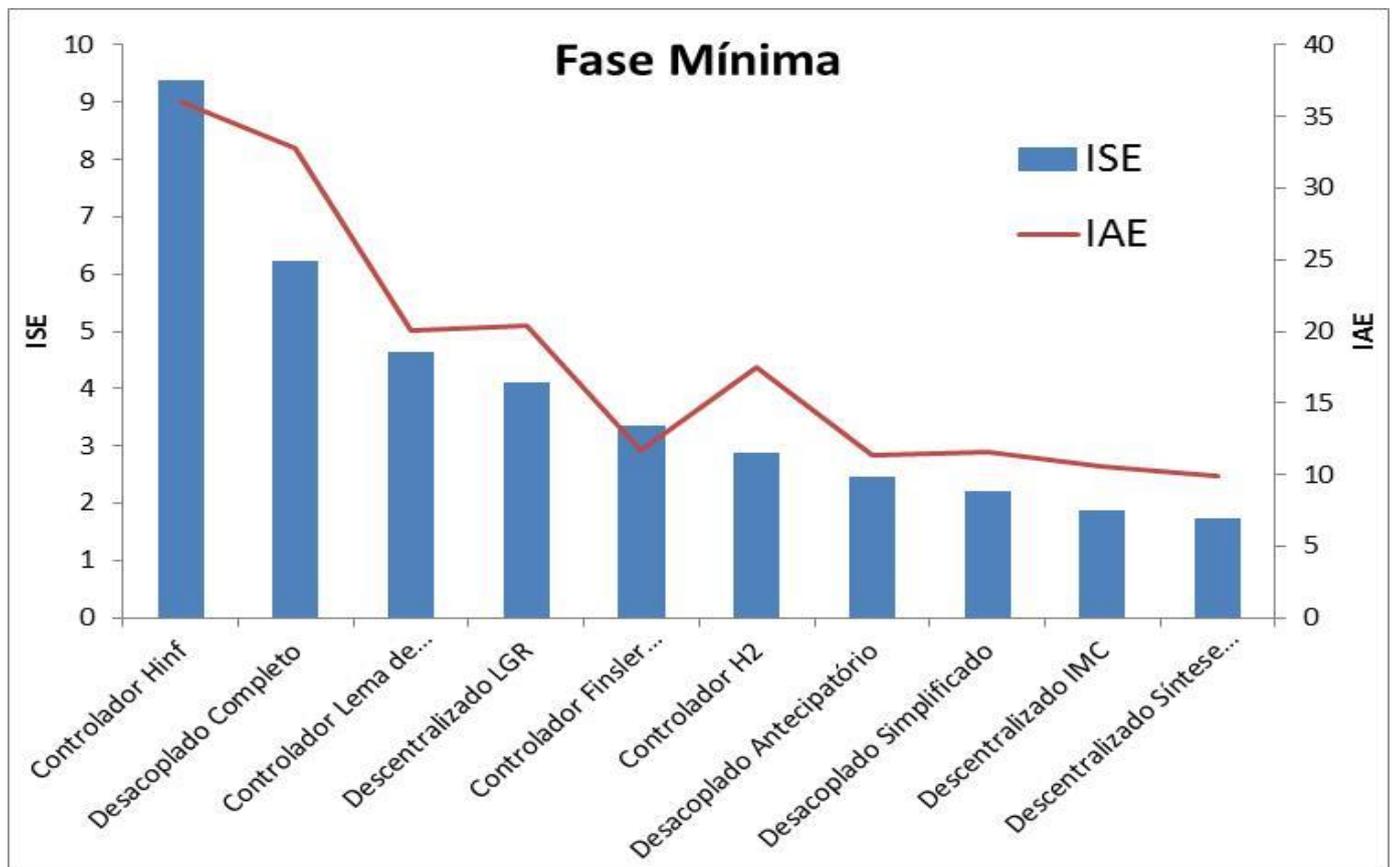


Figura 52. Resultado Índices de Desempenho para os controladores implementados para fase mínima.

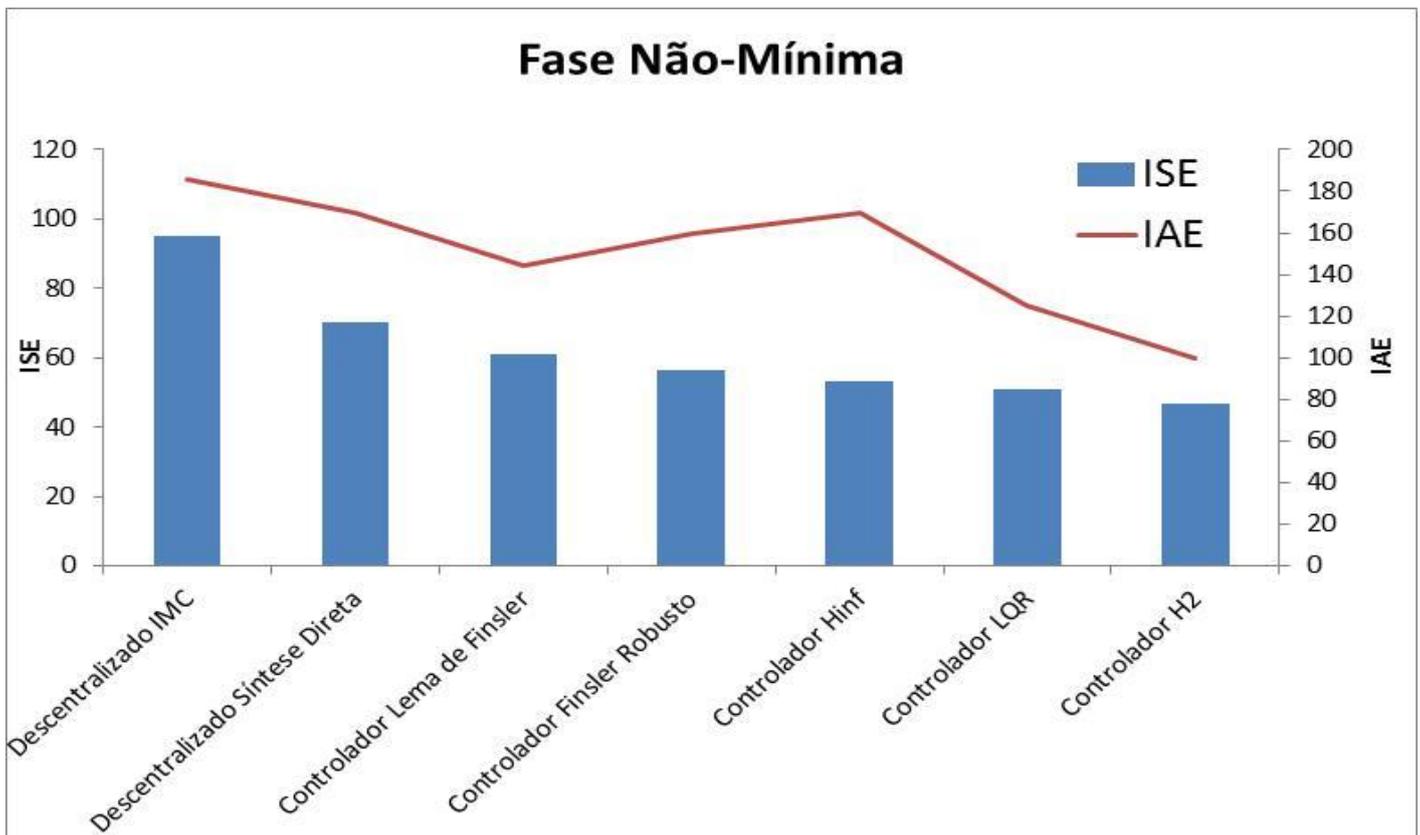


Figura 53. Resultado Índices de Desempenho para os controladores implementados para fase não-mínima.

Os resultados comprovam que o controle do sistema em fase não-mínima é mais desafiador do que em fase mínima, como pode ser observado na coluna Média da Tabela 6 e Tabela 7.

As respostas para o sistema em fase não mínima se mostraram em torno de 30 vezes mais lentas que as de fase mínima. Esta resposta lenta ao controle faz com que os índices de desempenho para a fase não mínima sejam piores que os de fase mínima, conforme esperado.

Tomando como base o índice ISE, é possível fazer as análises seguintes. Dentre os controles utilizados na fase mínima, a Figura 52 mostra que os controladores projetados no domínio da frequência, principalmente o descentralizado por Síntese Direta e IMC apresentaram comportamento mais rápido do que os controladores no domínio do tempo, inclusive o controle robusto. Uma das explicações possíveis seria devido a maior sensibilidade à erros de modelagem no projeto do controlador em espaço de estados visto que no controle descentralizado apenas a informação da diagonal principal da matriz função de transferência, mais fácil de se identificar, é utilizada. Quanto ao controle robusto, pode-se justificar que este controle não teve especificação de desempenho de resposta temporal,

priorizando a estabilidade para uma faixa de valores maiores de γ_1 e γ_2 , o que prejudicou a rapidez da resposta.

Na fase-não mínima, a Figura 53 mostra que os controladores projetados no domínio do tempo por realimentação de estado, principalmente o baseado na norma H_2 , apresentaram um desempenho melhor em termos dos indicadores apresentados na Tabela 5 do que os controladores projetados no domínio da frequência. Isso acontece, pois os controles projetados no domínio do tempo consideram o sistema como sendo de fato MIMO enquanto os analisados no domínio da frequência (estrutura de controle descentralizada) desconsideram os acoplamentos entre as malhas que são maiores quando o sistema está em configuração de fase não-mínima. Quanto aos controladores projetados no domínio do tempo, os que foram baseados no lema de Finsler se mostraram com os piores desempenhos. Isso pode ser explicado por estes controladores não possuírem uma função de custo minimizada, considerando apenas a factibilidade de sua realização. Quanto ao controle robusto, este foi projetado apenas para ser robusto à incerteza nos parâmetros γ_1 e γ_2 , sem considerar taxa de convergência como critério de desempenho na etapa de projeto.

A implementação de todos os controladores tiveram complexidade semelhantes, visto que todos foram implementados via *software* Simulink/MATLAB. Os controladores no domínio da frequência possuem funções de transferência com dinâmica de ordens maiores, sendo mais complexos para serem implementados em sistemas mais simples, como em Computadores Lógicos Programáveis (CLP) ou em circuitos embarcados, enquanto que os controles baseados no domínio do tempo é composto de apenas um integrador e um ganho.

6. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho estudou um sistema de quatro tanques a partir de sua modelagem, identificação dos parâmetros, projeto de controle no domínio da frequência e no domínio do tempo, simulação e a implementação dos controles em bancada real.

Um modelo linearizado foi derivado das equações de hidrostática e seus parâmetros foram identificados a partir da resposta do sistema real. Algumas não linearidades não foram consideradas no modelo, como a mudança de regime de turbulento para laminar à medida que o nível do tanque se aproxima de zero. Contudo, o modelo se mostrou aproximado do sistema real na faixa de linearização, permitindo a implementação de controladores lineares que satisfizeram seus requisitos de projeto.

Um modelo mais fiel seria obtido se o sistema apresentasse maior repetibilidade em sua operação, principalmente no desempenho das bombas. Com o passar do tempo, as bombas produzem respostas diferentes para a mesma entrada de tensão, o que compromete a fidelidade do modelo. O impacto da diferença no modelo com o sistema real foi observado principalmente nos projetos de controladores baseados em espaço de estados, pois esta abordagem mostrou-se mais sensível a erros de modelagem na fase mínima. Uma proposta para trabalhos futuros é considerar um modelo mais preciso para as bombas incorporando incertezas na constante de proporcionalidade que relaciona a tensão na bomba com o fluxo gerado e a presença de uma zona morta na aplicação de valores baixos de tensão de alimentação. O projeto de controladores no espaço de estados poderá levar em conta mais facilmente esses aspectos com garantias em requisitos de desempenho no domínio do tempo. Além disso, a consideração das não linearidades do sistema na etapa de projeto conduziria à obtenção de controladores que permitiriam uma maior faixa de operação.

Este trabalho explorou diversas técnicas de controles incluindo projetos de controladores descentralizados, desacoplados e controles ótimos baseados em espaço de estados, além de controle robusto. Foi realizada a comparação no desempenho dos controladores. Na fase mínima, os controladores projetados no domínio da frequência tiveram desempenho melhor, principalmente os controles descentralizados Síntese Direta e IMC, enquanto que na fase não-mínima, os controles projetados no domínio do tempo tiveram desempenho melhor, principalmente o baseado na norma H_2 .

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] K. H. Johansson, "The Quadruple-Tank Process: A Multivariable Laboratory Process with an Adjustable Zero," *Control Systems Technology*, pp. 456-465, Maio 2000.
- [2] K. H. Johansson, A. Horch, O. Wijk e A. Hansson, "Teaching Multivariable Control Using the Quadruple-Tank Process," *Decision and Control*, vol. 1, pp. 807 - 812, 1999.
- [3] S. Dormido e F. Esquembre, "The quadruple-tank process: an interactive tool for control education," *European Control Conference (ECC)*, pp. 3267 - 3272, 2003.
- [4] E. P. Gatzke, E. S. Meadows, C. Wang e F. J. Doyle III, "Model Based Control of a Four-Tank System," *Computers and Chemical Engineering*, vol. 24, pp. 1503-1509, 2000.
- [5] M. Mercangoz e F. J. Doyle III, "Distributed model predictive control of an experimental four-tank system," *Journal of Process Control*, vol. 17, n. 3, p. 297-308, Março 2007.
- [6] D. Shneiderman e Z. J. Palmor, "Properties and control of the quadruple-tank process with multivariable dead-times," *Journal of Process Control*, vol. 20, n. 1, pp. 18-28, 2010.
- [7] "USB-6008," National Instruments, [Online]. Available: <http://sine.ni.com/nips/cds/view/p/lang/pt/nid/201986>. [Acesso em 30 06 2015].
- [8] "Simulink," Mathworks, [Online]. Available: <http://www.mathworks.com/products/simulink/>. [Acesso em 30 06 2015].
- [9] "MATLAB," Mathworks, [Online]. Available: <http://www.mathworks.com/products/matlab/>. [Acesso em 30 06 2015].
- [10] C. A. Smith e A. Corripio, *Princípios e Prática do Controle Automático de Processos*, Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- [11] L. Ljung, "System Identification Toolbox," *The MathWorks Inc*, Natick, MA, 1988.
- [12] M. Dahleh, M. A. Dahleh e G. Verghese, "Lectures on Dynamic Systems and Control," Massachusetts, Massachusetts Institute of Technology, 2011.
- [13] N. S. Nise, *Engenharia de sistemas de controle*. 6. Ed, Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- [14] M. C. M. M. d. Campos e H. C. G. Teixeira, *Controles Típicos de Equipamentos e Processos Industriais*, São Paulo: Edgard Blucher, 2006.
- [15] J. Garridoa, F. Vázquez e F. Morillab, *Centralized Multivariable Control by Simplified Decoupling*, 2012.

- [16] J. F. Sturm, "Sedumi," [Online]. Available: <http://sedumi.ie.lehigh.edu/>. [Acesso em 30 Junho 2015].
- [17] "Yalmip," [Online]. Available: <http://users.isy.liu.se/johanl/yalmip/pmwiki.php?n=Main.HomePage>. [Acesso em 30 Junho 2015].
- [18] M. Chilali e P. Gahinet, "H-infinity Design with Pole Placemet Constraints: An LMI Approach," *Transactions on Automatic Control*, vol. 41, n. 3, pp. 358-367, Março 1996.
- [19] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron e V. Balakrishnan, "Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory," *SIAM Studies in Applied Mathematics*, vol. 15, 1994.
- [20] M. Green e D. J. N. Limebeer, *Linear Robust Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995.
- [21] H. S. Vieira, R. C. L. F. Oliveira e P. L. D. Peres, "Relaxações LMIs com escalares para realimentação de estados robusta de sistemas politópicos," *20º Congresso Brasileiro de Automática*, vol. 1, pp. 1112-1118, 2014.
- [22] M. V. S. Costa, J. C. T. Campos, O. M. Almeida e V. P. Pinto, "Análise e Controle Multivariável Robusto D-LQI Otimizado via LMIs," *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 2013.
- [23] C. Olalla, R. Leyva, A. E. Aroudi e I. Queinnec, "Robust LQR Control for PWM Converters: A LMI Approach," *Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, n. 7, pp. 2548-2558, Julho 2009.

ANEXOS

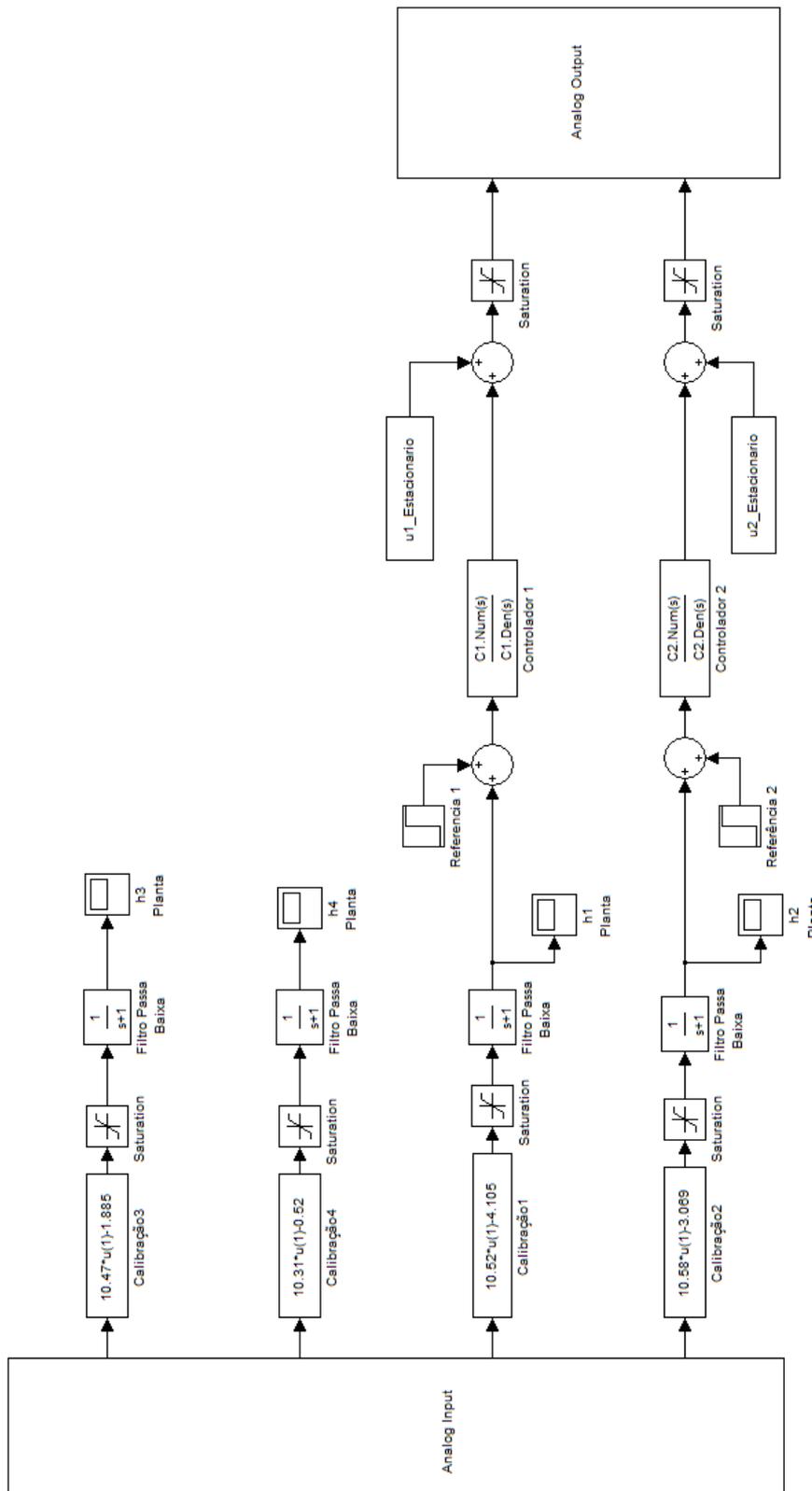


Figura 54. Diagrama de Blocos Simulink com Controle Descentralizado Fase Mínima

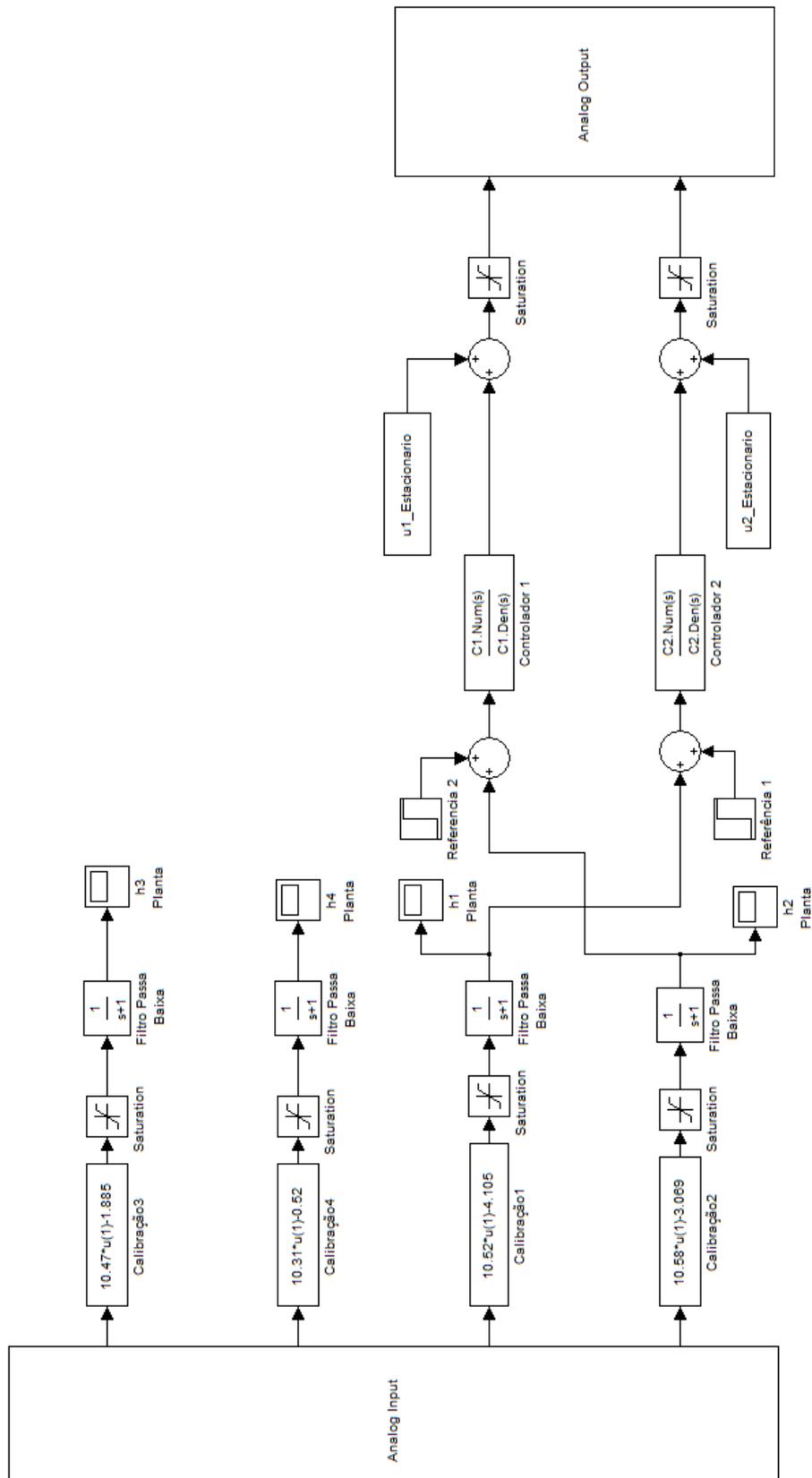


Figura 55 Diagrama de Blocos Simulink com Controle Descentralizado Fase Não Mínima

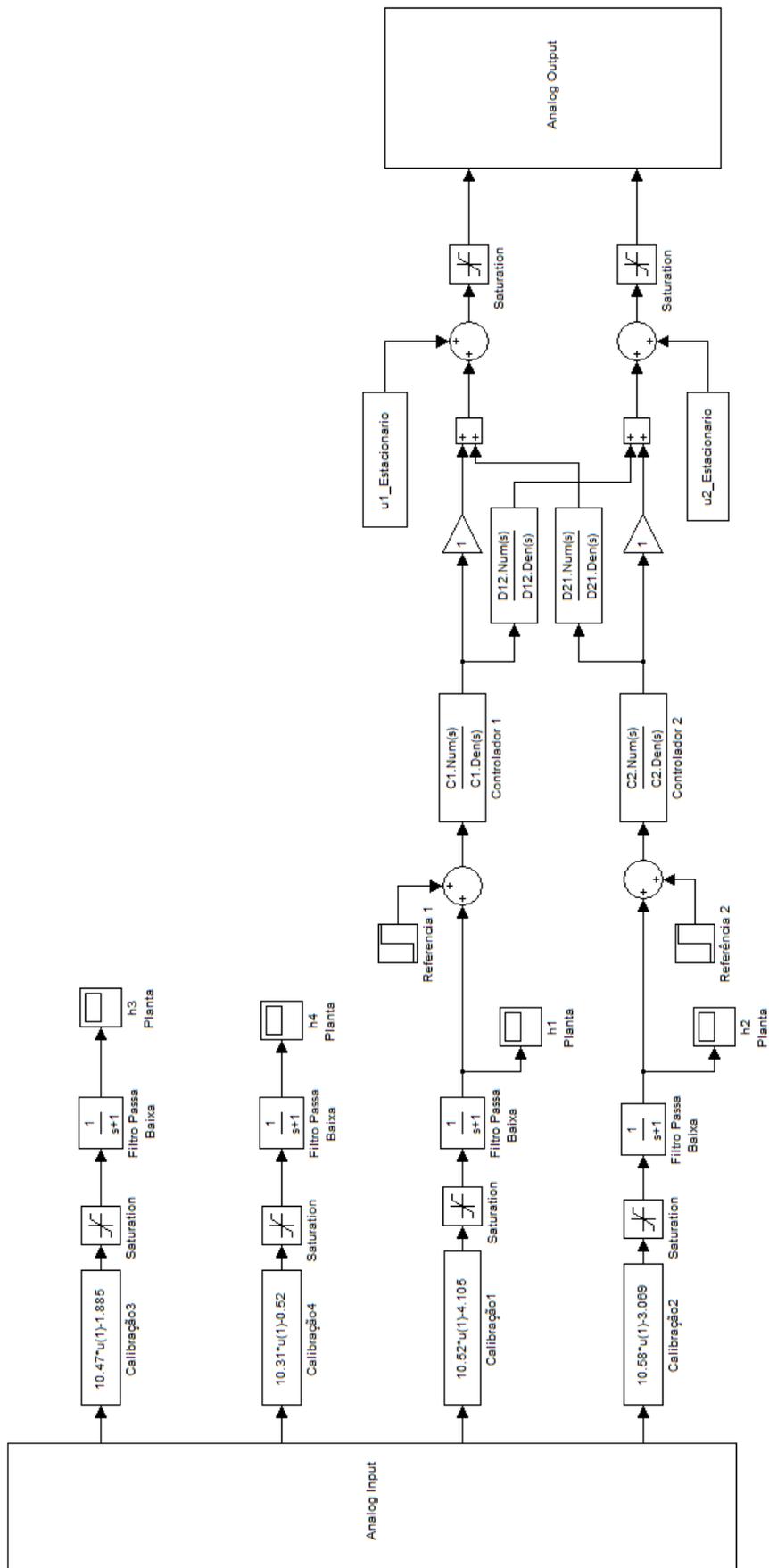


Figura 56. Diagrama de Blocos Simulink com Controle Desacoplado Completo

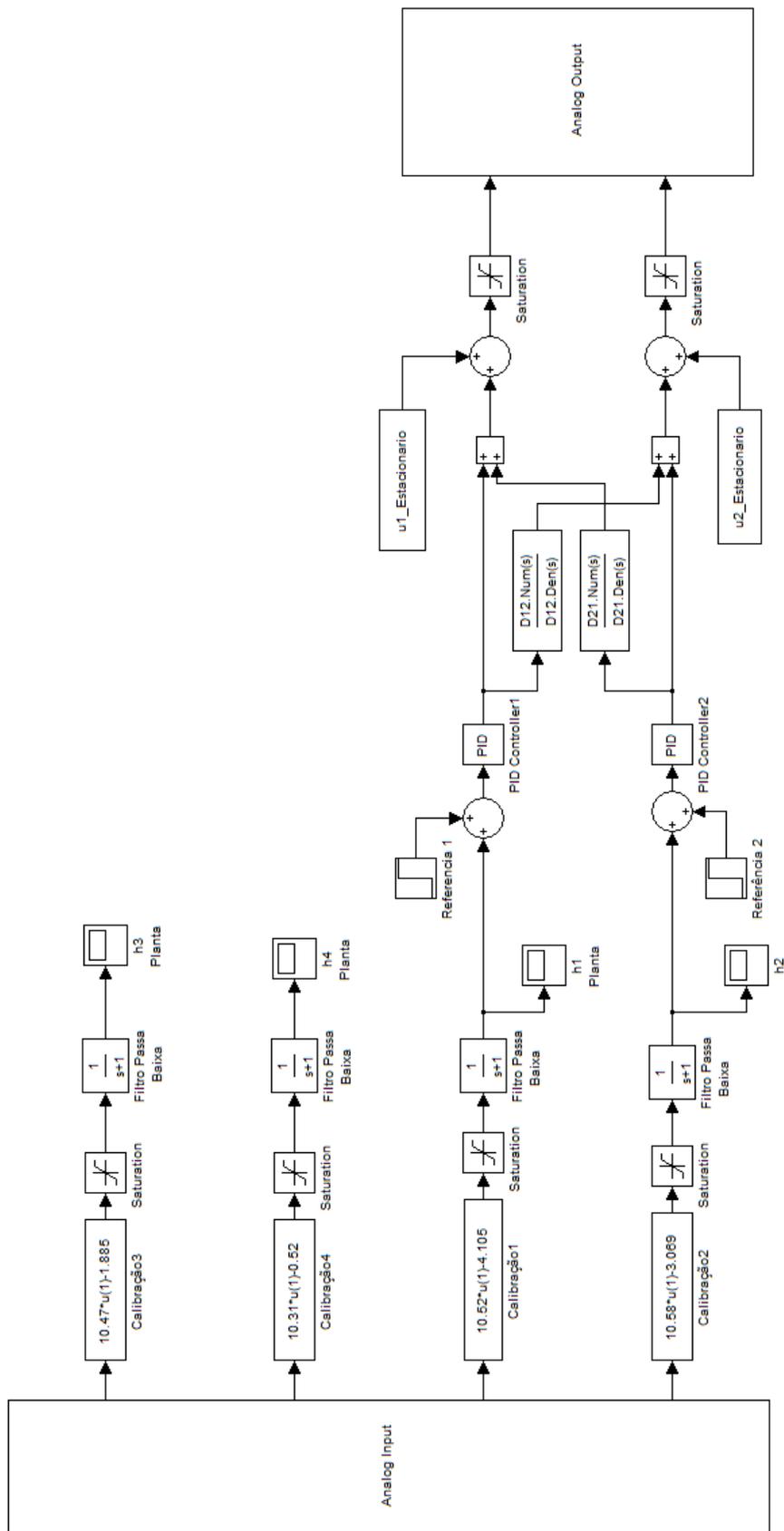


Figura 57 Diagrama de Blocos Simulink com Controle Desacoplado Simplificado
Fase Mínima

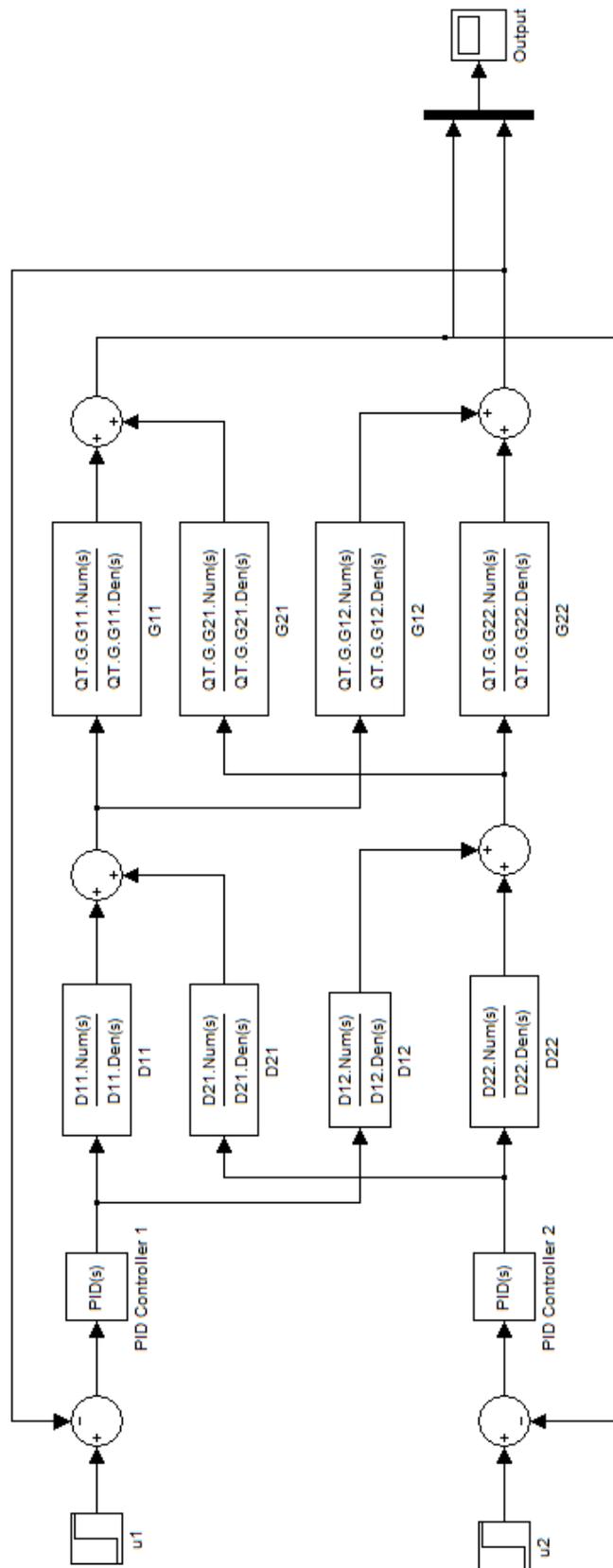


Figura 58 Diagrama de Blocos Simulink para simulação do Controle Desacoplado Simplificado Fase Não Mínima

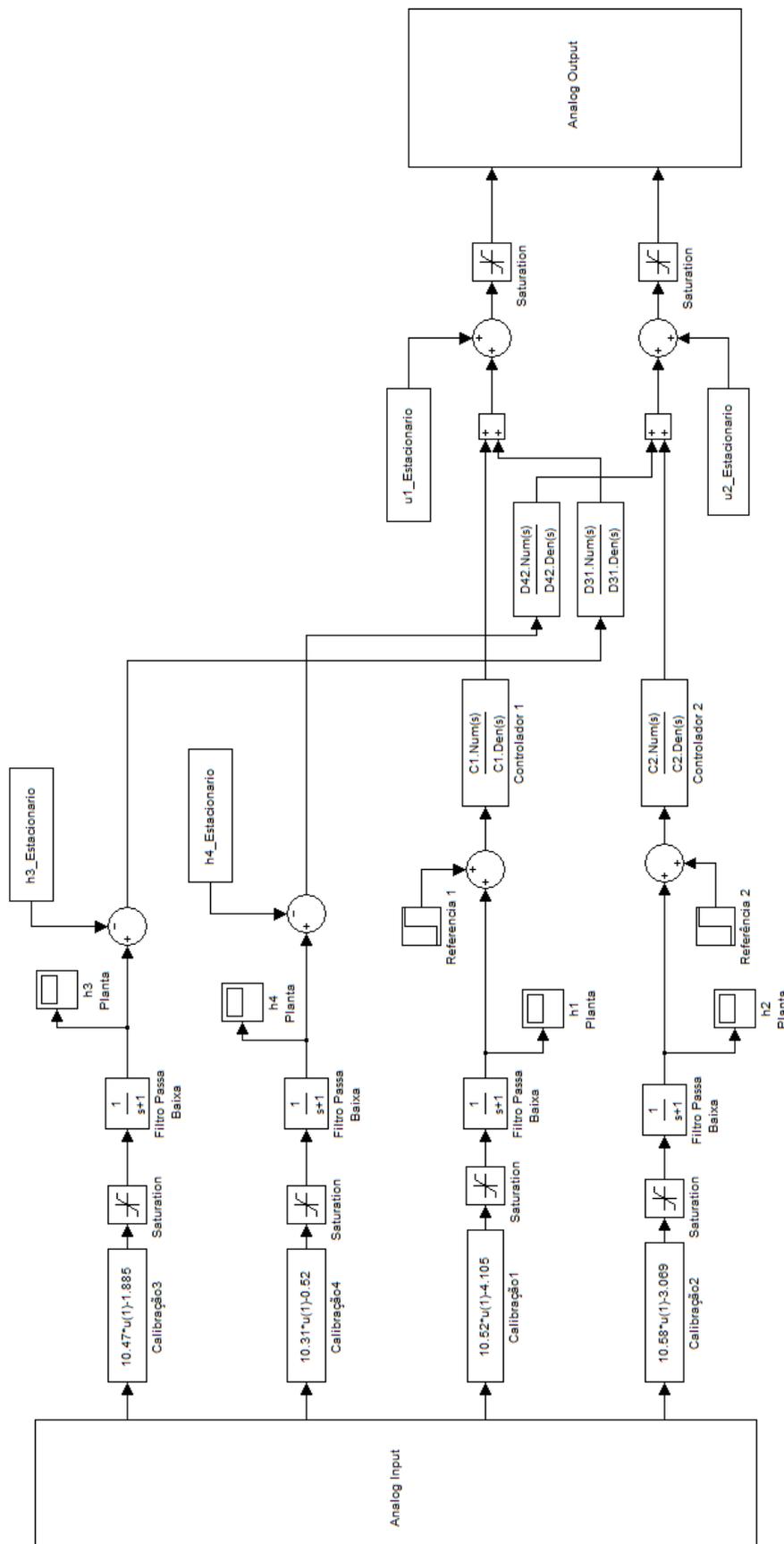


Figura 59 Diagrama de Blocos Simulink com Controle Desacoplado Antecipatório

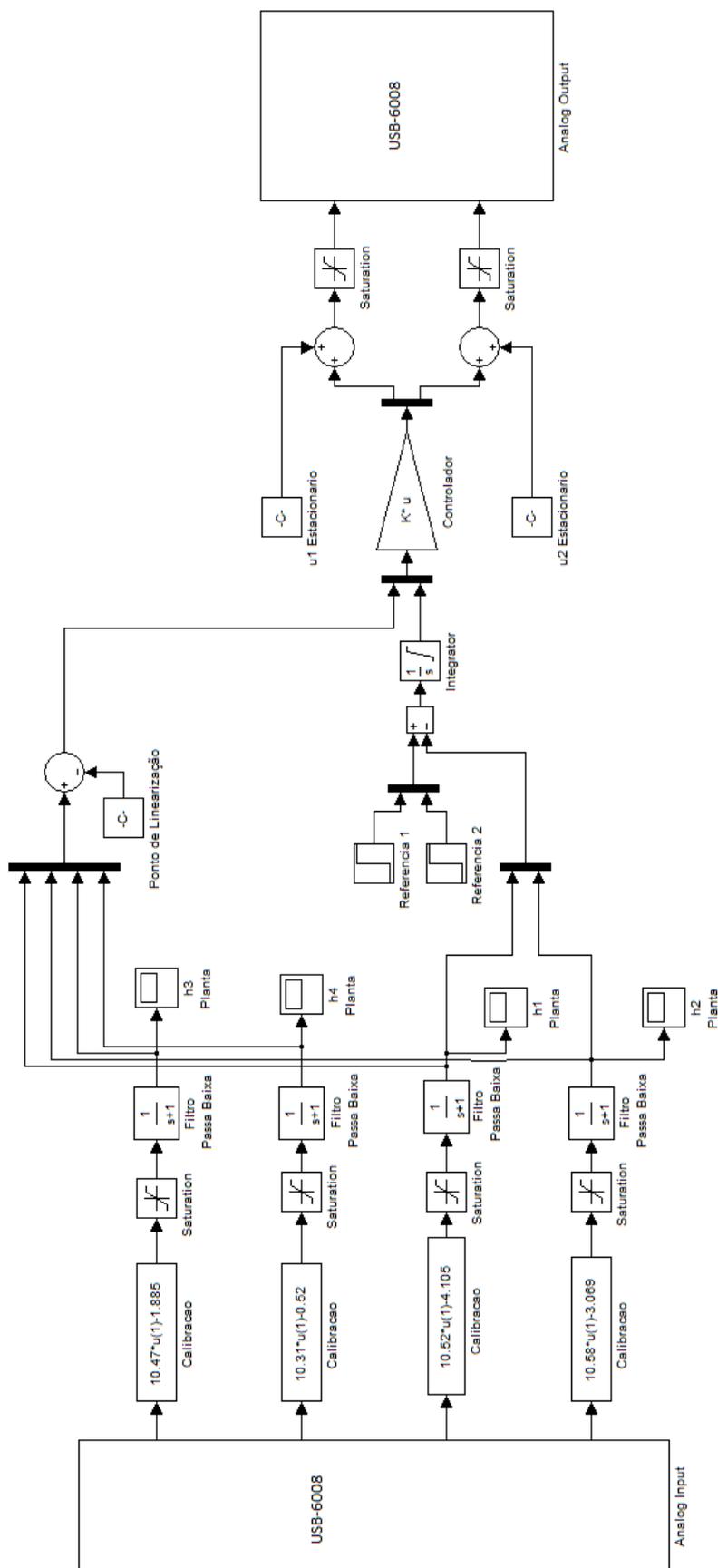


Figura 60. Diagrama de Blocos Simulink com Controle Baseado em Realimentação de Estados.