

Lista de Exercícios

Sinais e Sistemas em Tempo Contínuo

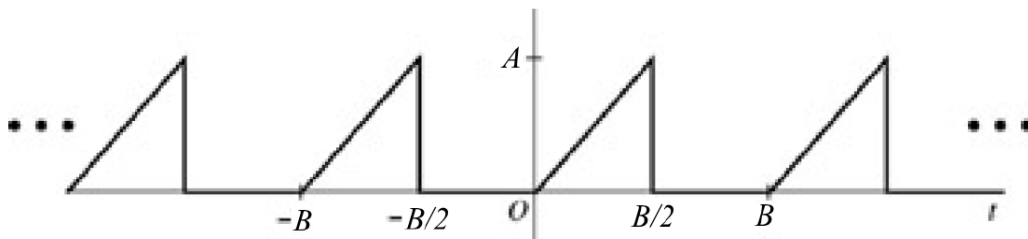
Fundamentos de Sinais e Sistemas

Universidade de Brasília
Departamento de Engenharia Elétrica

1 Introdução e Análise Básica de Sinais

Exercício 1.1

Determine a energia, a potência e o valor eficaz (valor rms) do sinal abaixo. **Dica:** note que se trata de um sinal periódico.



Exercício 1.2

Determine a potência P_∞ e a energia E_∞ dos sinais:

(a) $x_1(t) = e^{-2t}u(t)$;

(b) $x_2(t) = e^{j(2t+\pi/4)}$;

(c) $x_3(t) = \cos(t)$.

Exercício 1.3

Determine se os sinais a seguir são sinais de energia, sinais de potência ou nenhum dos dois:

(a) $x(t) = e^{-at}u(t)$, $a > 0$;

(b) $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta)$;

(c) $x(t) = tu(t)$;

(d) $x[n] = (-0,5)^n u[n]$;

- (e) $x[n] = u[n]$;
- (f) $x[n] = 2e^{j3n}$.

Exercício 1.4

Determine a potência e o valor rms de cada um dos seguintes sinais:

- (a) $5 + 10 \cos(100t + \pi/3)$;
- (b) $10 \cos(100t + \pi/3) + 16 \sin(150t + \pi/5)$;
- (c) $(10 + 2 \sin 3t) \cos 10t$;
- (d) $10 \cos 5t \cos 10t$;
- (e) $10 \sin 5t \cos 10t$;
- (f) $e^{j\alpha t} \cos \omega_0 t$.

2 Operações Úteis com Sinais

Exercício 2.1

Considere o seguinte sinal:

$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 4, \\ -1, & 4 \leq t < 6, \\ 0, & t < 0 \text{ ou } t \geq 6. \end{cases}$$

- (a) Esboce o sinal $x(t)$.
- (b) Esboce o sinal $x_1(t) = -x(t)$.
- (c) Esboce o sinal $x_2(t) = x(-t)$.
- (d) Esboce o sinal $x_3(t) = x(t - 6)$.
- (e) Esboce o sinal $x_4(t) = 2x(t)$.
- (f) Esboce o sinal $x_5(t) = x(2t)$.
- (g) Esboce o sinal $x_6(t) = x(-2t - 6)$.

Exercício 2.2

Vamos analisar o efeito das operações acima na energia do sinal.

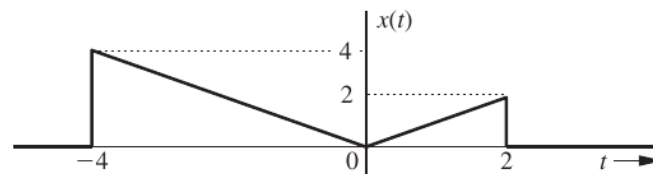
- (a) Calcule a energia do sinal $x(t)$.
- (b) Calcule a energia do sinal $x_1(t)$. Qual é o efeito da reflexão de amplitude na energia do sinal?

- (c) Calcule a energia do sinal $x_2(t)$. Qual é o efeito da reflexão temporal na energia do sinal?
- (d) Calcule a energia do sinal $x_3(t)$. Qual é o efeito do deslocamento temporal na energia do sinal?
- (e) Calcule a energia do sinal $x_4(t)$. Qual é o efeito do escalamento de amplitude na energia do sinal?
- (f) Calcule a energia do sinal $x_5(t)$. Qual é o efeito do escalamento temporal na energia do sinal?

Exercício 2.3

Para o sinal $x(t)$ ilustrado abaixo, esboce:

- (a) $x(t - 4)$;
- (b) $x(t/1,5)$;
- (c) $x(-t)$;
- (d) $x(2t - 4)$;
- (e) $x(2 - t)$.



3 Classificação de Sinais

Exercício 3.1

Determine se os sinais são periódicos. Se o sinal for periódico, determine seu período fundamental.

- (a) $x_1(t) = je^{j10t}$;
- (b) $x_2(t) = e^{(-1+j)t}$.

Exercício 3.2

Determine se cada um dos sinais a seguir é periódico. Se um sinal for periódico, determine seu período fundamental.

- (a) $x(t) = \cos(2t + \pi/4)$;
- (b) $x(t) = \cos^2 t$;

- (c) $x(t) = (\cos 2\pi t)u(t)$;
- (d) $x(t) = e^{j\pi t}$;
- (e) $x[n] = e^{j[(1/4)n-\pi]}$;
- (f) $x[n] = \cos(\pi n^2/8)$;
- (g) $x[n] = \cos(n/2) \cos(\pi n/4)$;
- (h) $x[n] = \cos(\pi n/4) + \sin(\pi n/8) - 2 \cos(\pi n/2)$.

Exercício 3.3

Determine se cada uma das afirmações a seguir é verdadeira ou falsa. Se a afirmação for falsa, demonstre por meio de uma prova ou de um exemplo.

- (a) Todo sinal de tempo contínuo é um sinal analógico.
- (b) Todo sinal de tempo discreto é um sinal digital.
- (c) Se um sinal não é um sinal de energia, então ele deve ser um sinal de potência, e vice-versa.
- (d) Um sinal de energia deve ter duração finita.
- (e) Um sinal de potência não pode ser causal.
- (f) Um sinal periódico não pode ser anticausal.

4 Modelos e Componentes de Sinais

Exercício 4.1

Determine e esboce as componentes pares e ímpares de:

- (a) $u(t)$;
- (b) $tu(t)$;
- (c) $\sin(\omega_0 t)u(t)$;
- (d) $\cos(\omega_0 t)u(t)$.

Exercício 4.2

Determine as componentes par e ímpar dos seguintes sinais:

- (a) $x(t) = u(t)$;
- (b) $x(t) = \sin(\omega_0 t + \pi/4)$;
- (c) $x[n] = e^{j(\Omega_0 n + \pi/2)}$;
- (d) $x[n] = \delta[n]$.

Exercício 4.3

Esboce os seguintes sinais:

- (a) $x_1(t) = u(t - 5) - u(t - 7)$;
- (b) $x_2(t) = t^2[u(t - 1) - u(t - 2)]$;
- (c) $x_3(t) = (t - 4)[u(t - 2) - u(t - 4)]$.

Exercício 4.4

Simplifique as seguintes expressões:

- (a) $\left(\frac{\sin t}{t^2 + 2}\right) \delta(t)$;
- (b) $\left(\frac{j\omega + 2}{\omega^2 + 9}\right) \delta(\omega)$;
- (c) $[e^{-t} \cos(3t - 60^\circ)] \delta(t)$;
- (d) $\left(\frac{\sin[\frac{\pi}{2}(t - 2)]}{t^2 + 4}\right) \delta(1 - t)$;
- (e) $\left(\frac{1}{j\omega + 2}\right) \delta(\omega + 3)$;
- (f) $\left(\frac{\sin k\omega}{\omega}\right) \delta(\omega)$.

Dica: use a propriedade de amostragem do impulso. No item (f), use a regra de L'Hôpital.

5 Introdução aos Sistemas e Suas Classificações

Exercício 5.1

Um trenó é empurrado em uma superfície sem atrito. Trataremos a força $f(t)$ que empurra o trenó como sendo a entrada de um sistema, e a velocidade $v(t)$ do trenó como sendo a saída do sistema. O sistema é linear e a relação entre entrada e saída pode ser descrita pela seguinte equação:

$$v(t) = \frac{1}{m} \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau = v(0) + \frac{1}{m} \int_0^t f(\tau) d\tau.$$

A massa m do trenó é de 100 kg. Encontre expressões para:

- (a) a resposta à entrada nula, considerando que a velocidade no instante inicial $t = 0$ é de 1 m/s;
- (b) a resposta em estado nulo, considerando que $f(t) = 500e^{-t}u(t)$ N;
- (c) a resposta total, considerando a mesma velocidade inicial e a mesma força aplicada.

Exercício 5.2

Determine se cada um dos sistemas a seguir é:

- I. linear ou não linear;
 - II. invariante no tempo ou variante no tempo;
 - III. instantâneo (sem memória) ou dinâmico (com memória);
 - IV. causal ou não causal.
- (a) $y(t) = x(t - 2) + x(2 - t)$;
 - (b) $y(t) = \cos(3x(t))$;
 - (c) $y(t) = \cos(3t)x(t)$;
 - (d) $y(t) = x(t/3)$.

Exercício 5.3

Determine se cada um dos sistemas a seguir é BIBO estável ou BIBO instável:

- (a) $y(t) = x(t - 2) + x(2 - t)$;
- (b) $y(t) = t^{-5}x(t - 5)$;
- (c) $y(t) = \cos(3t)x(t)$;
- (d) $y(t) = \frac{d}{dt}x(t/3)$;
- (e) $y(t) = \int_0^t x(\tau/3) d\tau$.

Exercício 5.4

Determine se cada um dos sistemas a seguir é invertível ou não invertível. Se for invertível, determine o sistema inverso correspondente.

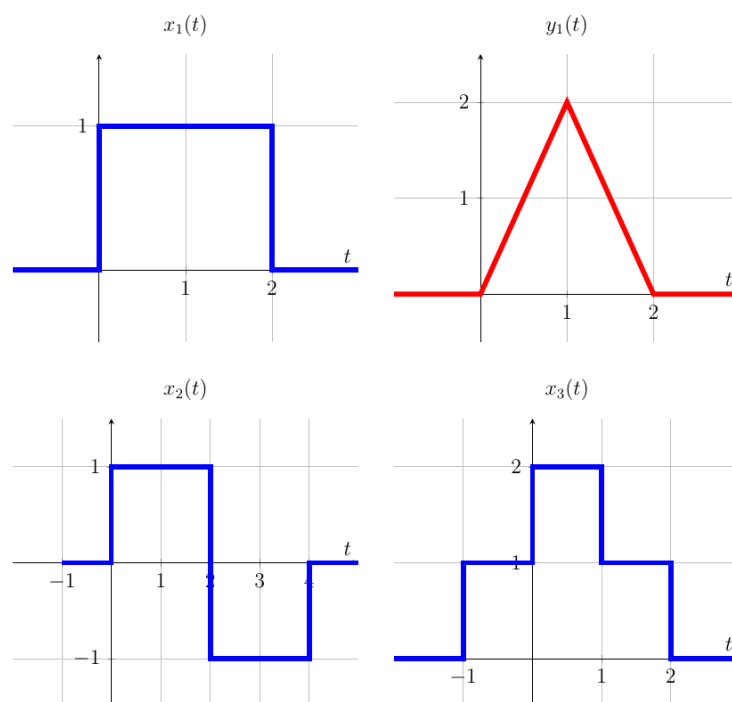
- (a) $y(t) = x(t - 4)$;
- (b) $y(t) = \cos(x(t))$;
- (c) $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$;
- (d) $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$.

Exercício 5.5

Neste último exercício, exemplificamos uma das consequências mais importantes das propriedades de linearidade e invariância no tempo dos sistemas. Especificamente, depois de conhecermos a resposta de um sistema linear invariante no tempo (SLIT) a uma entrada ou a um conjunto de entradas, podemos calcular diretamente as respostas para várias outras possíveis entradas. Muito do restante da disciplina trata da exploração deste fato para desenvolver resultados e técnicas para a análise e síntese de SLITs.

- Considere um SLIT cuja resposta ao sinal $x_1(t)$ da figura abaixo seja o sinal $y_1(t)$, também na figura abaixo. Escreva uma expressão que relaciona o sinal $x_2(t)$ da figura abaixo ao sinal $x_1(t)$. Em seguida, usando as propriedades de linearidade e invariância no tempo, esboce a resposta do sistema ao sinal $x_2(t)$.
- Repita esse procedimento para esboçar a resposta do sistema ao sinal $x_3(t)$, também mostrado abaixo.

Dica: $x_2(t)$ e $x_3(t)$ podem ser escritos como $k_1x_1(t - t_1) + k_2x_1(t - t_2)$, em que k_1 , k_2 , t_1 e t_2 são escalares.



Exercício 5.6

Para os sistemas descritos pelas equações a seguir, com entrada $x(t)$ e saída $y(t)$, explique, apresentando as razões, quais são sistemas com parâmetros invariantes no tempo e quais são sistemas com parâmetros variantes no tempo.

- $y(t) = x(t - 2)$;
- $y(t) = x(-t)$;
- $y(t) = x(at)$;

(d) $y(t) = tx(t - 2);$

(e) $y(t) = \int_{-5}^5 x(\tau) d\tau;$

(f) $y(t) = \left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2.$

Exercício 5.7

Um sistema tem a relação de entrada-saída dada por

$$y[n] = T\{x[n]\} = nx[n].$$

Determine se o sistema é: (a) sem memória; (b) causal; (c) linear; (d) invariante no tempo; ou (e) estável.

6 Extra

Exercício 6.1

Pelo projeto original, um sistema produz um pulso de 10 volts com duração de 3 segundos. Deseja-se atualizar a saída em pulso retangular com um pulso de "partida suave", que cresce até 10 volts em incrementos de 1 volt espaçados de 20 milissegundos. Determine a duração T do sinal para que o pulso de "partida suave" tenha a mesma energia do pulso retangular original.

Exercício 6.2

Duas entradas, a temperatura $T(t)$ e a velocidade do vento $V(t)$, produzem uma saída, a sensação térmica $W(t)$, de acordo com

$$W(t) = 35,74 + 0,6215T(t) - 35,75\{V(t)\}^{0,16} + 0,4275T(t)\{V(t)\}^{0,16}.$$

A variável independente é o tempo t . Responda às perguntas a seguir com sim ou não e apresente uma justificativa matemática para cada resposta.

- (a) Esse sistema é BIBO-estável?
- (b) O sistema é sem memória?
- (c) O sistema é causal?
- (d) Para simplificar, considere constante a velocidade do vento, $V(t) = k_V$. Assim, $W(t) = k_1 + k_2T(t)$ para certas constantes k_1 e k_2 . Esse sistema simplificado é linear?
- (e) Para simplificar, considere constante a temperatura, $T(t) = k_T$. Assim, $W(t) = k_3 + k_4\{V(t)\}^{0,16}$ para certas constantes k_3 e k_4 . Esse sistema simplificado é linear?