

Transformada de Fourier.

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt, \quad x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega \quad (\text{Parseval})$$

No.	$x(t)$	$X(\omega)$	
1	$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{a + j\omega}$	$a > 0$
2	$e^{at}u(-t)$	$\frac{1}{a - j\omega}$	$a > 0$
3	$e^{-a t }$	$\frac{2a}{a^2 + \omega^2}$	$a > 0$
4	$te^{-at}u(t)$	$\frac{1}{(a + j\omega)^2}$	$a > 0$
5	$t^n e^{-at}u(t)$	$\frac{n!}{(a + j\omega)^{n+1}}$	$a > 0$
6	$\delta(t)$	1	
7	1	$2\pi\delta(\omega)$	
8	$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$	
9	$\cos \omega_0 t$	$\pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$	
10	$\sin \omega_0 t$	$j\pi[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)]$	
11	$u(t)$	$\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$	
12	$\text{sgn}(t)$	$\frac{2}{j\omega}$	
13	$\text{ret}\left(\frac{t}{\tau}\right)$	$\tau \text{sinc}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$	
14	$\frac{W}{\pi} \text{sinc}(Wt)$	$\text{ret}\left(\frac{\omega}{2W}\right)$	
15	$\Delta\left(\frac{t}{\tau}\right)$	$\frac{\tau}{2} \text{sinc}^2\left(\frac{\omega\tau}{4}\right)$	
16	$\frac{W}{2\pi} \text{sinc}^2\left(\frac{Wt}{2}\right)$	$\Delta\left(\frac{\omega}{2W}\right)$	
17	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0)$	$\omega_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_0)$	$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

Propriedade	Par de Transformadas
Linearidade	$a_1x_1(t) + a_2x_2(t) \Leftrightarrow a_1X_1(\omega) + a_2X_2(\omega)$
Dualidade	$X(t) \Leftrightarrow 2\pi x(-\omega)$
Escalamento	$x(at) \Leftrightarrow \frac{1}{ a }X(\omega/a)$
Deslocamento tempo	$x(t - t_0) \Leftrightarrow X(\omega)e^{-j\omega t_0}$
Deslocamento freq.	$x(t)e^{j\omega_0 t} \Leftrightarrow X(\omega - \omega_0)$
Diferenciação tempo	$\frac{d^n x}{dt^n} \Leftrightarrow (j\omega)^n X(\omega)$
Integração tempo	$\int_{-\infty}^t x(\tau)d\tau \Leftrightarrow \frac{X(\omega)}{j\omega} + \pi X(0)\delta(\omega)$
Convolução tempo	$x_1(t) * x_2(t) \Leftrightarrow X_1(\omega)X_2(\omega)$
Convolução frequência	$x_1(t)x_2(t) \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi}X_1(\omega) * X_2(\omega)$

Série de Fourier. Série de Fourier de um sinal periódico com período T_0 ($\omega_0 = 2\pi/T_0$).

Forma da série	Cálculo dos coeficientes	Fórmulas de conversão
Trigonométrica $f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t$	$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} f(t) dt$ $a_n = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} f(t) \cos n\omega_0 t dt$ $b_n = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} f(t) \sin n\omega_0 t dt$	$a_0 = C_0 = D_0$ $a_n - jb_n = C_n e^{j\theta_n} = 2D_n$ $a_n + jb_n = C_n e^{-j\theta_n} = 2D_{-n}$
Trigonométrica compacta $f(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t + \theta_n)$	$C_0 = a_0$ $C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ $\theta_n = \tan^{-1} \left(\frac{-b_n}{a_n} \right)$	$C_0 = D_0$ $C_n = 2 D_n \quad n \geq 1$ $\theta_n = \angle D_n$
Exponencial $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{jn\omega_0 t}$	$D_n = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$	$P = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n ^2$ $P = C_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2$
Operação	$x(t)$	D_n
Multiplicação escalar	$kx(t)$	kD_n
Adição	$x_1(t) + x_2(t)$ $x_1(t), x_2(t)$ requerem o mesmo ω_0	$D_{1,n} + D_{2,n}$
Conjugação	$x^*(t)$	D_{-n}^*
Reversão	$x(-t)$	D_{-n}
Deslocamento temporal	$x(t - t_0)$	$D_n e^{-jn\omega_0 t_0}$
Deslocamento em frequência	$x(t) e^{jn_0 \omega_0 t}$	D_{n-n_0}
Convolução em frequência	$x_1(t)x_2(t)$ $x_1(t), x_2(t)$ requerem o mesmo ω_0	$D_{1,n} * D_{2,n}$
Diferenciação temporal	$\frac{d^k x(t)}{dt^k}$	$(jn\omega_0)^k D_n$

$$\begin{aligned} \sin(\theta) &= \cos(\theta - \pi/2), \quad \cos(\theta) = \cos(-\theta), \quad -\cos(\theta) = \cos(\theta - \pi) = \cos(\theta + \pi) \\ j &= e^{j\pi/2}, \quad -j = e^{-j\pi/2}, \quad -1 = e^{-j\pi}, \quad z = a + jb = re^{j\theta} \Rightarrow z^* = a - jb = re^{-j\theta}, \\ e^{j\omega t} &= \cos \omega t + j \sin \omega t, \quad \cos \omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}, \quad \sin \omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} \end{aligned}$$

Integral por partes para cálculo de $\int_{T_0} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt$:

$$\int_a^b u(x) v'(x) dx = [u(x) v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x) v(x) dx$$

Resposta de sistemas LCIT com função de transferência estáveis $H(s)$:

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n H(jn\omega_0) e^{jn\omega_0 t}, \quad y(t) = C_0 H(0) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n |H(jn\omega_0)| \cos(n\omega_0 t + \theta_n + \angle H(jn\omega_0))$$