

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**MODELAGEM CINEMÁTICA DE UM ROBÔ QUADRÚPEDE
E GERAÇÃO DE SEUS MOVIMENTOS USANDO
FILTRAGEM ESTOCÁSTICA**

Rafael Fontes Souto

Brasília, julho de 2007

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**MODELAGEM CINEMÁTICA DE UM ROBÔ QUADRÚPEDE
E GERAÇÃO DE SEUS MOVIMENTOS USANDO
FILTRAGEM ESTOCÁSTICA**

Rafael Fontes Souto

*Relatório submetido ao Departamento de Engenharia
Elétrica como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Eletricista*

Banca Examinadora

Prof. Geovany Araújo Borges, ENE/UnB
Orientador

Prof. João Yoshiyuki Ishihara, ENE/UnB
Examinador interno

Prof. Alexandre Ricardo Soares Romariz, ENE/UnB
Examinador interno

Dedicatória

Aos meus pais, Maria de Fátima e Gilson.

Aos meus irmãos, Rodrigo e Bruno.

À minha noiva e futura esposa, Ana Carolina.

Rafael Fontes Souto

Agradecimentos

A Deus por me conceder o dom da vida, a vocação e sabedoria necessária para a área das ciências exatas, por inspirar meus pensamentos e ações a todo o momento e, principalmente, por guiar os meus passos ao longo de todos estes anos e ouvir as minhas orações.

Aos meus pais, Gilson Leal Souto e Maria de Fátima Fontes Souto, irmãos, Rodrigo Fontes Souto e Bruno Fontes Souto, e minha noiva, Ana Carolina Moraes Almeida, pela paciência e compreensão demonstradas em virtude de minha ausência no convívio diário devido às minhas obrigações acadêmicas.

A todos os meus familiares e amigos por sempre acreditarem no meu sucesso e apoiarem minhas atitudes, dando-me força e coragem para continuar seguindo com meus planos de vida e batalhando por meus ideais.

Aos meus colegas de faculdade, notadamente, Renata Valverde Mello, Rafael Ribeiro Vidigal de Oliveira, Rafael Schena, José Edil Guimarães de Medeiros, Ednei Ramthum do Amaral, Pedro Henrique Braz Valloci, Flávia Marques da Silva, Gabriel Almeida Prieto, Paula Vieira Coutinho Sabino, André Ricardo de Pinho Ronzani, Fábio Jorge Baptista, Márcio Piragibe de Bakker Faria Zanatta e Bruno Lyra Gollo, por me darem a motivação e o suporte necessários para a conclusão do curso de Engenharia e por estarem presentes em todos os momentos de minha vida universitária, tanto nos alegres quanto nos de extrema dificuldade.

Aos ex-alunos da UnB, Gustavo e Laurindo, que iniciaram a construção do robô quadrúpede utilizado neste trabalho e aos meus colegas do Laboratório de Robótica e Automação (LARA), principalmente, Gauss Fernandis Batista, Igor Ferreira Cardoso e Alexandre Simões Martins, os quais me ajudaram diretamente nas atividades experimentais com tal robô.

Ao meu orientador, Geovany Araújo Borges, por todo o conhecimento a mim transmitido, pela dedicação apresentada na condução do projeto e pela relação de amizade construída ao longo da realização deste trabalho.

À professora Artemis Marti Ceschin e aos professores José Camargo e Alexandre Romariz pelo incentivo quanto ao início de minha vida acadêmica no tocante ao Projeto de Iniciação Científica desenvolvido no Laboratório de Tratamento de Superfícies e Dispositivos (LTSD).

A todos os professores que cruzaram o curso da minha história, sejam eles do Jardim de Infância, do Colégio Marista ou da UnB, pois cada um deles foi de fundamental importância para a minha formação pessoal e profissional, servindo-me de exemplo e ensinando-me o caminho do aprendizado.

A todos os funcionários da UnB que, de uma forma ou de outra, contribuíram para a conclusão deste trabalho.

Rafael Fontes Souto

RESUMO

A modelagem cinemática representa um importante aspecto na robótica, principalmente no contexto de robôs com patas. Neste trabalho, um modelo cinemático de um robô quadrúpede com doze graus de liberdade para o movimento é deduzido. O modelo é equivalente a um de manipuladores paralelos, em que cada pata é vista como um manipulador. Com essa abordagem, é possível controlar a posição de cada junta de acordo com um sistema de coordenadas fixo. No entanto, o modelo é estendido no sentido de levar em conta que em um ciclo de marcha algumas patas estarão em contato com o solo e outras não. Para a resolução da cinemática inversa, apresenta-se como contribuição o uso do filtro de Kalman estendido em duas situações distintas de movimentação da pata: sem restrição, para a(s) pata(s) em movimento balístico, e, sob restrição, para a(s) pata(s) em contato com o solo. Este filtro, comumente empregado na estimação de estados, tem sua aplicação neste trabalho como otimizador. Conseqüentemente, a computação das variáveis articulares do robô é feita na forma de medições pelo filtro. Restrições de contato das patas com o solo são explicitamente consideradas na forma de pseudomedições. Tal método é avaliado para locomoção em superfícies planas e inclinadas. Os resultados obtidos com o modelo cinemático foram satisfatórios nas simulações com trajetórias ponto-a-ponto, assim como em experimentação no robô real.

ABSTRACT

Kinematic modelling represents an important issue in robotics, mainly when dealing with legged robots. In this work, a kinematic model of a quadruped robot with twelve degrees of freedom for motion is deduced. The model is equivalent to one of parallel manipulators, where each leg can be seen as a manipulator. With this approach it is possible to control the positioning of each joint according to a fix coordinate system. However, the model is extended to consider that in one gait cycle some legs are in contact with the ground and others are not. In order to solve the inverse kinematic, this work presents as contribution the use of the extended Kalman filter in two different situations of the leg motion: unconstrained case, with the leg(s) in ballistic movement, and, constrained case, with the leg(s) in contact with the ground. This filter, normally used in state estimation, is applied in this work as optimizer. Consequently, the computation of the robot joint variables is done as measurement by the filter. Contact constraints are clearly considered as pseudo-measurement. Such method is evaluated for locomotion in plain and inclined surfaces. The results obtained with the kinematics model were satisfactory when implemented in a point to point trajectory under a simulation, as well as in experimentation in the real legged robot.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.1.1	UM BREVE HISTÓRICO SOBRE ROBÔS QUADRÚPEDES	2
1.1.2	TRABALHOS CORRELATOS	6
1.2	OBJETIVOS DO PROJETO	7
1.3	APRESENTAÇÃO DO DOCUMENTO	7
2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	8
2.1	INTRODUÇÃO	8
2.2	TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS	8
2.2.1	A OPERAÇÃO DE ROTAÇÃO	8
2.2.2	A OPERAÇÃO DE TRANSLAÇÃO	10
2.2.3	AS MATRIZES DE TRANSFORMAÇÃO HOMOGÊNEA	10
2.3	A CONVENÇÃO DE DENAVIT-HARTENBERG	11
2.4	MODELAGEM DE ROBÔS MANIPULADORES	12
2.4.1	O MODELO GEOMÉTRICO	13
2.4.2	O MODELO CINEMÁTICO	14
2.5	O FILTRO DE KALMAN	16
3	DESENVOLVIMENTO	18
3.1	INTRODUÇÃO	18
3.2	O MODELO DA PATA	18
3.3	O MODELO DO ROBÔ	21
3.4	GERAÇÃO DA TRAJETÓRIA	22
3.5	OTIMIZAÇÃO DO MOVIMENTO	23
4	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	27
4.1	INTRODUÇÃO	27
4.2	SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS	27
4.2.1	SIMULAÇÃO DE CAMINHADA DO ROBÔ	28
4.2.2	SIMULAÇÃO DE MARCHA DO ROBÔ	32
4.3	EXECUÇÃO NO ROBÔ REAL	33
5	CONCLUSÕES	36
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	37
	ANEXOS	40
I	DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO DO CD	41

LISTA DE FIGURAS

1.1	Primeiras máquinas quadrúpedes patenteadas.	2
1.2	Máquina quadrúpede construída pela General Eletric em 1968.	3
1.3	Phony Pony, construído em 1968.	3
1.4	Robôs quadrúpedes da série TITAN desenvolvidos a partir da década de 80.	4
1.5	Scout-I e Scout-II, robôs construídos no final do século XX.	4
1.6	Robôs quadrúpedes do início século XXI.	5
1.7	Robôs quadrúpedes da atualidade.	5
2.1	Rotação de θ graus do sistema $X_1 \times Y_1 \times Z_1$ em torno de Z_0	9
2.2	Convenção para numeração de juntas, segmentos, sistemas de coordenadas e parâmetros DH.	12
3.1	Convenções adotadas no robô quadrúpede.	19
3.2	Sistemas de coordenadas no corpo do robô.	22
3.3	Trajetória de uma das pata do robô.	23
4.1	Imagem do robô quadrúpede na tela do simulador.	28
4.2	Representação matricial das quatro etapas de um ciclo de caminhada.	28
4.3	Dados coletados durante um ciclo da caminhada do robô.	29
4.4	Seqüência de movimentos de um ciclo de caminhada.	30
4.5	Dados coletados durante um ciclo da caminhada do robô.	31
4.6	Representação matricial das duas etapas de um ciclo de marcha.	32
4.7	Seqüência de movimentos de um ciclo de marcha.	33
4.8	Dados coletados durante um ciclo da marcha do robô.	34
4.9	Foto do robô quadrúpede.	35

LISTA DE TABELAS

3.1	Parâmetros da convenção de Denavit-Hartenberg.	19
4.1	Ângulos iniciais das juntas do robô para simulação da caminhada.....	29
4.2	Ângulos iniciais das juntas do robô para simulação da marcha.	32
4.3	Dimensões físicas do robô.....	33

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

0	Matriz/Vetor de zeros
1	Matriz/Vetor de uns
R	Matriz de rotação
d	Matriz de translação
H	Matriz de transformação homogênea
I	Matriz Identidade
J	Matriz Jacobiano
G	Matriz de Ganhos (Ganho de Kalman)
P	Matriz de co-variância do erro
h	Matriz de restrições
q	Vetor de variáveis de junta
O	Origem do sistema de coordenadas $X \times Y \times Z$
Z	Conjunto dos números inteiros
w	Fator de escala em coordenadas homogêneas
a	Parâmetro DH de comprimento
d	Parâmetro DH de excentricidade
L	Comprimento do segmento de uma pata do robô
W	Comprimento/largura do corpo do robô

Símbolos Gregos

λ	Vetor de características físicas do manipulador
ξ	Vetor de coordenadas da posição do efetuador
Γ	Matriz indicativa de contato dos pés com o solo
Ω	Matriz dos parâmetros da equação do plano do solo
ζ	Matriz das diferenças das coordenadas z do ombro e do efetuador
Δ	Varição entre duas grandezas similares
ψ	Constante de amortecimento
σ	Desvio padrão do ruído
α	Parâmetro DH de torção
θ	Variável DH de rotação

Subscritos

i	Referente à junta i
n	Referente à pata n
(k)	Instante do tempo discreto
1×3	Vetor linha de três elementos
4×1	Vetor coluna de quatro elementos
3×3	Matriz quadrada de nove elementos

Sobrescritos

\sim	Coordenadas homogêneas
\cdot	Derivada de primeira ordem em relação ao tempo
$*$	Valor desejado
-1	Inversa da matriz
T	Transposta da matriz
\dagger	Pseudo-inversa da matriz

Siglas

DH	Denavit-Hartenberg
DLS	Mínimos Quadrados Amortecidos (<i>Damped Least Squares</i>)
FK	Filtro de Kalman
FKE	Filtro de Kalman Estendido
GRAV	Grupo de Robótica, Automação e Visão computacional
LARA	Laboratório de Robótica e Automação
<i>MatLab</i>	<i>Matrix Laboratory</i>
MCD	Modelo Cinemático Direto
MCI	Modelo Cinemático Inverso
MGD	Modelo Geométrico Direto
MGI	Modelo Geométrico Inverso
RIA	<i>Robot Institute of America</i>
UnB	Universidade de Brasília
ZMP	Ponto de Momento Nulo (<i>Zero Moment Point</i>)

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta a contextualização do projeto. A definição do problema e os objetivos são expostos. Por fim, a estrutura geral deste documento é descrita.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A palavra “robô” que, em tcheco, significa “trabalho forçado”, teve sua origem por volta de 1920 atribuída ao escritor Karel Capeck. Entretanto, somente a partir de 1950, com as publicações de Isaac Asimov, foi que ganhou popularidade. Não há ainda um consenso geral sobre a definição de robô. Devido à sua forte presença no campo industrial, o *Robot Institute of America* (RIA) conceitua oficialmente o termo robô como um “manipulador reprogramável e multifuncional, projetado para manipular materiais, peças, ferramentas ou dispositivos especializados, através de movimentos variáveis programados para o desempenho de uma variedade de tarefas” [1].

Contudo, é importante frisar que, atualmente, os robôs não se restringem apenas à utilização em linhas de montagem industriais. Diversos modelos são construídos visando a área médica, o entretenimento, o serviço doméstico, a exploração de ambientes perigosos e até mesmo o resgate de vítimas em desastres ou catástrofes naturais. Além disso, o campo da robótica é uma área de pesquisa muito ativa, na atualidade, de modo que se pode esperar o surgimento de robôs com níveis de autonomia¹ e inteligência cada vez maiores. Até mesmo os robôs industriais têm sido equipados com microcâmeras, sensores e microprocessadores a fim de se obter alguma autonomia. Com isso, a definição de “robô” pode ser dada de uma maneira mais geral como “uma máquina que sente, pensa e atua” [2], e esta será a definição utilizada neste trabalho.

Em todo o mundo, vários grupos de pesquisa trabalham no projeto e na construção de robôs baseando suas arquiteturas em protótipos biologicamente inspirados. Conseqüentemente, existem hoje robôs com patas (bípedes, quadrúpedes...), com asas e até mesmo com corpo multisegmentado, propiciando um movimento rastejado (locomoção similar à de serpentes e cobras). Estes últimos são normalmente usados para inspeção de encanamentos. Não tão comuns, mas também importantes, são os robôs que se movimentam por saltos, inspirados em cangurus e alguns insetos. Há também robôs com arquiteturas não biologicamente inspiradas. É o caso dos robôs com rodas, com hélices (robôs-helicóptero) e com trilhos (assim como os tanques de guerra), bastante usados na exploração planetária [2]. Nota-se, portanto, que os diversos modelos de robôs que surgiram nas últimas décadas apresentam os mais variados modos de locomoção, permitindo que eles se desloquem nos meios aquático, terrestre e aéreo.

O estudo da locomoção de robôs é denominado robótica móvel e envolve uma gama enorme de conhecimentos em diversas áreas. Dentre elas, pode-se citar a programação, o controle, a matemática, a computação gráfica, a cinemática e a dinâmica. Este trabalho foca o estudo da cinemática de um robô quadrúpede, projetado e construído, visando o entretenimento por meio da interação máquina-homem.

¹Neste trabalho, autonomia refere-se à capacidade de um sistema operar no mundo real sem nenhuma forma de controle externo por um longo período de tempo.

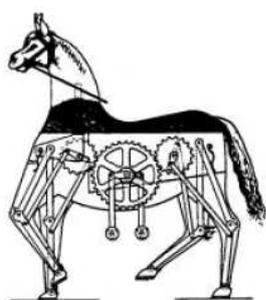
1.1.1 Um breve histórico sobre robôs quadrúpedes

A principal motivação para a criação de robôs com patas provém da necessidade de locomoção em terrenos irregulares e com uma grande quantidade de obstáculos, uma vez que estes apresentam vantagens em relação aos robôs com rodas. Uma das maiores limitações de robôs com locomoção baseada em rodas está na obrigatoriedade em se manter, durante o movimento, todas elas em contato com o solo que em geral deve ser localmente plano. Por outro lado, robôs com patas precisam manter apenas algumas de suas patas em contato com o solo durante seu deslocamento. Além disso, para certos tipos de movimento, como, por exemplo, o galope, o equilíbrio pode ser mantido, mesmo quando, por curtos períodos de tempo, nenhuma pata esteja em contato com o solo.

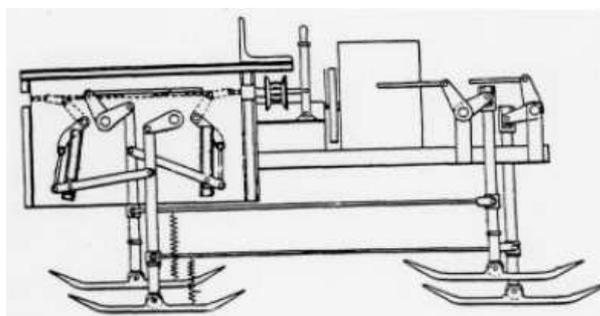
As primeiras idéias visando a construção de um veículo com patas data do final do século XV, quando Leonardo da Vinci projetou e possivelmente construiu o primeiro veículo com patas articuladas da história da civilização ocidental. Ele era feito de madeira, couro, latão e bronze e assemelhava-se a uma armadura ítalo-germânica da época. Em 1850, o matemático russo Chebyshev propôs um modelo para sistemas de locomoção articulados e projetou uma máquina com quatro patas. Observou, então, que a altura em relação ao solo do centro de massa da cabine de sua máquina não mudava enquanto ela se locomovia. Apesar de engenhoso, o veículo de Chebyshev não era capaz de mudar de direção [3].

Em 1893, Lewis A. Rygg patenteou a primeira máquina quadrúpede (Fig. 1.1(a)). Tratava-se de um cavalo mecânico. Contudo, não há evidências de que ela realmente fora construída. Uma outra patente de máquina quadrúpede, cuja construção também não foi comprovada, é atribuída ao barão de Bechtolsheim e data de 1913 [3]. Esta máquina assemelhava-se mais a um trator (Fig. 1.1(b)).

O estudo científico de modelos para os tipos de locomoção de quadrúpedes começou no final do século XIX com uma notável série de fotografias em seqüência tiradas por Eadward Muybridge de dezenas de mamíferos, incluindo os seres humanos, locomovendo-se lentamente ou correndo [4]. A partir de 1950, numerosos experimentos envolvendo máquinas com quatro, seis ou oito patas foram realizados com o intuito de se construir um veículo para operar em terrenos hostis. Ainda no início da década de 50, a empresa General Electric construiu uma grande máquina quadrúpede hidráulica controlada por um operador humano através de um sistema mestre-escravo. Uma nova versão desta máquina foi desenvolvida por Ralph Mosher e construída em 1968 (Fig. 1.2). O veículo possuía doze graus de liberdade, e seu controle era realizado por meio de alavancas e pedais. No entanto, sua operação era restrita a profissionais bem treinados.

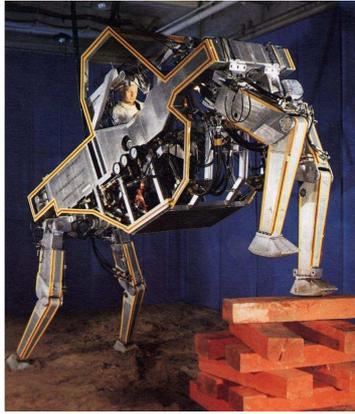


(a) Máquina de Lewis, 1893. (fonte: [3])

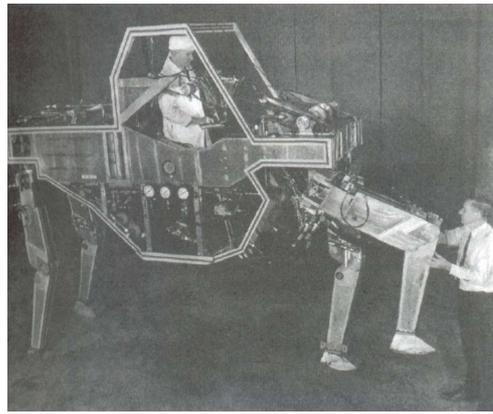


(b) Máquina de Bechtolsheim, 1913. (fonte: [3])

Figura 1.1: Primeiras máquinas quadrúpedes patenteadas.



(a) Diante de obstáculos. (fonte: [3])



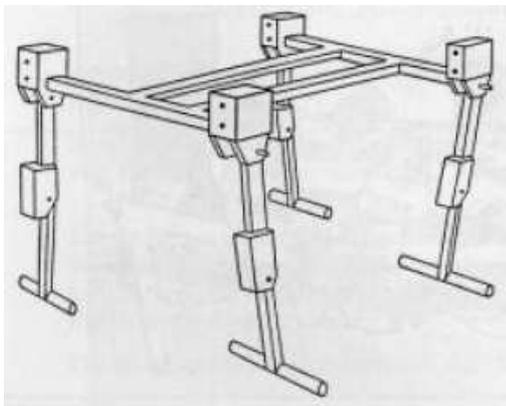
(b) Em superfície plana. (fonte: [2])

Figura 1.2: Máquina quadrúpede construída pela General Eletric em 1968.

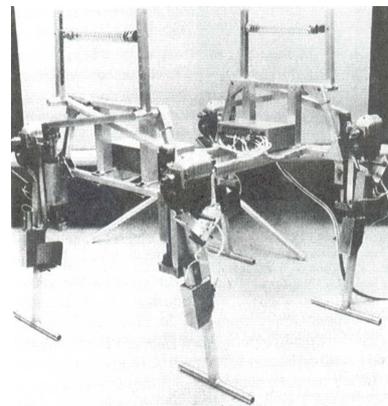
O primeiro robô quadrúpede autônomo, controlado por computador e alimentado eletricamente, surgiu na década de 60 e foi batizado de Phony Pony (Fig. 1.3). Sua estrutura não era biologicamente inspirada e cada pata possuía apenas dois graus de liberdade. Apesar disso, era capaz de imitar alguns padrões de locomoção de animais quadrúpedes em baixas velocidades. Ele foi construído por Andrew Frank em 1968 na Universidade da Carolina do Sul, EUA, como parte de sua dissertação de doutorado, mas contou com a participação de Bob McGhee e Rajko Tomovic na elaboração dos modelos teóricos [2].

A partir de 1980, pesquisadores do Laboratório Hirose-Yoneda do Instituto de Tecnologia de Tóquio começaram a desenvolver uma série de robôs quadrúpedes com o nome de TITAN. Estes robôs possuíam uma arquitetura biologicamente inspirada e já apresentavam diversas vantagens em relação aos construídos até então. O TITAN VI, equipado com sensores, era capaz de correr em terrenos planos por meio do trote e de subir degraus de escadas. O TITAN VII, com patas extensíveis para prover uma maior estabilidade, conseguia caminhar em terrenos inclinados. O último da série foi o TITAN IX, projetado para ajudar na identificação e remoção de minas terrestres [2]. A Figura 1.4 mostra três robôs da série TITAN.

Em 1998, Buehler apresentou o Scout-I, um robô quadrúpede com apenas um grau de liberdade por pata. Mesmo assim, era capaz de correr, de se mover em linha reta ou curva e até de subir escadas. No

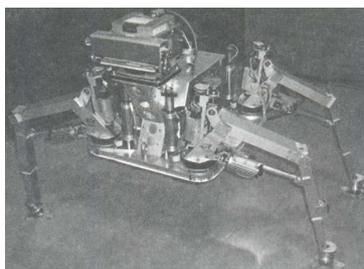


(a) Estrutura básica. (fonte: [3])

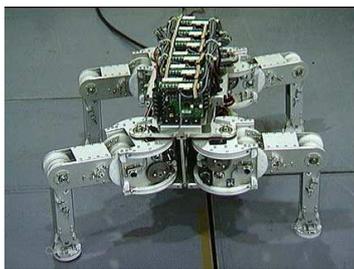


(b) Robô real. (fonte: [2])

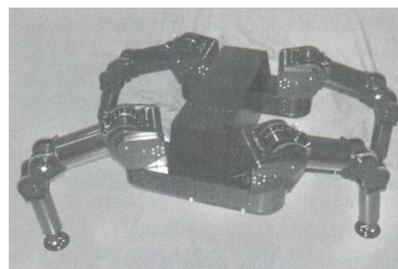
Figura 1.3: Phony Pony, construído em 1968.



(a) TITAN VII. (fonte: [2])



(b) TITAN VIII. (fonte: [2])



(c) TITAN IX. (fonte: [2])

Figura 1.4: Robôs quadrúpedes da série TITAN desenvolvidos a partir da década de 80.

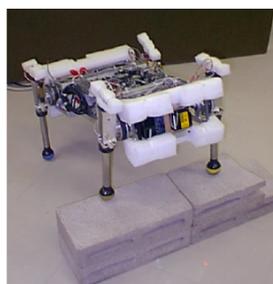
ano seguinte, uma nova versão deste robô, o Scout-II (Fig. 1.5), agora com dois graus de liberdade por pata, fora desenvolvida na Universidade de McGill, no Canadá. O interessante é que este segundo grau de liberdade pode ser prismático ou rotacional. O Scout-II foi um dos primeiros robôs quadrúpedes a conseguir locomover-se de maneira estável por meio do galope, o que lhe permitiu alcançar velocidades superiores a 1 m/s [2].

Em 2003, pesquisadores da Universidade de Tóquio desenvolveram o Tekken-II (Fig. 1.6(a)), uma nova versão do Tekken-I, o qual já apresentava alguma habilidade de adaptação a terrenos irregulares, tanto na caminhada quanto na corrida, e sua implementação incluía um modelo de sistema nervoso com um oscilador neural. Em 2004, surgiu, no Laboratório de Inteligência Artificial da Universidade de Zurique, o Puppy, um robô quadrúpede com a estrutura física baseada na anatomia de um cachorro (Fig. 1.6(b)). A intenção do projeto era explorar princípios da robótica quadrúpede que imitassem a natureza animal. Além de músculos artificiais conectando o corpo às patas e ao pescoço e um grande conjunto de juntas utilizadas no esqueleto, Puppy contava ainda com um sistema de visão composto por quatro servomotores e duas microcâmeras. Todos os motores eram controlados por um computador externo através de uma interface de comunicação com microcontroladores. Nesta época, surgiram também diversos outros modelos de robôs quadrúpedes por todo o mundo, dentre os quais cita-se o Warp-I (Suécia), o Geo-II (EUA), o BIOSBOT (China) e o SILO4 (Espanha) [2].

Em outubro de 2005, a Sony lançou no mercado o robô AIBO ERS-7M3 (Fig. 1.7 (a)), o último modelo de uma série de robôs AIBO (*Artificial Intelligence roBOt*) que vinham sendo fabricados pela empresa desde 1999. Tais robôs possuíam câmeras de vídeo para visualização do ambiente ao seu redor e reconhecimento do rosto de seus donos. Eram capazes também de reconhecer comandos verbais dados a eles, compreendendo cerca de cem palavras ou frases. A grande quantidade de sensores utilizada permitia

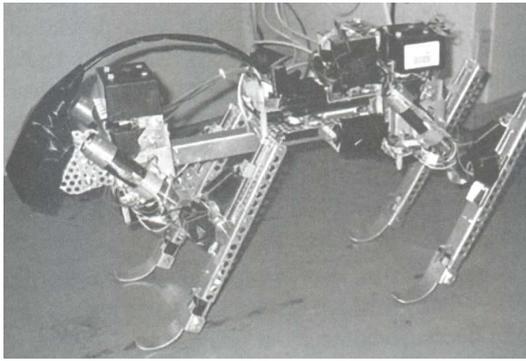


(a) Scout-I, 1998. (fonte: [3])

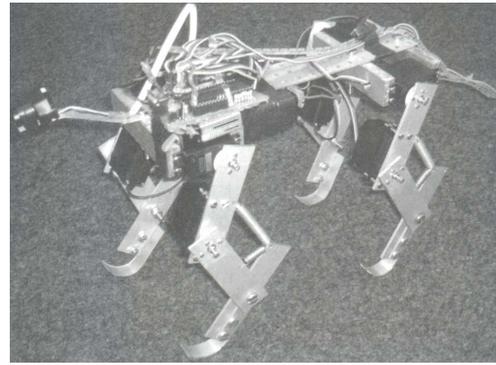


(b) Scout-II, 1999. (fonte: [5])

Figura 1.5: Scout-I e Scout-II, robôs construídos no final do século XX.



(a) Tekken 2, construído em 2003. (fonte: [2])



(b) Puppy, construído em 2004. (fonte: [2])

Figura 1.6: Robôs quadrúpedes do início século XXI.

que o robô empregasse uma grande variedade de comportamentos, desde sentar-se sobre as patas traseiras e acenar com a dianteira até deitar-se e levantar-se de forma autônoma. Além disso, podiam aprender e desenvolver-se por meio de estímulos do ambiente, da interação com seres-humanos ou até mesmo da interação com outros robôs [2]. O AIBO ERS-7M3 é um belo exemplar de atuação da robótica comportamental na concepção de *pet robots*². Pode-se dizer que estes robôs estão entre os mais interessantes e criativos robôs já construídos, e sua introdução ao mercado despertou um interesse enorme na indústria de brinquedos. O JoinMax da MCII Robot³ (Fig. 1.7(b)), por exemplo, é um pequeno robô dotado de servomotores que pode ser programado pelo usuário para executar movimentos complexos, além de permitir a adição de novos sensores e microcontroladores para uma melhor autonomia. Há também o Robopet da WowWee⁴ (Fig. 1.7(c)) que apresenta movimentos extremamente semelhantes aos de um cachorro. Alguns dos seus movimentos poderão ser controlados através de um controle remoto, mas existe a possibilidade de o deixar agir de forma totalmente autônoma. Ele pode ser treinado e conta com diversos estados de espírito diferentes (amigável, mal comportado, curioso, zangado, deprimido e rude), além de emitir sons digitais para ladrar, rosnar e choramingar. Outros robôs-cachorro desenvolvidos foram: Poo-Chi, i-Cybie, Tekno e o RoboK9.

²*Pet robots* são robôs que possuem o comportamento e os meios de expressão e comunicação similares aos de animais de estimação.

³<http://www.mciirobot.com>

⁴<http://www.wowwee.com>



(a) AIBO ERS-7M3, da Sony.



(b) JoinMax, da MCII Robot.



(c) Robopet, da WowWee.

Figura 1.7: Robôs quadrúpedes da atualidade.

1.1.2 Trabalhos correlatos

Nos últimos anos, uma grande quantidade de robôs quadrúpedes foi projetada e construída para o estudo dos mais diversos aspectos da robótica.

Nas fases iniciais do projeto, modelagem e simulação são os focos principais dos pesquisadores. Um bom projeto pode diminuir o consumo de energia do robô e favorecer o tipo de locomoção a ser utilizado pela máquina [6, 7]. Já a elaboração do modelo cinemático do robô e sua simulação em computadores representam pontos importantes na etapa de validação do projeto idealizado [8, 9, 10]. Diversos métodos matemáticos têm sido aplicados a este modelo, visando uma solução para a cinemática inversa através do uso de algoritmos rápidos e eficientes. Quanto menor o esforço computacional exigido pelo algoritmo e maior a sua velocidade, mais viável torna-se sua aplicação em sistemas em tempo real. Alguns autores utilizam a técnica do *Damped Least Squares* que representa uma evolução ao tradicional método da matrix jacobiana [11]. Outros, um algoritmo adaptativo não-linear de quadrados mínimos que garante uma boa convergência [12]. Combinações de técnicas de programação não-linear foram aplicadas de forma a resolver o problema numericamente [13]. Abordagens com redes neurais também já foram realizadas [14]. Portanto, a solução do modelo cinemático inverso tem sido alvo de vários estudos científicos.

Em geral, os grupos de pesquisa optam pela construção de protótipos biologicamente inspirados, devido à facilidade em se reproduzir boas aproximações dos tipos naturais de locomoção: caminhada, trote, meio-galope, galope, marcha... Essa reprodução é realizada por meio de CPG's (*Central Pattern Generator*) que são os geradores do padrão adotado pelo sistema para se executar determinado tipo de locomoção [15, 16]. Uma das vantagens em se fazer o controle de uma locomoção biologicamente inspirada é a capacidade de adaptação autônoma do robô durante deslocamentos em terrenos irregulares [17, 18, 19, 20].

É importante frisar que outras maneiras de se criar um robô capaz de adaptar seu modo de andar na presença de certos obstáculos também são descritas na literatura. Um método conhecido por Modo Primário/Secundário tem-se mostrado bastante eficiente [21]. O modo primário corresponde a uma seqüência fixa de movimentos para as patas, sendo consideradas algumas restrições. Quando o robô não consegue deslocar-se utilizando a seqüência gerada pelo modo primário, o secundário é ativado, a fim de ajustar a posição da pata e permitir a continuidade do movimento. Em alguns robôs, tal como o KOLT (*Kinetically Ordered Locomotive Tetrapod*), há a possibilidade de se alternar entre diferentes modos de locomoção por meio de modelos híbridos [22].

Um outro aspecto da robótica intimamente relacionado com essa questão de modelamento cinemático e geração de seqüências de movimentos para as patas de um robô é o planejamento da trajetória de seu corpo. Nesse caso, faz-se necessária a definição de um sistema de coordenadas global, e todas as restrições e influências dos obstáculos são expressas por um único conjunto de equações, independente do modo de locomoção adotado para o deslocamento do robô [23]. Com a utilização de sensores, é possível aprimorar o movimento do robô por meio de um algoritmo de controle para correção da trajetória [24].

Costuma-se também abordar aspectos relacionados à manutenção da estabilidade durante a locomoção [25, 5]. Em alguns trabalhos, até mesmo o controle da altura do corpo do robô é realizado. Entretanto, tal controle exige que diferentes sensores sejam utilizados. Isso inclui sensores de contato nos pés, inclinômetros e sensores de posição das juntas [26].

Fica evidente, então, o vasto campo de pesquisa na atualidade no que diz respeito aos robôs com patas. Tanto nos estudos teóricos para aperfeiçoamento dos modelos quanto nos testes em robôs reais para a implementação destes, a competência e a dedicação dos pesquisadores têm-se mostrado de extrema importância no desenvolvimento da robótica. Nesse sentido, o Grupo de Robótica, Automação e Visão Computacional (GRAV-ENE/UnB) iniciou em julho 2005 os primeiros estudos para desenvolvimento de técnicas de controle de marcha para plataformas quadrúpedes. Este trabalho é fruto das mais recentes pesquisas do GRAV.

1.2 OBJETIVOS DO PROJETO

O processo de locomoção de animais quadrúpedes é bastante complexo e requer a coordenação de vários músculos para a manutenção de uma postura estável enquanto o animal se desloca. Em se tratando de robôs com patas, a situação não é diferente. Para uma locomoção estável da plataforma robótica, faz-se mister a geração sistemática e periódica de seqüências de movimentos para as patas do robô, expressas como posições desejáveis para os pés a cada instante de tempo.

Este projeto visa a obtenção do modelo cinemático de um robô quadrúpede com doze graus de liberdade para o movimento, construído em 2006 no Laboratório de Robótica e Automação (LARA) da UnB, bem como sua resolução de maneira iterativa e em tempo real, permitindo ao robô realizar um movimento especificado na forma de velocidade de deslocamento do seu sistema de coordenadas central. Tal resolução deverá levar em consideração restrições associadas às patas que estão em contato com o solo. Deseja-se então aplicar restrições para a manutenção desse contato e para o controle da altura do corpo do robô.

Assim, o objetivo principal é propor um modelo completo e compacto, baseado em filtragem estocástica, em que o contato ou não com o solo está explicitamente embutido, evitando-se o cálculo da matriz inversa do Jacobiano, o qual pode apresentar problemas numéricos devido às singularidades do sistema para determinadas posições dos pés do robô.

1.3 APRESENTAÇÃO DO DOCUMENTO

Este documento está organizado da seguinte forma: no capítulo 2, procede-se a uma revisão acerca dos principais conceitos teóricos sobre a modelagem cinemática de robôs, abrangendo as equações matriciais envolvidas e alguns métodos para a obtenção de suas soluções. Em seguida, o capítulo 3 descreve a metodologia empregada no desenvolvimento do modelo proposto, incluindo as convenções adotadas e as etapas para a dedução das equações. Simulações computacionais e testes no robô real são discutidos no capítulo 4, seguido das conclusões no capítulo 5. Os anexos contêm material complementar.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Este capítulo apresenta os principais conceitos teóricos utilizados no desenvolvimento deste projeto.

2.1 INTRODUÇÃO

Raciocinando-se no espaço tridimensional, fica difícil trabalhar sem especificar um sistema de coordenadas em cada segmento¹ (*link*) do manipulador robótico. Existem diversas maneiras distintas de se alocar estes sistemas. No entanto, a determinação deles por meio da convenção de Denavit-Hartenberg, proposta em 1955, tem-se tornado comum entre os engenheiros do mundo inteiro, favorecendo o surgimento de uma linguagem universal. Após essa alocação, a forma física do robô deixa de ser relevante, uma vez que cada eixo encontra-se completamente definido pelo sistema de coordenadas. Com isso, as relações entre os sistemas ganha importância, sendo representadas por matrizes de transformação homogênea, as quais combinam as operações de rotação e translação em uma única matriz. Estabelecidas estas relações, o próximo passo consiste na elaboração dos modelos matemáticos que descrevem a correspondência entre as posições, velocidades e acelerações dos sistemas de coordenadas do manipulador robótico e as variáveis associadas às suas juntas. No modelo completo do robô, utilizou-se o Filtro de Kalman sob uma perspectiva pouco encontrada na literatura: como otimizador.

2.2 TRANSFORMAÇÕES HOMOGÊNEAS

2.2.1 A operação de rotação

Em um espaço tridimensional, a orientação de um sistema de coordenadas $X_1 \times Y_1 \times Z_1$ em relação à um sistema de coordenadas $X_0 \times Y_0 \times Z_0$ pode ser representada por uma matriz de rotação na forma

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{bmatrix} x_1 \cdot x_0 & y_1 \cdot x_0 & z_1 \cdot x_0 \\ x_1 \cdot y_0 & y_1 \cdot y_0 & z_1 \cdot y_0 \\ x_1 \cdot z_0 & y_1 \cdot z_0 & z_1 \cdot z_0 \end{bmatrix},$$

em que x_0, y_0 e z_0 correspondem aos vetores unitários geradores do sistema $X_0 \times Y_0 \times Z_0$ e x_1, y_1 e z_1 correspondem aos vetores unitários geradores do sistema $X_1 \times Y_1 \times Z_1$. E ainda, $x_1 \cdot x_0$ designa o produto escalar entre os vetores x_1 e x_0 .

Recordando que o produto escalar de dois vetores unitários fornece o cosseno do ângulo entre eles, tem-se que as colunas de \mathbf{R}_1^0 especificam os cossenos diretores dos eixos coordenados de $X_1 \times Y_1 \times Z_1$ em relação aos eixos coordenados de $X_0 \times Y_0 \times Z_0$. Então, a primeira coluna indica a direção de x_1 em relação ao sistema $X_0 \times Y_0 \times Z_0$, a segunda a direção de y_1 em relação ao sistema $X_0 \times Y_0 \times Z_0$ e a terceira a direção de z_1 em relação ao sistema $X_0 \times Y_0 \times Z_0$. A Figura 2.1 exemplifica a rotação entre dois sistemas de coordenadas.

¹Por segmento, entende-se a parte do robô que se move acoplado a uma junta, formando o que chamamos de par cinemático.

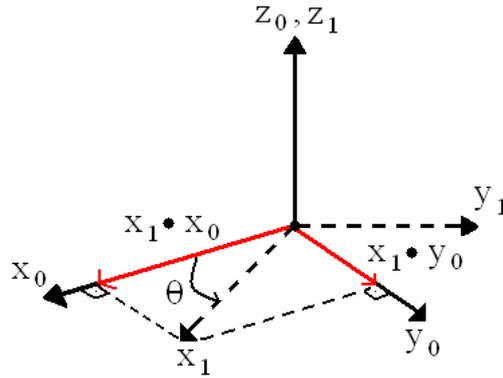


Figura 2.1: Rotação de θ graus do sistema $X_1 \times Y_1 \times Z_1$ em torno de Z_0 .

Outra notação bastante utilizada para as matrizes de rotação é:

$$\mathbf{R}_1^0 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{10}^{xx}) & \cos(\theta_{10}^{yx}) & \cos(\theta_{10}^{zx}) \\ \cos(\theta_{10}^{xy}) & \cos(\theta_{10}^{yy}) & \cos(\theta_{10}^{zy}) \\ \cos(\theta_{10}^{xz}) & \cos(\theta_{10}^{yz}) & \cos(\theta_{10}^{zz}) \end{bmatrix},$$

em que θ_{10}^{xy} , por exemplo, corresponde ao ângulo entre o vetor unitário do eixo X_1 e o vetor unitário do eixo Y_0 . Esta notação enfatiza a representação dos cosseno diretores e, por isso, é preferido por alguns autores.

As matrizes de rotação possuem as seguintes propriedades:

- $\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1}$
- As colunas/linhas de \mathbf{R} são mutuamente ortogonais
- Cada coluna/linha de \mathbf{R} é um vetor unitário
- $\det(\mathbf{R}) = 1$

As três matrizes de rotação básicas, representando rotações em torno dos eixos Z, Y e X, são dadas respectivamente por:

$$\mathbf{R}_{Z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_{Y,\theta} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \text{sen}(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_{X,\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) \\ 0 & \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Também é possível fazer composição de rotações. Assim, supondo três sistemas de coordenadas diferentes, em que o segundo ($X_2 \times Y_2 \times Z_2$) origina-se de uma rotação em relação ao primeiro ($X_1 \times Y_1 \times Z_1$), vem:

- $\mathbf{R}_3^1 = \mathbf{R}_2^1 \mathbf{R}_3^2$, caso a segunda rotação, \mathbf{R}_3^2 , seja relativa ao sistema $X_2 \times Y_2 \times Z_2$.
- $\mathbf{R}_3^1 = \mathbf{R}_3^1 \mathbf{R}_2^1$, caso a segunda rotação, \mathbf{R}_3^1 , seja relativa ao sistema $X_1 \times Y_1 \times Z_1$.

Além de representar a orientação de um sistema de coordenadas em relação a outro, as matrizes de rotação também podem representar uma transformação de coordenadas, relacionando as coordenadas de um certo ponto em dois sistemas distintos, ou até mesmo a rotação de um vetor em um mesmo sistema de coordenadas.

2.2.2 A operação de translação

Ainda considerando um espaço tridimensional, o vetor $\mathbf{p}^0 = [u \ v \ w]^T$ representa as coordenadas do ponto \mathbf{p} em relação ao sistema de coordenadas $X_0 \times Y_0 \times Z_0$ e o vetor $\mathbf{p}^1 = [r \ s \ t]^T$ representa as coordenadas do mesmo ponto \mathbf{p} em relação ao sistema de coordenadas $X_1 \times Y_1 \times Z_1$. Dessa forma, estando ambos os sistemas com a mesma orientação, isto é, $\mathbf{R}_1^0 = \mathbf{I}$, e sendo \mathbf{d}_1^0 o vetor da origem O_0 até a origem O_1 , pode-se relacionar as coordenadas de \mathbf{p} nos dois sistemas pela expressão

$$\mathbf{p}^0 = \mathbf{p}^1 + \mathbf{d}_1^0,$$

em que \mathbf{d}_1^0 corresponde ao vetor de translação.

2.2.3 As matrizes de transformação homogênea

Em coordenadas homogêneas, a representação de um ponto qualquer $\mathbf{p} = [p_x \ p_y \ p_z]^T$, no espaço tridimensional, faz-se da seguinte maneira:

$$\tilde{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \tilde{p}_x \\ \tilde{p}_y \\ \tilde{p}_z \\ w \end{bmatrix}, \text{ em que } p_x = \frac{\tilde{p}_x}{w}, \ p_y = \frac{\tilde{p}_y}{w} \text{ e } p_z = \frac{\tilde{p}_z}{w}$$

Portanto, w é apenas o fator de escala e será considerado, neste trabalho, como sendo sempre unitário.

Quanto aos eixos dos sistemas de coordenadas, temos:

$$\text{Eixo } X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Eixo } Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Eixo } Z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Usando então esta notação, as operações de rotação e translação podem ser unidas em uma única matriz da forma:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{d} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix},$$

em que $\mathbf{0}_{1 \times 3}$ representa o vetor linha $[0 \ 0 \ 0]$. A matriz \mathbf{H} é conhecida como transformação homogênea, e sua inversa pode ser facilmente calculada por:

$$\mathbf{H}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T & -\mathbf{R}^T \mathbf{d} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix},$$

Nota-se, portanto, serem equivalentes as duas representações a seguir:

- $\tilde{\mathbf{p}}^0 = \mathbf{H}_1^0 \tilde{\mathbf{p}}^1$, em coordenadas homogêneas.
- $\mathbf{p}^0 = \mathbf{R}_1^0 \mathbf{p}^1 + \mathbf{d}_1^0$, em coordenadas não-homogêneas.

A notação \mathbf{H}_1^0 indica uma transformação homogênea do sistema $X_1 \times Y_1 \times Z_1$ para o $X_0 \times Y_0 \times Z_0$. A notação simplificada \mathbf{H}_i ($i \in \mathcal{Z}$) indica uma transformação homogênea do sistema $X_i \times Y_i \times Z_i$ para o $X_{i-1} \times Y_{i-1} \times Z_{i-1}$.

Também é possível fazer composição de transformações homogêneas. Assim, supondo três sistemas de coordenadas diferentes, em que o segundo ($X_2 \times Y_2 \times Z_2$) origina-se de uma transformação em relação ao primeiro ($X_1 \times Y_1 \times Z_1$), vem:

- $\mathbf{H}_3^1 = \mathbf{H}_2^1 \mathbf{H}_3^2$, caso a segunda transformação, \mathbf{H}_3^2 , seja relativa ao sistema $X_2 \times Y_2 \times Z_2$.
- $\mathbf{H}_3^1 = \mathbf{H}_3^1 \mathbf{H}_2^1$, caso a segunda transformação, \mathbf{H}_3^1 , seja relativa ao sistema $X_1 \times Y_1 \times Z_1$.

2.3 A CONVENÇÃO DE DENAVIT-HARTENBERG

Nesta convenção, cada transformação homogênea \mathbf{H}_i é representada por um produto de quatro transformações básicas. São elas: rotação de θ em torno do eixo Z, translação de d ao longo do eixo Z, translação de a ao longo do eixo X e rotação de α em torno do eixo X [27]. Deste modo,

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{R}_{Z,\theta_i} \mathbf{T}_{Z,d_i} \mathbf{T}_{X,a_i} \mathbf{R}_{X,\alpha_i} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\text{sen}(\theta_i) & 0 & 0 \\ \text{sen}(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_i) & -\text{sen}(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \text{sen}(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\text{sen}(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \text{sen}(\theta_i)\text{sen}(\alpha_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \text{sen}(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i)\text{sen}(\alpha_i) & a_i\text{sen}(\theta_i) \\ 0 & \text{sen}(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Os parâmetros θ_i , d_i , a_i e α_i , ilustrados na Fig. 2.2(a), estão associados à junta i e ao segmento i e são conhecidos como parâmetros de Denavit-Hartenberg (DH). O ângulo α_i é o ângulo entre os eixos Z_{i-1} e Z_i , medido em um plano normal a X_i . O parâmetro a_i é a distância entre eixo Z_{i-1} e Z_i , medida ao longo do eixo X_i . O parâmetro d_i é a distância entre a origem do sistema $X_{i-1} \times Y_{i-1} \times Z_{i-1}$ e a intersecção de X_i com Z_{i-1} , medida ao longo do eixo Z_{i-1} . Finalmente, o ângulo θ_i é o ângulo de X_{i-1} para X_i , medido em um plano normal a Z_{i-1} . Para cada matriz \mathbf{H}_i , três destes quatro parâmetros são constantes, uma vez que as matrizes \mathbf{H}_i dependem apenas de uma única variável.

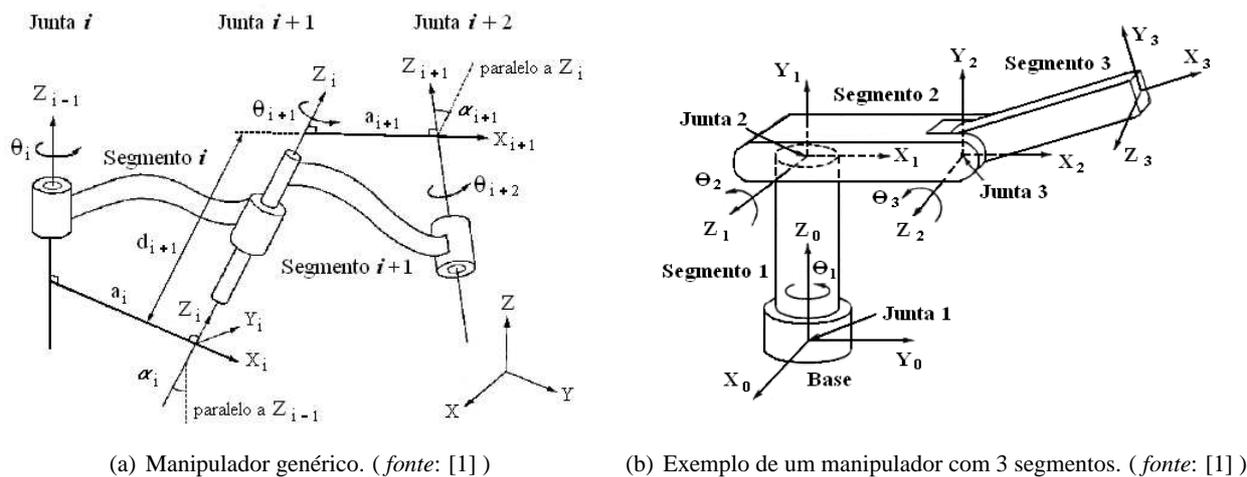


Figura 2.2: Convenção para numeração de juntas, segmentos, sistemas de coordenadas e parâmetros DH.

O estabelecimento dos eixos ortogonais dos sistemas de coordenadas da cadeia cinemática consiste no seguinte procedimento [27]:

- $Z_0, Z_1 \dots Z_{i-1}$ são os eixos de atuação das juntas, de modo que Z_0 seja o eixo de atuação da junta 1, Z_1 o eixo de atuação da junta 2 e assim por diante.
- Depois, determina-se o sistema de coordenadas de base $X_0 \times Y_0 \times Z_0$. A origem O_0 deste sistema pode ser colocada em qualquer ponto sobre Z_0 , sendo $X_0 \times Y_0$ escolhidos arbitrariamente, desde que se respeite a regra da mão direita.
- Em seguida, inicia-se um processo iterativo para determinar o sistema $X_i \times Y_i \times Z_i$ a partir do sistema $X_{i-1} \times Y_{i-1} \times Z_{i-1}$. Considera-se, então, três casos:
 1. Se Z_{i-1} e Z_i não são coplanares, o eixo X_i será definido pela reta perpendicular a Z_{i-1} e Z_i que une estes dois eixos. A origem O_i do sistema $X_i \times Y_i \times Z_i$ será na intersecção de Z_i e X_i .
 2. Se Z_{i-1} e Z_i são paralelos, a origem O_i pode ser atribuída a qualquer ponto sobre Z_i . Assim, o eixo X_i será determinado pela direção, perpendicular, de O_i para Z_{i-1} ou de Z_{i-1} para O_i .
 3. Se Z_{i-1} intercepta Z_i , o eixo X_i é escolhido normal ao plano formado por Z_{i-1} e Z_i , sendo seu sentido arbitrário. A origem O_i pode ser alocada em qualquer ponto sobre Z_i , embora seja comum colocá-la no ponto de intersecção dos eixos Z_{i-1} e Z_i .
- Finalmente, o eixo Y_i de cada sistema é determinado naturalmente pela regra da mão direita.
- O sistema de coordenadas do efetuador dependerá do tipo de efetuador usado.

2.4 MODELAGEM DE ROBÔS MANIPULADORES

Um manipulador robótico é composto por segmentos conectados por juntas e um efetuador final (*end-effector*), formando o que chamamos de cadeia cinemática. O efetuador corresponde à última peça da cadeia. As juntas podem ser prismáticas (movimento linear) ou rotacionais (movimento rotacional).

As variáveis das juntas prismáticas são distâncias denotadas por d e representam o deslocamento relativo de dois segmentos adjacentes. Já as variáveis das juntas rotacionais são ângulos denotados por θ e representam a rotação relativa entre dois segmentos adjacentes. O conjunto de variáveis das juntas de um manipulador é dado por um vetor \mathbf{q} , sendo $q_i = \theta_i$ ou $q_i = d_i$, dependendo do tipo da junta.

Quando uma junta i atua, o segmento i move-se. Associado ao segmento i , existe um sistema de coordenadas $X_i \times Y_i \times Z_i$, o qual também se move com a atuação da junta i , conforme ilustrado na Fig. 2.2(b).

Um objeto possui m graus de liberdade caso sua configuração (isto é, a localização de cada ponto do objeto) possa ser especificada por, no mínimo, m variáveis. Por conseguinte, para um manipulador robótico, cada junta determina um grau de liberdade. Além disso, um objeto no espaço tri-dimensional possui seis graus de liberdade: três para a posição e três para a orientação. Deste modo, um manipulador com menos de seis graus de liberdade não conseguirá alcançar qualquer ponto no seu espaço de trabalho com qualquer orientação. Em um manipulador com seis graus de liberdade, por exemplo, dizemos que os três primeiros constituem o braço e servem para deslocar o efetuador, enquanto que os três últimos constituem o punho e servem para orientar o efetuador.

2.4.1 O modelo geométrico

O modelo geométrico de um robô é dado por duas representações distintas: direta e inversa. O modelo geométrico direto (MGD) consiste em se obter a posição e a orientação do efetuador de um manipulador robótico, desde que se conheçam as variáveis de suas juntas. Já o modelo geométrico inverso (MGI) diz respeito à determinação das variáveis das juntas, dadas a posição e a orientação do efetuador.

A posição e a orientação de um efetuador com m graus de liberdade podem ser representadas por uma matriz de transformação homogênea \mathbf{H}_m^0 que depende do vetor \mathbf{q} , composto pelas variáveis de junta. Matematicamente,

$$\mathbf{H}_m^0(\mathbf{q}) = \mathbf{H}_1(q_1)\mathbf{H}_2(q_2) \dots \mathbf{H}_m(q_m) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m^0 & \mathbf{d}_m^0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}, \text{ em que } \mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_i^{i-1} & \mathbf{d}_i^{i-1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

A matriz \mathbf{H}_i depende apenas de uma única variável de junta, q_i , e relaciona a posição e a orientação de um sistema de coordenadas $X_i \times Y_i \times Z_i$ com outro $X_{i-1} \times Y_{i-1} \times Z_{i-1}$ dentro da cadeia cinemática. Apesar do uso de uma notação simplificada, vale ressaltar que a matriz \mathbf{H}_i também depende de constantes descritivas dos parâmetros geométricos do manipulador. De fato, $\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_i(q_i, L_i)$, com $\boldsymbol{\lambda} = [L_1 \ L_2 \ \dots \ L_m]^T$ caracterizando as dimensões físicas do manipulador robótico.

Caso a orientação do efetuador não seja relevante, o MGD pode ser simplificado da forma

$$\boldsymbol{\xi} = \mathbf{g}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{H}_m^0[0 \ 0 \ 0 \ 1]^T, \quad (2.3)$$

em que $\boldsymbol{\xi} = [x \ y \ z \ 1]^T$ são as coordenadas homogêneas da posição do efetuador em relação à base.

Pelo fato de a dependência da matriz \mathbf{H}_m^0 com o vetor \mathbf{q} não ser linear, a solução analítica do modelo inverso, isto é, $\mathbf{q} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\lambda})$, torna-se, em muitos casos, extremamente complicada. Em particular, para o caso de um manipulador com punho esférico, a solução analítica pode ser obtida através do modelo desacoplado que se baseia na divisão do problema em duas partes: encontrar primeiramente a posição do efetuador e, depois, sua orientação [27]. Entretanto, neste trabalho, os manipuladores não possuem punhos esféricos, impossibilitando o uso do modelo desacoplado.

Uma outra maneira de se obter o modelo inverso é por meio de soluções numéricas. Neste caso, dada uma transformação homogênea \mathbf{H}^* que representa a posição e a orientação desejadas para um efetuador com m graus de liberdade, deve-se resolver a seguinte equação com relação às variáveis q_1, q_2, \dots, q_m :

$$\mathbf{H}_m^0(q_1, q_2, \dots, q_m) = \mathbf{H}^* \quad (2.4)$$

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11}^* & r_{12}^* & r_{13}^* & x^* \\ r_{21}^* & r_{22}^* & r_{23}^* & y^* \\ r_{31}^* & r_{32}^* & r_{33}^* & z^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Como a última linha das matrizes \mathbf{H}_m^0 e \mathbf{H}^* são ambas iguais a $[0 \ 0 \ 0 \ 1]$ e, portanto, geram quatro equações triviais, esta equação matricial resulta em doze equações não lineares com m variáveis, as quais podem ser resolvidas por diversos algoritmos numéricos. Contudo, neste trabalho, o MGI não originará do cálculo numérico desse sistema de equações, e sim de um algoritmo baseado em filtragem estocástica a ser demonstrado posteriormente.

2.4.2 O modelo cinemático

Tal como o modelo geométrico, o modelo cinemático de um robô também relaciona o efetuador às variáveis das juntas do manipulador. No entanto, considera-se a velocidade do efetuador, e não mais sua posição e orientação. É importante salientar que neste tipo de modelagem ainda não são levados em conta as forças e os torques que atuam no sistema².

Há também duas representações distintas: direta e inversa. O modelo cinemático direto (MCD) consiste na determinação da velocidade $\dot{\boldsymbol{\xi}}$ do efetuador, dada a velocidade $\dot{\mathbf{q}}$ das variáveis das juntas. Devido à desconsideração da orientação do efetuador pelo fato de ela não ser relevante neste trabalho, o MCD pode ser facilmente obtido por meio da derivação temporal da equação (2.3). Deste modo,

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}}, \quad (2.5)$$

²Considerações de forças e torques dizem respeito à modelagem dinâmica do robô, estando fora do escopo deste trabalho.

em que \mathbf{J} é o Jacobiano³:

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial x}{\partial q_m} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial y}{\partial q_m} \\ \frac{\partial z}{\partial q_1} & \frac{\partial z}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial z}{\partial q_m} \end{bmatrix}.$$

Pode-se calcular de uma maneira simples a i -ésima coluna desse Jacobiano por meio de:

$$i\text{-ésima coluna de } \mathbf{J} = \begin{cases} Z_{i-1} \times (O_m - O_{i-1}) & , \text{ se a junta } i \text{ for de revolução.} \\ Z_{i-1} & , \text{ se a junta } i \text{ for prismática.} \end{cases}$$

Para tanto, é preciso que a orientação dos eixos Z_1, \dots, Z_{m-1} e as coordenadas das origens O_1, \dots, O_m estejam escritas em relação ao sistema de coordenadas de base $X_0 \times Y_0 \times Z_0$. Uma vez derivado o MGD, a orientação dos eixos Z_i pode ser determinada com os três primeiros elementos da terceira coluna de \mathbf{H}_i^0 , enquanto que as coordenadas das origens O_i são dadas pelos três primeiros elementos da quarta coluna dessa mesma matriz [27].

Já o modelo cinemático inverso (MCI) consiste na determinação da velocidade das variáveis das juntas dada a velocidade do efetuador. Diferentemente do modelo geométrico inverso, em que é difícil obter \mathbf{q} a partir dos dados relacionados ao efetuador, ou seja, obter $\mathbf{q} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\lambda})$ a partir de $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{g}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\lambda})$, no caso do modelo cinemático inverso, a obtenção de $\dot{\mathbf{q}}$ é bem mais simples e resume-se ao cálculo da matriz pseudo-inversa do Jacobiano. Assim,

$$\begin{aligned} \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} &= \dot{\boldsymbol{\xi}} \\ \mathbf{J}^T \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} &= \mathbf{J}^T \dot{\boldsymbol{\xi}} \\ \dot{\mathbf{q}} &= (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \dot{\boldsymbol{\xi}} \\ \dot{\mathbf{q}} &= \mathbf{J}^\dagger \dot{\boldsymbol{\xi}}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

em que $\mathbf{J}^\dagger = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T$ é a matriz pseudo-inversa do Jacobiano.

No tempo discreto, a equação (2.6) pode ser escrita da forma

$$\dot{\mathbf{q}}_{(k)} = \mathbf{J}^\dagger \dot{\boldsymbol{\xi}}_{(k)} \quad (2.7)$$

e aproximada por

$$\frac{\Delta \mathbf{q}_{(k)}}{T_a} \simeq \mathbf{J}^\dagger \frac{\Delta \boldsymbol{\xi}_{(k)}}{T_a} \quad (2.8)$$

$$\frac{\mathbf{q}_{(k)} - \mathbf{q}_{(k-1)}}{T_a} \simeq \mathbf{J}^\dagger \frac{\boldsymbol{\xi}_{(k)} - \boldsymbol{\xi}_{(k-1)}}{T_a} \quad (2.9)$$

$$(2.10)$$

³Aqui, o Jacobiano está relacionado apenas às velocidades lineares do efetuador. De fato, na literatura, $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v \\ \mathbf{J}_\omega \end{bmatrix}_{6 \times m}$, em que \mathbf{J}_v é a parte do Jacobiano relacionada às velocidades lineares e \mathbf{J}_ω é a parte do Jacobiano relacionada às velocidades angulares. Contudo, para simplificar a notação, será omitido o subscrito v do Jacobiano, de forma que todos os Jacobianos considerados neste trabalho estarão relacionados apenas às velocidades lineares, mas serão denotados simplesmente por \mathbf{J} .

Na equação (2.8), T_a é o período de amostragem utilizado no processo de discretização.

Finalmente, os ângulos das patas são dados por

$$\mathbf{q}_{(k)} \simeq \mathbf{q}_{(k-1)} + \mathbf{J}^\dagger \left(\boldsymbol{\xi}_{(k)} - \boldsymbol{\xi}_{(k-1)} \right) \quad (2.11)$$

Observa-se, entretanto, que as equações do modelo inverso apresentam um grave problema numérico no caso de \mathbf{J} ser singular, uma vez que isso implica em $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ ser singular. A singularidade de \mathbf{J} está associada ao fato de a solução do problema cinemático inverso não ser necessariamente única, isto é, para uma determinada posição do efetuador, pode haver duas configurações distintas das variáveis de junta.

Um método comum na abordagem deste problema é o dos Mínimos Quadrados Amortecidos (*Damped Least Squares* - DLS) que se mostra mais eficiente ao simples uso da matriz pseudo-inversa [28]. Neste método, a pseudo-inversa é aproximada por

$$\mathbf{J}^\dagger \approx (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \psi^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T \quad (2.12)$$

Na equação acima, ψ é chamado de constante de amortecimento e depende de parâmetros do manipulador robótico e dos pontos desejados para o efetuador. De fato, uma escolha cuidadosa do valor desta constante é necessária para que as equações sejam numericamente estáveis, havendo um compromisso entre bom comportamento próximo às singularidades e maior velocidade de convergência.

2.5 O FILTRO DE KALMAN

O filtro de Kalman (FK) é um estimador para o chamado problema linear quadrático que consiste na estimação do estado instantâneo de um sistema dinâmico linear perturbado por um ruído branco gaussiano aditivo, usando medições linearmente relacionadas com o estado, mas corrompidas pelo ruído. O estimador resultante é estatisticamente ótimo com respeito a qualquer função quadrática de estimação do erro [29]. Sua aplicação mais comum tem sido no controle de sistemas dinâmicos complexos. Muitas vezes não é possível medir todas as variáveis que se deseja controlar em um sistema. Deste modo, o filtro de Kalman fornece um meio ótimo de se inferir tais variáveis.

Se considerarmos um sistema discreto na forma

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{(k)} = \mathbf{A}_{(k-1)} \mathbf{x}_{(k-1)} + \mathbf{B}_{(k-1)} \mathbf{u}_{(k-1)} + \mathbf{w}_{(k)} & \text{equação de processo} \\ \mathbf{y}_{(k)} = \mathbf{C}_{(k)} \mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{v}_{(k)} & \text{equação de medição,} \end{cases}$$

em que $\mathbf{w}_{(k)} \sim N(\mathbf{0}, \sigma_w^2 \mathbf{I})$ e $\mathbf{v}_{(k)} \sim N(\mathbf{0}, \sigma_v^2 \mathbf{I})$ ⁴ são respectivamente os ruídos de processo e de medição, pode-se estimar o vetor de estado no instante (k) por meio de sua estimativa no instante ($k - 1$). Neste trabalho, as componentes de $\mathbf{w}_{(k)}$ e $\mathbf{v}_{(k)}$ são assumidas como independentes e de mesma variância.

⁴A notação $\mathbf{r} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ indica que a variável aleatória \mathbf{r} segue uma distribuição normal de média nula e variância σ^2 .

As equações para a aplicação do filtro de Kalman são dadas por:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{A}_{(k-1)} \hat{\mathbf{x}}_{(k-1)} + \mathbf{B}_{(k-1)} \mathbf{u}_{(k-1)} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{A}_{(k-1)} \mathbf{P}_{(k-1)} \mathbf{A}_{(k-1)}^T + \sigma_w^2 \mathbf{I} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{G}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}_{(k)}^T \left(\mathbf{C}_{(k)} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}_{(k)}^T + \sigma_v^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_{k|k} \mathbf{C}_{(k)}) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (2.16)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{G}_{k|k} (\mathbf{y}_{(k)} - \mathbf{C}_{(k)} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \quad (2.17)$$

Nas equações acima, $\mathbf{G}_{k|k}$ é a matriz de ganhos, também chamada de Ganho de Kalman.

$\mathbf{P}_{k|k-1}$ e $\mathbf{P}_{k|k}$ são, respectivamente, as co-variâncias do erro de predição e de estimação de \mathbf{x} . Assim,

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k|k-1} &= E \left\{ (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})^T \right\} \\ \mathbf{P}_{k|k} &= E \left\{ (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}) (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k})^T \right\} \end{aligned}$$

e ainda

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} &\triangleq \text{estimativa de } \mathbf{x}_{(k)} \text{ dado } \{ \mathbf{y}_{(1)}, \mathbf{y}_{(2)}, \dots, \mathbf{y}_{(k-1)} \} \\ \hat{\mathbf{x}}_{k|k} &\triangleq \text{estimativa de } \mathbf{x}_{(k)} \text{ dado } \{ \mathbf{y}_{(1)}, \mathbf{y}_{(2)}, \dots, \mathbf{y}_{(k)} \} \end{aligned}$$

As equações (2.13) e (2.14) são denominadas equações de predição e correspondem à estimação inicial dos parâmetros. Nota-se, portanto, a necessidade de duas condições iniciais: uma estimativa do vetor de estado ($\hat{\mathbf{x}}_{(0)}$) e uma matriz inicial de co-variância do erro ($\mathbf{P}_{(0)}$). Nota-se também que esta estimação inicial é uma estimação em malha aberta. Desta forma, as equações (2.15), (2.16) e (2.17), denominadas equações de correção, são responsáveis pela correção da estimativa por meio da realimentação de saída.

Embora originalmente derivado para problemas lineares, o filtro de Kalman costuma também ser aplicado a problemas não-lineares. Essa extensão geralmente usa derivadas parciais como aproximações lineares de relações não-lineares e é conhecida por filtro de Kalman estendido (FKE). No modelo considerado neste trabalho, a equação de processo é linear, estando a não-linearidade presente apenas na equação de medição. Nesse caso, o sistema passa a ser descrito como

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{(k)} = \mathbf{A}_{(k-1)} \mathbf{x}_{(k-1)} + \mathbf{B}_{(k-1)} \mathbf{u}_{(k-1)} + \mathbf{w}_{(k)} & \text{equação de processo} \\ \mathbf{y}_{(k)} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_{(k)}) + \mathbf{v}_{(k)} & \text{equação de medição,} \end{cases}$$

e o conjunto de equações (2.13) a (2.17) ainda é válido, desde que se faça:

$$\mathbf{C}_{(k)} = \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}_{(k)})}{\partial \mathbf{x}_{(k)}} \right|_{\mathbf{x}_{(k)} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}} \quad (2.18)$$

3 DESENVOLVIMENTO

Este capítulo exhibe a metodologia empregada no desenvolvimento do modelo proposto neste trabalho.

3.1 INTRODUÇÃO

O robô em estudo possui quatro patas com três graus de liberdade cada uma, totalizando doze graus de liberdade para o movimento. A metodologia escolhida para obtenção dos modelos geométrico e cinemático consistiu primeiro em modelar cada pata em separado e, em seguida, considerar o corpo como um todo. Assim, cada pata foi considerada inicialmente como um manipulador robótico composto por três segmentos conectados por três juntas rotacionais e um efetuador, formando a cadeia cinemática. O efetuador corresponde à peça final da cadeia, ou seja, o pé. A base do manipulador corresponde ao ombro e conecta a n -ésima pata ao corpo do robô ($n = 1, \dots, 4$). As patas 1 e 2 são dianteiras, enquanto que as patas 3 e 4 traseiras.

3.2 O MODELO DA PATA

Por possuir três juntas e um efetuador (Fig. 3.1(a)), cada pata será descrita por quatro sistemas de coordenadas. A escolha da orientação dos eixos de cada sistema de coordenada foi realizada segundo a convenção de Denavit-Hartenberg que simplifica bastante a análise, sendo conhecida universalmente.

Primeiramente, os eixos $Z_{n,i}$ dos sistemas de coordenadas foram estabelecidos como os eixos de revolução de cada junta. No caso do efetuador, apenas se repetiu a orientação do eixo Z da junta 3. A base foi alocada sobre a junta 1, sendo seus eixos $X_{n,0}$ e $Y_{n,0}$ escolhidos arbitrariamente, mas respeitando a regra da mão direita. Uma vez fixada a base, vê-se que os eixos $Z_{n,0}$ e $Z_{n,1}$ não são coplanares. Então, o seguimento perpendicular a ambos os eixos, de $Z_{n,0}$ para $Z_{n,1}$, define o eixo $X_{n,1}$, e sua intersecção com o eixo $Z_{n,1}$ a origem $o_{n,1}$. Como os eixos $Z_{n,1}$ e $Z_{n,2}$ são paralelos, a origem $o_{n,2}$ pode ser colocada em qualquer ponto sobre $Z_{n,2}$, e o eixo $X_{n,2}$ estará na direção $o_{n,2}$ - $Z_{n,1}$, não importando o sentido (de $o_{n,2}$ para $Z_{n,1}$ ou de $Z_{n,1}$ para $o_{n,2}$). Para efeito de simplificação, posicionou-se $o_{n,2}$ sobre a junta 3 e adotou-se $X_{n,2}$ no sentido de $Z_{n,1}$ para $o_{n,2}$. Finalmente, como os eixos $Z_{n,2}$ e $Z_{n,3}$ são paralelos, seguiu-se o mesmo procedimento para estabelecer o eixo $X_{n,3}$. Feito isso, os eixos $Y_{n,1}$, $Y_{n,2}$ e $Y_{n,3}$ foram arranjados de acordo com a regra da mão direita. O resultado final da alocação dos sistemas de coordenadas pode ser visto na figura 3.1(b).

Cada pata possui todas as suas três juntas do tipo rotacional e consiste, portanto, em um mecanismo articulado. Sendo assim, o conjunto de variáveis das juntas da n -ésima pata é escrito como

$$\mathbf{q}_n = [\theta_{n,1} \ \theta_{n,2} \ \theta_{n,3}]^T, \quad (3.1)$$

em que $\theta_{n,i}$ ($i = 1, 2, 3$) representa o ângulo de atuação na base da i -ésima junta para a n -ésima pata.

Os sentidos positivos de $\theta_{n,2}$ e $\theta_{n,3}$ corresponderão a rotações de forma a movimentar a pata para frente. No entanto, para as patas da lateral direita ($n = 1$ ou 4), o sentido positivo de $\theta_{n,1}$ corresponde

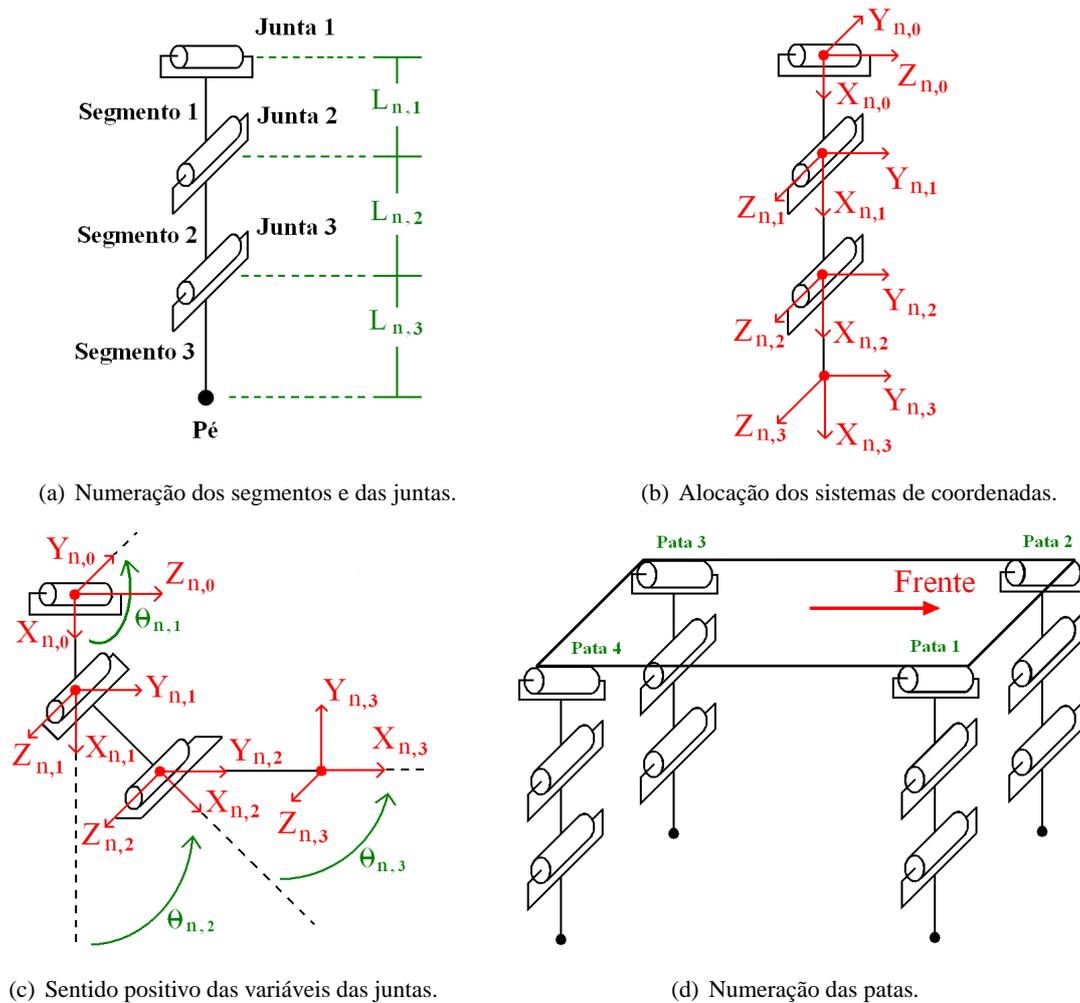


Figura 3.1: Convenções adotadas no robô quadrúpede.

a um movimento “para dentro” do robô, enquanto que, para as patas da lateral esquerda ($n = 2$ ou 3), o sentido positivo de $\theta_{n,1}$ corresponde a um movimento “para fora” do robô. A visualização desta convenção pode ser mais bem compreendida por meio das Figuras 3.1(c-d).

Em seguida, foram estabelecidos os parâmetros DH para a n -ésima pata do robô. Os resultados estão dispostos na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Parâmetros da convenção de Denavit-Hartenberg.

segmento	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	$L_{n,1}$	90°	0	$\theta_{n,1}$
2	$L_{n,2}$	0°	0	$\theta_{n,2}$
3	$L_{n,3}$	0°	0	$\theta_{n,3}$

A partir destes parâmetros, foram obtidas as seguintes matrizes de transformações homogêneas:

$$\mathbf{H}_{n,1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{n,1}) & 0 & \text{sen}(\theta_{n,1}) & L_{n,1} \cdot \cos(\theta_{n,1}) \\ \text{sen}(\theta_{n,1}) & 0 & -\cos(\theta_{n,1}) & L_{n,1} \cdot \text{sen}(\theta_{n,1}) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{n,2} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{n,2}) & -\text{sen}(\theta_{n,2}) & 0 & L_{n,2} \cdot \cos(\theta_{n,2}) \\ \text{sen}(\theta_{n,2}) & \cos(\theta_{n,2}) & 0 & L_{n,2} \cdot \text{sen}(\theta_{n,2}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{n,3} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{n,3}) & -\text{sen}(\theta_{n,3}) & 0 & L_{n,3} \cdot \cos(\theta_{n,3}) \\ \text{sen}(\theta_{n,3}) & \cos(\theta_{n,3}) & 0 & L_{n,3} \cdot \text{sen}(\theta_{n,3}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Com isso, a posição e a orientação do pé da n -ésima pata em relação ao ombro é definida pela seguinte matriz de transformação homogênea:

$$\mathbf{H}_{n,3}^0(\mathbf{q}_n, \boldsymbol{\lambda}_n) = \mathbf{H}_{n,1}(\theta_{n,1}, L_{n,1})\mathbf{H}_{n,2}(\theta_{n,2}, L_{n,2})\mathbf{H}_{n,3}(\theta_{n,3}, L_{n,3}) \quad (3.2)$$

$$\mathbf{H}_{n,3}^0 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & x_n \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & y_n \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & z_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ em que}$$

$$r_{11} = \cos(\theta_{n,1}) \cos(\theta_{n,2}) \cos(\theta_{n,3}) - \cos(\theta_{n,1}) \text{sen}(\theta_{n,2}) \text{sen}(\theta_{n,3})$$

$$r_{12} = -\cos(\theta_{n,1}) \cos(\theta_{n,2}) \text{sen}(\theta_{n,3}) - \cos(\theta_{n,1}) \text{sen}(\theta_{n,2}) \cos(\theta_{n,3})$$

$$r_{13} = \text{sen}(\theta_{n,1})$$

$$r_{21} = \text{sen}(\theta_{n,1}) \cos(\theta_{n,2}) \cos(\theta_{n,3}) - \text{sen}(\theta_{n,1}) \text{sen}(\theta_{n,2}) \text{sen}(\theta_{n,3})$$

$$r_{22} = -\text{sen}(\theta_{n,1}) \cos(\theta_{n,2}) \text{sen}(\theta_{n,3}) - \text{sen}(\theta_{n,1}) \text{sen}(\theta_{n,2}) \cos(\theta_{n,3})$$

$$r_{23} = -\cos(\theta_{n,1})$$

$$r_{31} = \text{sen}(\theta_{n,2}) \cos(\theta_{n,3}) + \cos(\theta_{n,2}) \text{sen}(\theta_{n,3})$$

$$r_{32} = -\text{sen}(\theta_{n,2}) \text{sen}(\theta_{n,3}) + \cos(\theta_{n,2}) \cos(\theta_{n,3})$$

$$r_{33} = 0$$

$$x_n = \cos(\theta_{n,1}) [\cos(\theta_{n,2}) L_{n,3} \cos(\theta_{n,3}) - \text{sen}(\theta_{n,2}) L_{n,3} \text{sen}(\theta_{n,3}) + L_{n,2} \cos(\theta_{n,2}) + L_{n,1}]$$

$$y_n = \text{sen}(\theta_{n,1}) [\cos(\theta_{n,2}) L_{n,3} \cos(\theta_{n,3}) - \text{sen}(\theta_{n,2}) L_{n,3} \text{sen}(\theta_{n,3}) + L_{n,2} \cos(\theta_{n,2}) + L_{n,1}]$$

$$z_n = \text{sen}(\theta_{n,2}) L_{n,3} \cos(\theta_{n,3}) + \cos(\theta_{n,2}) L_{n,3} \text{sen}(\theta_{n,3}) + L_{n,2} \text{sen}(\theta_{n,2})$$

Destarte, tendo em vista a irrelevância da orientação do pé para fins de deslocamento do robô, o MGD pode ser escrito como

$$\xi_n^0 = \mathbf{g}(\mathbf{q}_n, \boldsymbol{\lambda}_n) = \mathbf{H}_{n,3}^0 [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T = [x_n \ y_n \ z_n \ 1]^T, \quad (3.3)$$

em que $\xi_n^0 = [x_n \ y_n \ z_n \ 1]^T$ são as coordenadas homogêneas do pé da n -ésima pata em relação ao ombro, e $\boldsymbol{\lambda}_n = [L_{n,1} \ L_{n,2} \ L_{n,3}]^T$ caracteriza as dimensões físicas dessa pata.

Para o desenvolvimento das equações a seguir, não é necessário que a posição do pé esteja em coordenadas homogêneas. Assim, por uma questão de simplificação, a posição do pé da n -ésima pata em relação ao ombro passará a ser representada apenas por $\xi_n^0 = [x_n \ y_n \ z_n]^T$.

Derivando o MGD em relação ao tempo, obtém-se o MCD:

$$\dot{\xi}_n^0 = \mathbf{J}_n \dot{\mathbf{q}}_n, \quad (3.4)$$

em que \mathbf{J}_n é a matriz Jacobiana da n -ésima pata:

$$\mathbf{J}_n = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{q}_n, \boldsymbol{\lambda}_n)}{\partial \mathbf{q}_n}.$$

3.3 O MODELO DO ROBÔ

Primeiramente, adotou-se um sistema de coordenadas no centro do corpo do robô, conforme ilustra a Figura 3.2. Este sistema será responsável por descrever a posição e a orientação do robô no espaço. Sendo assim, observa-se que existe apenas uma rotação e uma translação de coordenadas entre os sistemas $X_{n,0} \times Y_{n,0} \times Z_{n,0}$ dos ombros e o sistema $X_c \times Y_c \times Z_c$ do corpo. Dessa maneira, a posição do pé da n -ésima pata em relação ao sistema de coordenadas do robô é obtida por

$$\xi_n^c = \mathbf{R}_0^c \xi_n^0 + \mathbf{d}_0^c = [x_n^c \ y_n^c \ z_n^c]^T, \quad (3.6)$$

em que

$$\mathbf{R}_0^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{d}_0^c = \begin{bmatrix} \eta_1 \frac{W_1}{2} & \eta_2 \frac{W_2}{2} & 0 \end{bmatrix}^T,$$

sendo

$$\eta_1 = \begin{cases} +1 & \text{se } n = 1 \text{ ou } n = 2 \\ -1 & \text{se } n = 3 \text{ ou } n = 4 \end{cases} \quad \text{e} \quad \eta_2 = \begin{cases} +1 & \text{se } n = 2 \text{ ou } n = 3 \\ -1 & \text{se } n = 1 \text{ ou } n = 4 \end{cases}$$

Ao escrever as coordenadas dos quatro pés em relação ao sistema de coordenadas do robô, pode-se unir os quatro vetores ξ_n^c em um único vetor $\boldsymbol{\xi} = [(\xi_1^c)^T \ (\xi_2^c)^T \ (\xi_3^c)^T \ (\xi_4^c)^T]^T = \mathbf{g}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\lambda})$ de dimensão 12×1 . Do mesmo modo, o vetor \mathbf{q} contém as variáveis de todas as doze juntas do robô, e $\boldsymbol{\lambda}$ é o correspondente para os parâmetros geométricos. Assim, o MGD do robô é obtido diretamente usando (3.3) e (3.6), enquanto que seu MCD fica reduzido a uma única equação da forma

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} \quad (3.8)$$

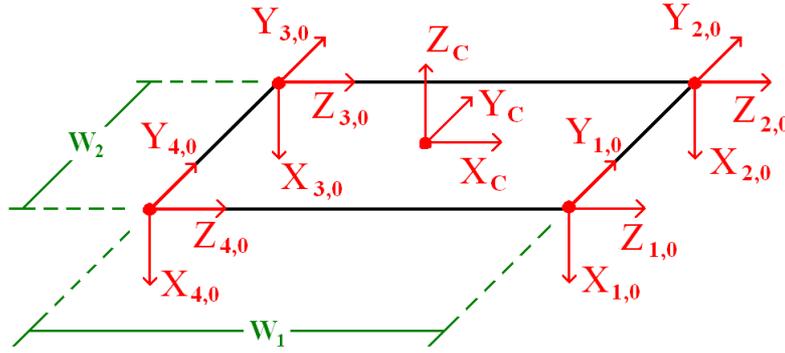


Figura 3.2: Sistemas de coordenadas no corpo do robô.

Na equação (3.8),

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix}$$

Naturalmente este modelo não considera restrições impostas pelas patas em contato com o solo. Isto será tratado especificamente na seção 3.5. Ademais, a aplicação das equações será realizada em tempo discreto e, por isso, a equação (3.8) fica

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_{(k)} = \mathbf{J}_{(k)} \dot{\mathbf{q}}_{(k)} \quad (3.10)$$

3.4 GERAÇÃO DA TRAJETÓRIA

O gerador de trajetória tem por objetivo definir, a cada instante de tempo discreto (k), o vetor $\boldsymbol{\xi}_{(k)}^*$ que contém as coordenadas desejadas para os quatro pés. Portanto, o gerador é o responsável pelo planejamento da trajetória a ser seguida por eles, podendo usar qualquer lei de geração. Diante disso, enfatiza-se a necessidade de fazer uma distinção a cada instante de tempo entre os pés que estão em contato com o solo e os que estão em movimento balístico. Tendo em vista o modelamento dessa dinâmica de movimento, define-se a seguinte matriz

$$\boldsymbol{\Gamma}_{(k)} = \begin{pmatrix} \gamma_{1,(k)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{2,(k)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{3,(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{4,(k)} \end{pmatrix},$$

com

$$\gamma_{n,(k)} = \begin{cases} 1 & , \text{ se o pé da } n\text{-ésima pata estiver em contato com o solo no instante } (k). \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

O propósito desta matriz $\boldsymbol{\Gamma}_{(k)}$ é que ela seja atualizada a cada instante (k) por meio de sensores de toque colocados nos pés do robô, caracterizando assim um sistema automático de atualização do modelo.

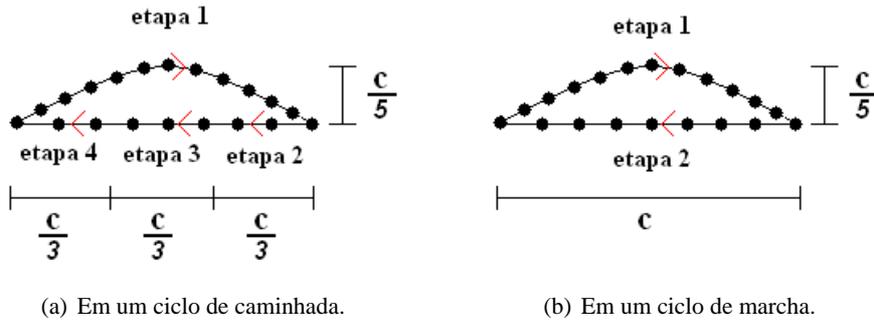


Figura 3.3: Trajetória de uma das pata do robô.

Contudo, a implementação dos sensores no robô em estudo ainda não foi concluída, o que nos leva a atualizar a matriz $\Gamma_{(k)}$ periodicamente de forma que o ciclo gere uma seqüência de passos característicos de algum dos modos de locomoção dos quadrúpedes.

A trajetória de um pé é planejada da seguinte maneira (Fig. 3.3):

- Para a pata que irá avançar, o gerador estabelece $\xi_{(k)}^*$ de modo que o pé descreva no ar uma trajetória senoidal discretizada.

$$\frac{c}{5} \text{sen} \left(\frac{k\pi}{N} \right), \quad k = 0, 1, \dots, N. \quad (3.11)$$

Na equação acima, c corresponde à distância entre a posição inicial do pé e o ponto final desejado, e N ao número de amostras utilizadas na discretização da trajetória.

- Para as patas restantes, o gerador estabelece $\xi_{(k)}^*$ de modo que seus pés descrevam uma trajetória retilínea em sentido contrário ao de locomoção do robô. Como os pés estão em contato com o chão, isto é, encontram-se fixos, este movimento das patas fará com que o centro do robô se desloque para frente em relação à um referencial no solo. O comprimento desta trajetória retilínea pode ser $\frac{c}{3}$ (quando é levantada apenas uma pata de cada vez - caminhada) ou c (quando as patas são levantadas duas a duas - marcha).

Por questão de simplicidade, os parâmetros escolhidos para a lei de geração fazem com que o corpo do robô se desloque em linha reta. No entanto, os algoritmos apresentados neste trabalho não devem sofrer muitas alterações para outras leis de geração que considerem deslocamentos curvilíneos.

O próximo passo do processo consiste em determinar as variáveis de juntas de forma que seja obtida a postura $\xi_{(k)}^*$ do robô. Neste sentido, restrições de contato com o solo e da altura do corpo do robô devem ser explicitamente consideradas.

3.5 OTIMIZAÇÃO DO MOVIMENTO

Estabelecido o vetor $\xi_{(k)}^*$, o problema resume-se à determinação das variações que os ângulos das juntas de cada pata deverão sofrer a cada instante de tempo, a fim de que os pés sigam a trajetória desejada.

Portanto, o otimizador tem por objetivo encontrar o valor apropriado do ângulo de cada junta, $\mathbf{q}_{(k)}^*$, de forma a minimizar a função de custo dada por

$$V(\mathbf{q}_{(k)}) = \left\| \boldsymbol{\xi}_{(k)}^* - \mathbf{g}(\mathbf{q}_{(k)}, \boldsymbol{\lambda}) \right\|^2 \quad (3.12)$$

sob as restrições

$$\mathbf{h}_a(\mathbf{q}_{(k)}) = \mathbf{0}_{4 \times 1} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{h}_p(\mathbf{q}_{(k)}) = \mathbf{0}_{4 \times 1} \quad (3.14)$$

A restrição (3.13) diz respeito à altura que cada ombro deve estar em relação ao chão durante o movimento. A aplicação desta restrição às patas que estão em contato com o solo faz com que o robô mantenha o corpo a uma altura constante durante seu deslocamento. Como a restrição é imposta apenas para os pés em contato com o solo e a matriz $\boldsymbol{\Gamma}_{(k)}$ indica quais são eles, pode-se escrever $\mathbf{h}_a(\mathbf{q}_{(k)})$ como

$$\mathbf{h}_a(\mathbf{q}_{(k)}) = \boldsymbol{\Gamma}_{(k)} \left(\boldsymbol{\zeta}_{(k)} - \mathbf{h}_a^* \mathbf{1}_{4 \times 1} \right), \quad (3.15)$$

em que \mathbf{h}_a^* é a altura de referência para o filtro, ou seja, o valor constante desejado para a altura do corpo do robô. A matriz $\boldsymbol{\zeta}_{(k)}$, de dimensão 4×1 , é constituída das diferenças entre as coordenadas z do ombro e do efetuator em cada pata.

Já a restrição (3.14) justifica-se pelo fato de pés que estão em contato com o solo durante o movimento balístico da(s) pata(s) que avança(m) precisarem manter esse contato. Em outras palavras, suas coordenadas devem satisfazer, a cada instante de tempo, à equação do plano determinada pelo solo:

$$a_{(k)} x_{n,(k)}^c + b_{(k)} y_{n,(k)}^c + c_{(k)} z_{n,(k)}^c = 1, \quad (3.16)$$

em que $a_{(k)}$, $b_{(k)}$ e $c_{(k)}$ são os parâmetros do plano do solo, no instante (k) , referentes ao sistema de coordenadas do robô, sendo, portanto, os mesmos para todos os pés em contato. Supondo que em um dado instante a pata 1 esteja no ar, tais parâmetros seriam calculados por meio de:

$$\begin{pmatrix} a_{(k)} \\ b_{(k)} \\ c_{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2,(k)}^c & y_{2,(k)}^c & z_{2,(k)}^c \\ x_{3,(k)}^c & y_{3,(k)}^c & z_{3,(k)}^c \\ x_{4,(k)}^c & y_{4,(k)}^c & z_{4,(k)}^c \end{pmatrix}^\dagger \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Observando que a restrição é imposta apenas para os pés em contato com o solo e que a matriz $\boldsymbol{\Gamma}_{(k)}$ indica quais são eles, pode-se escrever $\mathbf{h}_p(\mathbf{q}_{(k)})$ como

$$\mathbf{h}_p(\mathbf{q}_{(k)}) = \boldsymbol{\Gamma}_{(k)} \left(\boldsymbol{\Omega}_{(k)} \mathbf{g}(\mathbf{q}_{(k)}, \boldsymbol{\lambda}) - \mathbf{1}_{4 \times 1} \right), \quad (3.17)$$

em que $\boldsymbol{\Omega}_{(k)}$ é dado por

$$\boldsymbol{\Omega}_{(k)} = \begin{pmatrix} [a_{(k)} \ b_{(k)} \ c_{(k)}] & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & [a_{(k)} \ b_{(k)} \ c_{(k)}] & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & [a_{(k)} \ b_{(k)} \ c_{(k)}] & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0} & [a_{(k)} \ b_{(k)} \ c_{(k)}] \end{pmatrix}$$

O otimizador é obtido usando um filtro de Kalman aplicado ao seguinte modelo estocástico:

$$\begin{cases} \mathbf{q}(k) = \mathbf{q}(k-1) + \mathbf{J}^\dagger T_a \dot{\boldsymbol{\xi}}_{(k)}^* + \mathbf{w}(k) & \text{equação de processo} \\ \boldsymbol{\xi}_{(k)}^* = \mathbf{g}(\mathbf{q}(k), \boldsymbol{\lambda}) + \mathbf{v}(k) & \text{equação de medição,} \end{cases}$$

em que $\mathbf{w}(k) \sim N(\mathbf{0}, \sigma_w^2 \mathbf{I})$ e $\mathbf{v}(k) \sim N(\mathbf{0}, \sigma_v^2 \mathbf{I})$ são respectivamente os ruídos de processo e de medição, T_a é o período de amostragem e $\dot{\boldsymbol{\xi}}_{(k)}^*$ é a velocidade desejada para os pés do robô, a qual pode ser associada à velocidade de deslocamento do sistema de coordenadas do corpo.

A aplicação do filtro resulta nos seguintes passos:

Predição:

$$\hat{\mathbf{q}}_{k|k-1} = \hat{\mathbf{q}}_{(k-1)} + \mathbf{J}^\dagger T_a \dot{\boldsymbol{\xi}}_{(k)}^* \quad (3.18)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{P}_{(k-1)} + \sigma_w^2 \mathbf{I} \quad (3.19)$$

Correção:

$$\mathbf{G}'_{(k)} = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{J}_{(k-1)}^T \left(\mathbf{J}_{(k-1)} \mathbf{P}_{(k-1)} \mathbf{J}_{(k-1)}^T + \sigma_v^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{P}'_{(k)} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{G}'_{(k)} \mathbf{J}_{(k)}^T \right) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{q}'_{(k)} = \hat{\mathbf{q}}_{k|k-1} + \mathbf{G}'_{(k)} \left(\dot{\boldsymbol{\xi}}_{(k)}^* - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{q}}_{k|k-1}, \boldsymbol{\lambda}) \right) \quad (3.22)$$

Deve ser observado pelas equações acima que $\mathbf{G}'_{(k)}$ é calculado de modo similar ao algoritmo DLS que minimiza os problemas causados pela singularidade da matriz $\mathbf{J}_{(k-1)}$. No entanto, aqui a função de parâmetro de amortecimento é exercido pela variância σ_v^2 do ruído de medição. Este aspecto torna a sintonia deste parâmetro mais intuitiva. Por fim, $\mathbf{q}'_{(k)}$ é uma estimativa para $\mathbf{q}_{(k)}^* = \mathbf{f}(\dot{\boldsymbol{\xi}}_{(k)}^*, \boldsymbol{\lambda})$ que não considera restrições impostas para as patas em contato com o solo. Com esse procedimento, a resolução direta do MGI é evitada.

No sentido de considerar as restrições de contato, usa-se o conceito de pseudomedição, que é uma forma elegante de fazer estimação estocástica sob restrição. Assim, o próximo passo consiste em aplicar as pseudomedições de restrição. A restrição de altura pode ser modelada por

$$\left\{ \mathbf{0} = \mathbf{h}_a(\mathbf{q}(k)) + \mathbf{r}(k) \quad \text{equação de pseudomedição,} \right.$$

em que $\mathbf{r}(k) \sim N(\mathbf{0}, \sigma_r^2 \mathbf{I})$ representa o ruído de pseudomedição. Se $\sigma_r^2 = 0$, a restrição seria completamente satisfeita se o modelo fosse linear. No caso não-linear, pode-se mostrar que $\mathbf{q}''_{(k)}$ consistiria na projeção de $\mathbf{q}'_{(k)}$ no espaço da restrição.

Com isso, o procedimento de aplicação desta pseudomedição consiste em:

$$\mathbf{G}''_{(k)} = \mathbf{P}'_{(k)} \left(\frac{\partial \mathbf{h}_a(\mathbf{q}'_{(k)})}{\partial \mathbf{q}'_{(k)}} \right)^T \left(\left(\frac{\partial \mathbf{h}_a(\mathbf{q}'_{(k)})}{\partial \mathbf{q}'_{(k)}} \right) \mathbf{P}'_{(k)} \left(\frac{\partial \mathbf{h}_a(\mathbf{q}'_{(k)})}{\partial \mathbf{q}'_{(k)}} \right)^T + \sigma_r^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{P}''_{(k)} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{G}''_{(k)} \left(\frac{\partial \mathbf{h}_a(\mathbf{q}'_{(k)})}{\partial \mathbf{q}'_{(k)}} \right)^T \right) \mathbf{P}'_{(k)} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{q}''_{(k)} = \mathbf{q}'_{(k)} + \mathbf{G}''_{(k)} \left(\mathbf{0}_{4 \times 1} - \mathbf{h}_a(\mathbf{q}'_{(k)}) \right) = \mathbf{q}'_{(k)} - \mathbf{G}''_{(k)} \mathbf{h}_a(\mathbf{q}'_{(k)}) \quad (3.25)$$

Após este procedimento, $\mathbf{q}''_{(k)}$ é uma estimativa de $\mathbf{q}^*_{(k)} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\xi}^*_{(k)}, \boldsymbol{\lambda})$ que considera, além do movimento $\boldsymbol{\xi}^*_{(k)}$, a restrição de altura do corpo. Finalmente, a restrição de contato com o solo pode ser modelada por

$$\left\{ \mathbf{0} = \mathbf{h}_p(\mathbf{q}_{(k)}) + \mathbf{s}_{(k)} \quad \text{equação de pseudomedição,} \right.$$

em que $\mathbf{s}_{(k)} \sim N(\mathbf{0}, \sigma_s^2 \mathbf{I})$ representa o ruído de pseudomedição. A influência de σ_s^2 é similar àquela de σ_r^2 no caso da restrição de altura do corpo.

A aplicação desta pseudomedição resulta em:

$$\mathbf{G}_{(k)} = \mathbf{P}''_{(k)} \left(\frac{\partial \mathbf{h}_p(\mathbf{q}''_{(k)})}{\partial \mathbf{q}''_{(k)}} \right)^T \left(\left(\frac{\partial \mathbf{h}_p(\mathbf{q}''_{(k)})}{\partial \mathbf{q}''_{(k)}} \right) \mathbf{P}''_{(k)} \left(\frac{\partial \mathbf{h}_p(\mathbf{q}''_{(k)})}{\partial \mathbf{q}''_{(k)}} \right)^T + \sigma_s^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{P}_{(k)} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{G}_{(k)} \left(\frac{\partial \mathbf{h}_p(\mathbf{q}''_{(k)})}{\partial \mathbf{q}''_{(k)}} \right)^T \right) \mathbf{P}''_{(k)} \quad (3.27)$$

$$\hat{\mathbf{q}}_{(k)} = \mathbf{q}''_{(k)} + \mathbf{G}_{(k)} \left(\mathbf{0}_{4 \times 1} - \mathbf{h}_p(\mathbf{q}''_{(k)}) \right) = \mathbf{q}''_{(k)} - \mathbf{G}_{(k)} \mathbf{h}_p(\mathbf{q}''_{(k)}) \quad (3.28)$$

Após este procedimento, $\hat{\mathbf{q}}_{(k)}$ é uma estimativa de $\mathbf{q}^*_{(k)} = \mathbf{f}(\boldsymbol{\xi}^*_{(k)}, \boldsymbol{\lambda})$ que considera ambas as restrições e o movimento desejado para o corpo do robô, devendo ser aplicada aos seus eixos no instante (k) .

4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Este capítulo discute os resultados obtidos com simulações computacionais e testes no robô real, descrevendo as condições para estes experimentos.

4.1 INTRODUÇÃO

A locomoção de quadrúpedes é caracterizada por diversas seqüências periódicas de movimentos de suas patas. Dentre os principais modos de locomoção, pode-se citar a caminhada (ou passo), o trote, o galope, o meio-galope (ou galope curto) e a marcha. Essas diferentes formas de se locomover estão associadas à quantidade de patas em contato com o chão a cada intervalo de tempo e à velocidade de deslocamento do corpo, determinando dois tipos de estabilidade: estática e dinâmica. A baixas velocidades, quando é levantada apenas uma pata de cada vez, lida-se com uma estabilidade estática na qual a projeção do centro de gravidade do robô no solo deve manter-se dentro do triângulo formado pelas três patas em contato com o chão. A altas velocidades, quando as patas são levantadas duas a duas ou até mesmo quando todas elas perdem simultaneamente o contato com o solo por curtos períodos de tempo, lida-se com uma estabilidade dinâmica na qual forças inerciais ajudam na manutenção do equilíbrio¹.

Para efeito de comparação, os experimentos realizados neste capítulo levarão em conta dois modos de locomoção: caminhada e marcha. A caminhada é caracterizada pelo avanço de apenas uma pata por vez. A pata que está no ar² move-se livremente em um movimento chamado de balístico. As patas que estão em contato com o chão³ movem-se para trás em um movimento de recuo, dando o impulso necessário para a projeção frontal do corpo do robô. Já a marcha é um tipo de “caminhada diagonal”, em que as quatro patas do quadrúpede se movem par a par, uma anterior com a respectiva posterior oposta, ou seja, a anterior direita avança simultaneamente com a posterior esquerda e vice-versa.

4.2 SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

O simulador desenvolvido calcula as variáveis das juntas do robô a cada instante de tempo utilizando o modelo de filtragem estocástica proposto. Além disso, para uma melhor visualização dos resultados, ele fornece gráficos para a análise do desempenho do otimizador e gera uma animação 3D do movimento. Como parâmetros de entrada para a execução da simulação, são necessárias apenas as dimensões físicas do robô, a configuração inicial de suas patas (determinada pelas variáveis das juntas) e o modo de locomoção a ser estudado. Toda a simulação foi realizada em *MatLab*[®], uma poderosa ferramenta matemática para cálculos matriciais. O código fonte pode ser encontrado no material em anexo, sob a forma de *m-files*.

As simulações foram todas efetuadas com base nas dimensões reais do robô (vide seção 4.3), a fim de retratar de forma mais realística os resultados aqui obtidos.

¹O estudo da estabilidade do robô, tanto a estática quanto a dinâmica, não será contemplado neste trabalho.

²Conhecida na literatura por *swing leg*.

³Conhecidas na literatura por *stance legs*.

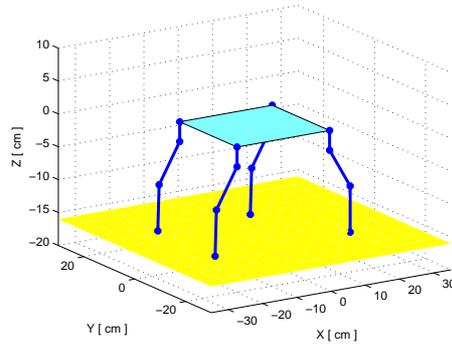


Figura 4.1: Imagem do robô quadrúpede na tela do simulador.

Uma imagem do robô quadrúpede pode ser vista na Figura 4.1. O plano azul claro representa seu corpo e as linhas de cor azul escuro suas patas, sendo que as bolinhas marcam as origens dos sistemas definidos em cada uma delas. O plano amarelo determina o chão. O sistema de coordenadas da tela do simulador corresponde ao sistema $X_c \times Y_c \times Z_c$ do robô e, portanto, sua origem coincide com o centro do corpo do robô. Para uma melhor visualização da orientação da figura, vale a pena mencionar que a pata mais a direita na imagem é a pata 1.

4.2.1 Simulação de caminhada do robô

A configuração inicial das patas do robô consta na Tabela 4.1. A pata 1 é a iniciadora do movimento, ou seja, ela é quem primeiro executa a trajetória balística de avanço. A seqüência do movimento ocorre com o avanço das patas 3, 2 e 4, nesta ordem, determinando assim as quatro etapas de um ciclo de caminhada. Em seguida, o ciclo recomeça com o avanço da pata 1 (Fig. 4.2). A distância do avanço do passo, isto é, o parâmetro c do gerador de trajetória, foi definido como sendo 12 *cm*. A altura de referência do corpo do robô a ser seguida pelo filtro equivale a 16 *cm*. Não se procedeu nenhum ajuste fino dos parâmetros do FK. Os valores utilizados para as variâncias dos ruídos foram: $\sigma_w^2 = 0,001$, $\sigma_v^2 = 0,00000001$, $\sigma_r^2 = 0,00000001$ e $\sigma_s^2 = 0,001$.

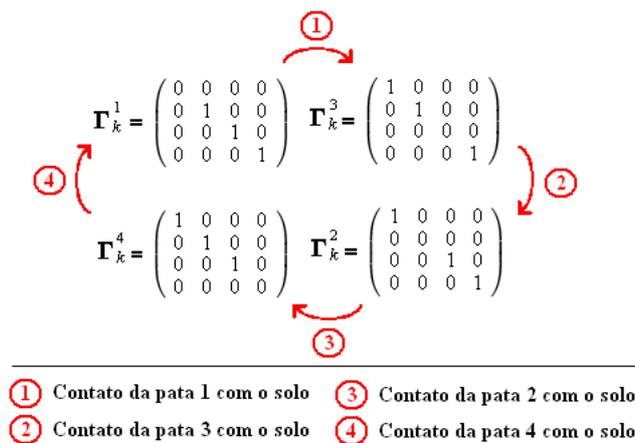


Figura 4.2: Representação matricial das quatro etapas de um ciclo de caminhada.

Tabela 4.1: Ângulos iniciais das juntas do robô para simulação da caminhada.

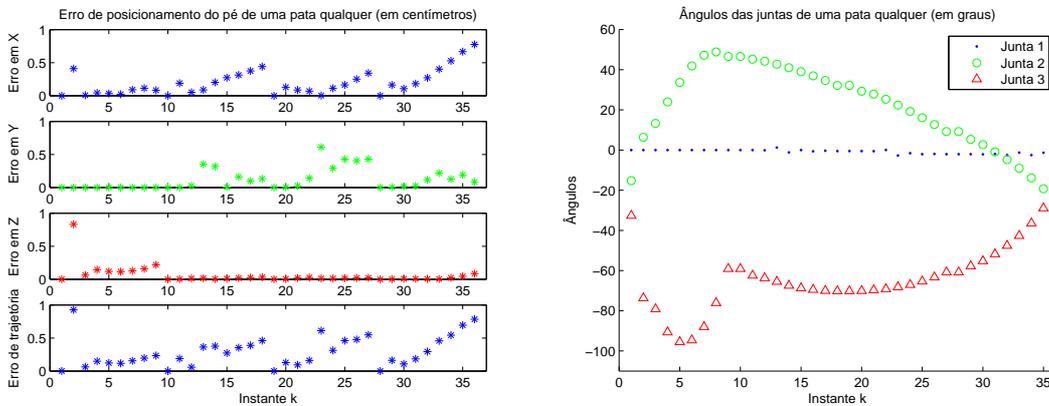
	Pata 1	Pata 2	Pata 3	Pata 4
θ_1	0°	0°	0°	0°
θ_2	$45,6418^\circ$	$14,6333^\circ$	$-15,2521^\circ$	$35,4833^\circ$
θ_3	$-57,7771^\circ$	$-62,3665^\circ$	$-32,6185^\circ$	$-66,0620^\circ$

Recordando que o objetivo do otimizador é minimizar a função de custo $V(\mathbf{q}_k) = \|\boldsymbol{\xi}_k^* - \mathbf{g}(\mathbf{q}_k, \boldsymbol{\lambda})\|^2$, é prudente fazer a análise com base nos gráficos relacionados ao erro de posicionamento do pé. Nestes gráficos, o erro em X indica o módulo da diferença entre a coordenada x do vetor de posição do pé em um dado instante e a coordenada x do vetor de posição desejada para este pé. Do mesmo modo, o erro em Y indica o módulo da diferença entre as coordenadas y desses vetores e o erro em Z o módulo da diferença entre as coordenadas z . Já o erro de trajetória fornece a distância entre a posição do pé e o ponto desejado para ele naquele instante, isto é, $\|\boldsymbol{\xi}_k^* - \mathbf{g}(\mathbf{q}_k, \boldsymbol{\lambda})\|$.

A Figura 4.3(a) mostra o erro para uma das patas durante um ciclo completo da caminhada. A simulação ocorreu no intervalo de tempo $1 \leq k \leq 36$, $k \in \mathcal{Z}$, sendo:

- $1 \leq k \leq 9 \rightarrow$ Movimento balístico da pata.
- $10 \leq k \leq 36 \rightarrow$ Pata em contato com o chão.

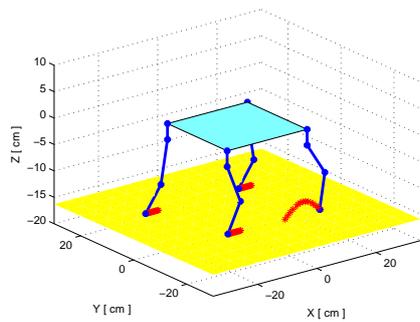
Observa-se, primeiramente, que a cada quarto de ciclo ($k = 1, 10, 19, 28$), o erro é nulo. Isso se justifica pelo fato de estes serem os instantes em que o gerador de trajetória determina os pontos desejados para o pé no próximo quarto de ciclo. Como a trajetória é definida a partir da posição em que o pé se encontra, não há diferença alguma entre esta posição e a desejada para ele neste instante. Além disso, fica evidente pela figura que o erro na coordenada Z é mais significativo durante o movimento balístico da pata, sendo praticamente nulo no caso de a pata estar em contato com o chão. Tal resultado era esperado, uma vez que o filtro tende a manter constante a altura do corpo do robô, forçando uma restrição às patas que



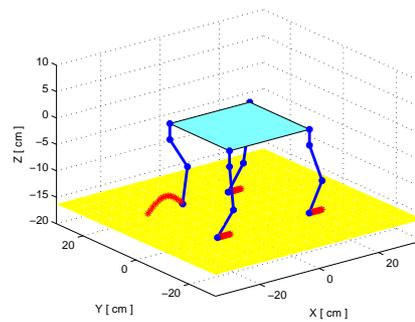
(a) Erro de posicionamento do pé.

(b) Ângulos das juntas da pata.

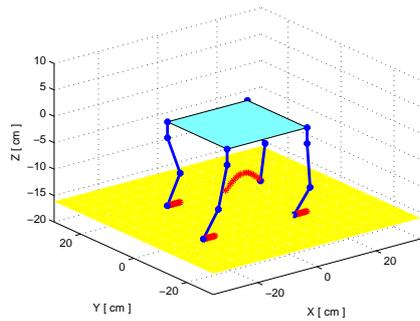
Figura 4.3: Dados coletados durante um ciclo da caminhada do robô.



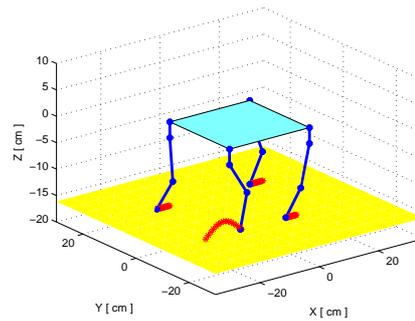
(a) Movimento balístico da pata 1.



(b) Movimento balístico da pata 3.



(c) Movimento balístico da pata 2.



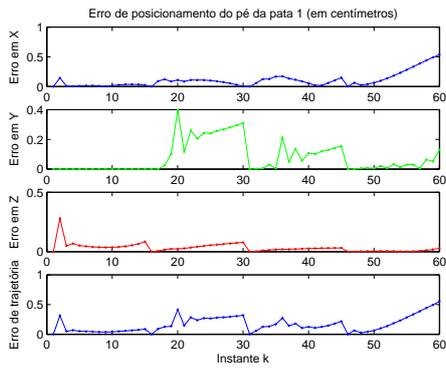
(d) Movimento balístico da pata 4.

Figura 4.4: Seqüência de movimentos de um ciclo de caminhada.

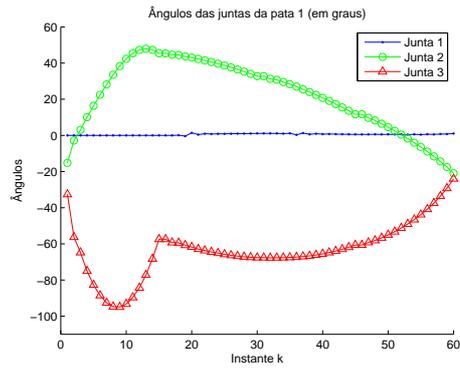
estão no chão. Como estas patas e a pata em movimento balístico são correlacionadas, há uma pequena interferência entre elas, de modo que o erro é determinado pelo movimento conjunto das quatro patas. O erro na coordenada Y se mantém baixo durante o primeiro quarto de ciclo e cresce um pouco nos outros três. Já o erro na coordenada X apresenta uma tendência de crescimento à medida em que a pata permanece mais tempo no chão. Conseqüentemente, deve-se evitar passos muito longos durante o deslocamento do robô, pois isto faria com que o erro de posicionamento dos pés em contato com o chão aumentasse. Por fim, o erro de trajetória não ultrapassa o valor de $1,0\text{ cm}$. Este comportamento reflete a boa precisão alcançada pelo otimizador, visto que uma pata possui $18,5\text{ cm}$ de comprimento. Vale ressaltar também que o tempo total gasto pelo *MatLab*[®] para executar o cálculo das variáveis de junta durante toda a simulação foi de aproximadamente $0,48\text{ ms}$.

Observando agora a evolução dos ângulos das juntas de uma das patas durante um ciclo completo da caminhada (Fig. 4.3(b)), percebe-se claramente a distinção entre o quarto de ciclo do movimento balístico, caracterizado por grandes variações de ângulo de um instante para o outro, e os três quartos de ciclo do contato da pata com o chão, caracterizado por pequenas variações de ângulo de um instante para o outro. Além do mais, em virtude da simulação corresponder a um deslocamento do robô em linha reta, o ângulo da junta 1 se mantém próximo de zero ao longo de todo o intervalo de tempo analisado.

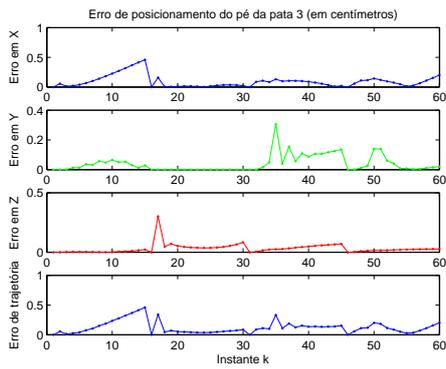
Com o intuito de analisar a dinâmica da alternância de movimento entre as patas, simulou-se novamente a caminhada do quadrúpede; porém, desta vez, foram coletados os dados para as quatro patas. A Figura 4.4 exibe as quatro etapas do ciclo de caminhada do robô geradas no simulador. As linhas em vermelho correspondem à trajetória seguida pelos pés.



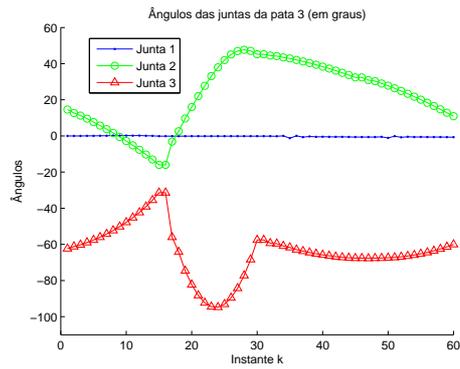
(a) Pata 1



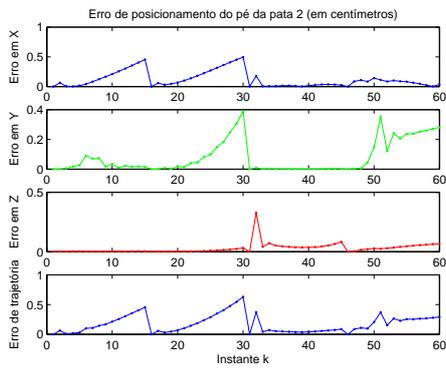
(b) Pata 1



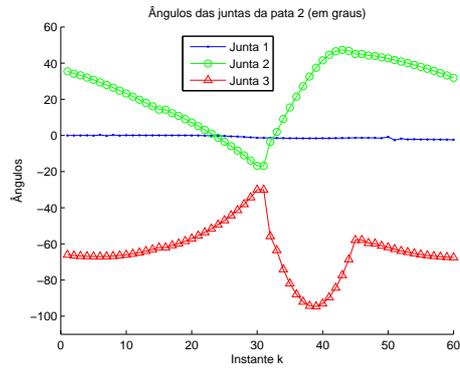
(c) Pata 3



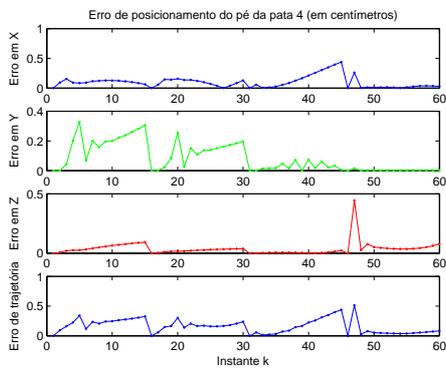
(d) Pata 3



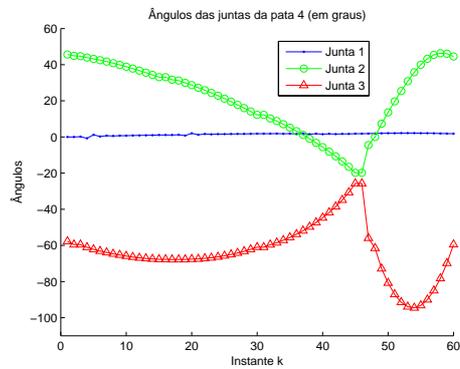
(e) Pata 2



(f) Pata 2



(g) Pata 4



(h) Pata 4

Figura 4.5: Dados coletados durante um ciclo da caminhada do robô.

Tabela 4.2: Ângulos iniciais das juntas do robô para simulação da marcha.

	Pata 1	Pata 2	Pata 3	Pata 4
θ_1	0°	0°	0°	0°
θ_2	$45,0000^\circ$	$-14,5703^\circ$	$-32,3205^\circ$	$45,0000^\circ$
θ_3	$-45,0000^\circ$	$-14,5703^\circ$	$-32,3205^\circ$	$-45,0000^\circ$

A Figura 4.5 fornece os erros de posicionamento e os ângulos das juntas para as quatro patas. A simulação ocorreu no intervalo de tempo $1 \leq k \leq 60$, $k \in \mathbb{Z}$, sendo:

- $1 \leq k \leq 15 \rightarrow$ Movimento balístico da pata 1.
- $16 \leq k \leq 31 \rightarrow$ Movimento balístico da pata 3.
- $32 \leq k \leq 45 \rightarrow$ Movimento balístico da pata 2.
- $46 \leq k \leq 60 \rightarrow$ Movimento balístico da pata 4.

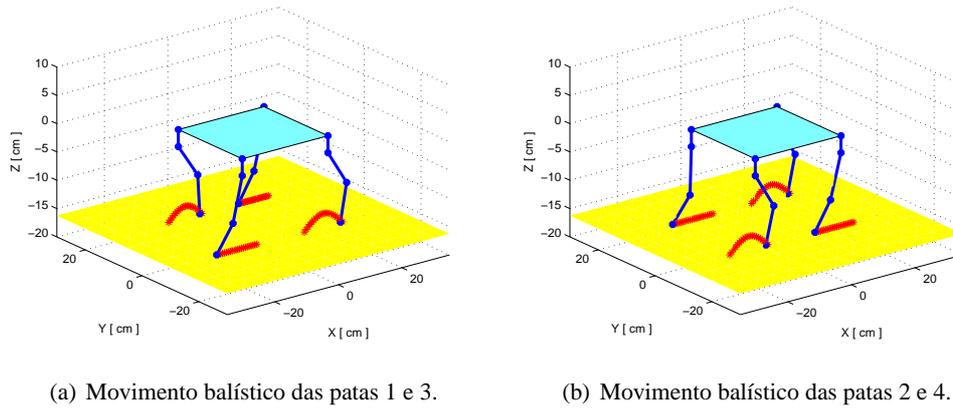
A observação dos gráficos da Figura 4.5 leva-nos a concluir que, para uma caminhada em linha reta sem a presença de obstáculos, as características dos movimentos das patas são quase idênticas, havendo apenas um deslocamento de fases nos dados obtidos. No mais, quando uma pata toca o solo, uma seguinte entra em movimento balístico, não existindo, portanto, uma fase com as quatro patas no chão.

4.2.2 Simulação de marcha do robô

A configuração inicial das patas do robô consta na Tabela 4.2. As patas 1 e 3 são as iniciadoras do movimento, ou seja, elas avançam primeiramente. A seqüência do movimento ocorre com o avanço das patas 2 e 4, recomeçando o ciclo com o avanço das patas 1 e 3. Logo, neste tipo de locomoção, só há duas etapas distintas para o movimento (Fig. 4.6). Os parâmetros da simulação e do FK foram mantidos os mesmos.

$$\begin{array}{c}
 \textcircled{1} \\
 \curvearrowright \\
 \mathbf{\Gamma}_k^{1,3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{\Gamma}_k^{2,4} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \curvearrowleft \\
 \textcircled{2} \\
 \hline
 \textcircled{1} \text{ Contato das patas 1 e 3 com o solo} \\
 \textcircled{2} \text{ Contato das patas 2 e 4 com o solo}
 \end{array}$$

Figura 4.6: Representação matricial das duas etapas de um ciclo de marcha.



(a) Movimento balístico das patas 1 e 3.

(b) Movimento balístico das patas 2 e 4.

Figura 4.7: Sequência de movimentos de um ciclo de marcha.

A Figura 4.7 exibe as duas únicas etapas do ciclo de marcha do robô e a Figura 4.8 fornece os erros de posicionamento e os ângulos das juntas para as quatro patas. A simulação ocorreu no intervalo de tempo $1 \leq k \leq 30$, $k \in \mathcal{Z}$, sendo:

- $1 \leq k \leq 15 \rightarrow$ Movimento balístico das patas 1 e 3.
- $16 \leq k \leq 30 \rightarrow$ Movimento balístico das patas 2 e 4.

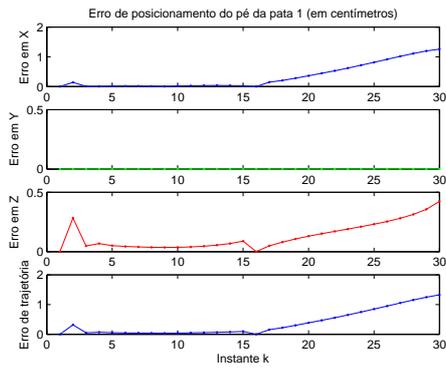
Pelos gráficos (Fig. 4.8), observa-se mais uma vez o deslocamento de fase dos dados. Neste caso, a defasagem ocorre aos pares (1-3 e 2-4), como era esperado. Além disso, pode-se perceber a grande semelhança entre os gráficos das patas 1 e 3, bem como das patas 2 e 4. No que concerne à análise dos erros, vê-se claramente que, durante o movimento balístico, as coordenadas X e Y apresentam erros muito pequenos. Portanto, novamente verifica-se que o erro da coordenada Z é o mais significativo quando a pata está no ar. Para o período em que a pata está em contato com o chão, nota-se um crescente aumento do erro nas coordenadas X e Z com o passar do tempo, sendo o erro em X mais significativo. Os erros de trajetória não ultrapassaram $2,0 \text{ cm}$. O fato de o erro em Y se manter quase nulo o tempo todo indica que este tipo de locomoção tenderá a manter a direção retilínea do movimento do corpo do robô com maior facilidade. O tempo total gasto pelo *MatLab*[®] para executar o cálculo das variáveis nesta simulação foi $0,44 \text{ ms}$.

4.3 EXECUÇÃO NO ROBÔ REAL

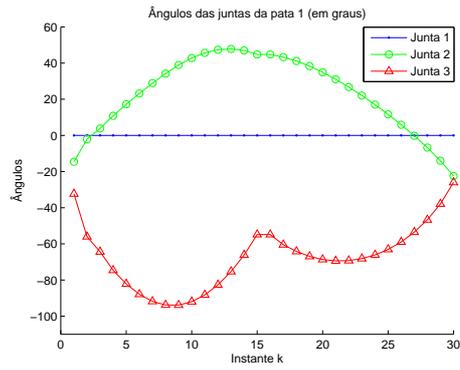
O simulador descrito na seção 4.2 também é capaz de armazenar todos os valores das variáveis de junta calculados durante a simulação. Isso permitiu que os movimentos simulados fossem executados diretamente no robô real.

Tabela 4.3: Dimensões físicas do robô.

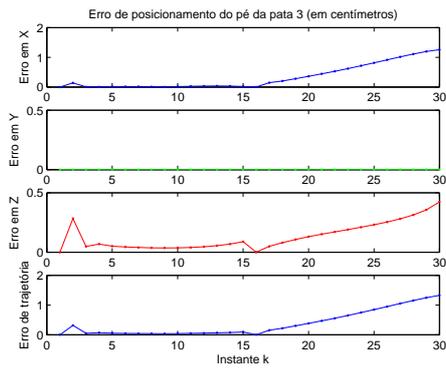
L_1	L_2	L_3	W_1	W_2
3,0 cm	8,5 cm	7,0 cm	27 cm	22,5 cm



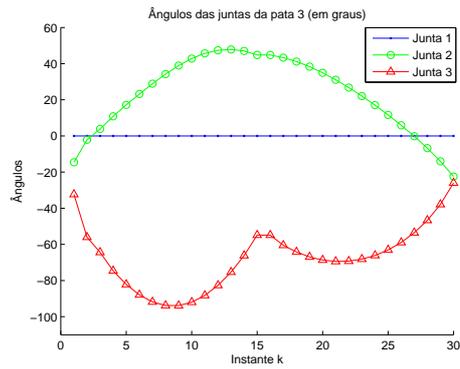
(a) Pata 1



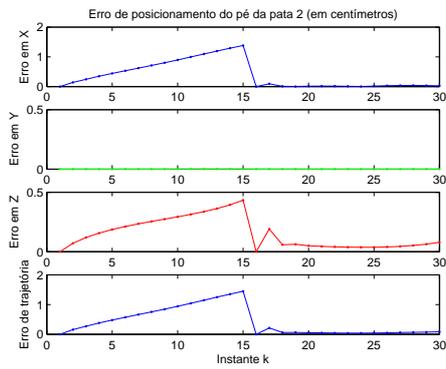
(b) Pata 1



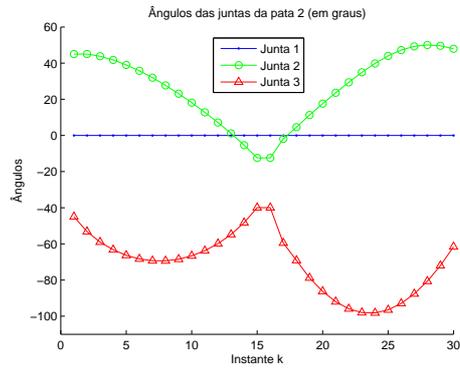
(c) Pata 3



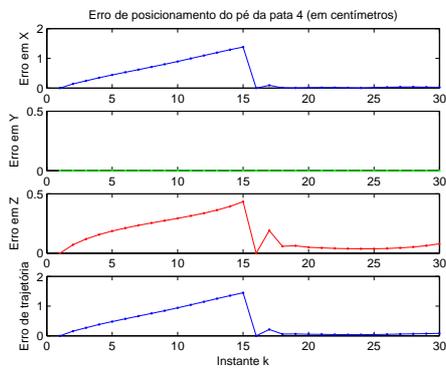
(d) Pata 3



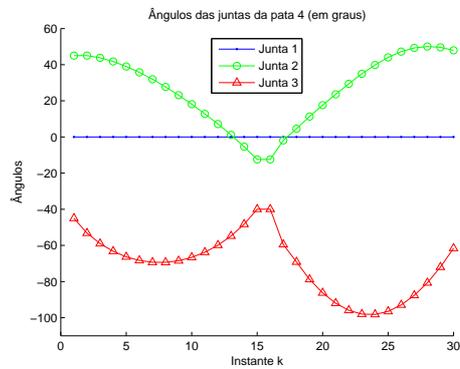
(e) Pata 2



(f) Pata 2



(g) Pata 4



(h) Pata 4

Figura 4.8: Dados coletados durante um ciclo da marcha do robô.

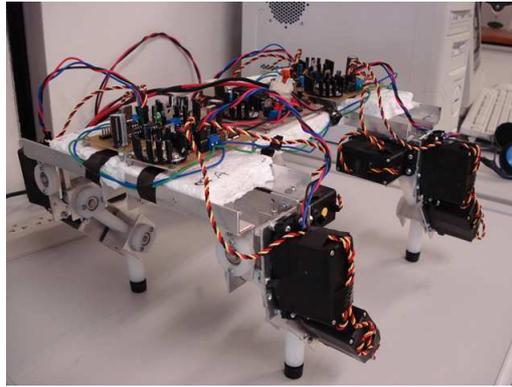


Figura 4.9: Foto do robô quadrúpede.

A Figura 4.9 mostra uma foto do robô real que foi utilizado para os testes de caminhada e marcha no deslocamento do quadrúpede. A Tabela 4.3 exibe os tamanhos dos segmentos das patas e os valores medidos para a largura e o comprimento do corpo do robô. Deve ser observado que as quatro patas do robô possuem as mesmas dimensões e, portanto,

$$L_{1,i} = L_{2,i} = L_{3,i} = L_{4,i} = L_i \quad (i = 1, 2, 3). \quad (4.1)$$

O experimento foi realizado no próprio chão do laboratório em um dia normal de trabalho, ou seja, o piso não recebeu nenhum tratamento especial para melhorar as condições de movimento do robô. Assim, as características do piso não eram necessariamente as mais adequadas para a aderência dos pés ao solo, permitindo pequenos deslizamentos durante a locomoção.

As tentativas de locomoção por caminhada falharam, uma vez que o robô apresentou enorme dificuldade de movimento. Acredita-se que o robô não conseguiu manter-se em equilíbrio apenas com três patas no solo. Ao cair, a pata que estava em movimento balístico tocava o solo, dificultando seu avanço. Conseqüentemente, a locomoção ocorria na forma de rastejo das patas e o robô não realizava um deslocamento frontal significativo.

Já os testes referentes à seqüência de movimentos da marcha revelaram que este tipo de locomoção é mais adequado para o robô em estudo. O deslocamento ocorreu com sucesso, apesar de ter sido detectado um pequeno desvio de trajetória do corpo ao longo do tempo. Tal desvio não representa um grande problema, visto que poderá ser corrigido com a implementação de sensores e um controle de navegação.

Os vídeos dos testes realizados constam no CD anexo.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, a cinemática inversa de um robô quadrúpede, considerando as restrições associadas ao contato das patas com o solo, foi resolvida com o uso de filtragem estocástica, gerando um modelo completo e compacto. Até onde os autores têm conhecimento, a metodologia aplicada não é encontrada na literatura, notadamente no que tange ao uso do filtro de Kalman como otimizador na geração de movimentos de robôs. Mesmo assim, a técnica apresentada aqui revelou-se eficiente na resolução do problema. Além disso, o modelo proposto lida com as restrições de forma simples e elegante, o que não é possível através das formulações usuais com a matriz pseudo-inversa do Jacobiano. O filtro de Kalman permitiu que a pata em movimento balístico seguisse a trajetória desejada e as patas em contato com o solo respeitassem as restrições impostas por esta condição, apresentando erros relativamente pequenos, conforme observado em simulações computacionais.

Os resultados foram testados em um robô real. A locomoção do robô foi contemplada com sucesso no deslocamento por marcha, validando a aplicação prática do modelo proposto. Contudo, não se obteve o êxito esperado nos testes de caminhada do quadrúpede. A análise do comportamento exibido neste tipo de locomoção indica que a estabilidade deve ser considerada no movimento. Isso pode ser adicionado ao modelo de duas maneiras distintas: na forma de uma restrição envolvendo o Ponto de Momento Nulo (*Zero Moment Point* - ZMP), que é o ponto sobre a superfície do chão onde as forças reativas e gravitacionais se anulam, ou por meio de uma geração apropriada de ξ_k^* , de tal modo que as trajetórias fornecidas pelo gerador sempre satisfaçam o ZMP, assegurando assim a estabilidade do robô durante sua locomoção.

Como proposta para trabalhos futuros, sugere-se o aperfeiçoamento do simulador no sentido de acrescentar inclinações e irregularidades do terreno, de modo a permitir uma melhor visualização do comportamento do robô frente aos obstáculos. Ainda em relação ao simulador, é preciso adaptar a parte do código responsável pelo cálculo das variáveis de junta para uma linguagem de programação mais adequada à implementação de um sistema embarcado no robô. Finalmente, quanto ao modelo, além do acréscimo de controle de estabilidade, propõe-se a reestruturação das equações com o intuito de reformular o problema como um sistema descritor.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ALVES, J. B. M. *Controle de Robô*. 1. ed. Campinas, Brasil: CARTGRAF, 1988.
- [2] BEKEY, G. A. *Autonomous Robots: from biological inspiration to implementation and control*. 1. ed. EUA: MIT Press, 2005.
- [3] MACHADO, J. A. T.; SILVA, M. F. An overview of legged robots. In: *International Symposium on Mathematical Methods in Engineering*. Ankara, Turquia: MME Press, 2006.
- [4] MUYBRIDGE, E. *Animals in motion: An electro-photographic investigation of consecutive phases of muscular actions*. 1. ed. Londres, Inglaterra: Chapman & Hall, 1899.
- [5] BUEHLER, M. et al. Stable open loop walking in quadruped robots with stick legs. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Detroit, EUA: IEEE Press, 1999. v. 3, p. 2348–2353.
- [6] ZIELINSKA, T.; HENG, J. Mechanical design of multifunctional quadruped. *Mechanism and Machine Theory*, v. 38, n. 5, p. 463–478, Mai. 2003.
- [7] NICHOL, J. G. et al. System design of a quadrupedal galloping machine. *The International Journal of Robotics Research*, v. 23, n. 10-11, p. 1013–1027, Out./Nov. 2004.
- [8] AL-ZAYDI, M. Y.; AMIN, S. H. M. Locomotion simulation of a quadruped robot on general level terrain. In: *IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems*. Budapeste, Hungria: IEEE Press, 1997. p. 159–164.
- [9] AL-ZAYDI, M. Y.; AMIN, S. H. M. Simulation kinematics model of a multi-legged mobile robot. In: *IEEE International Conference on Advanced Robotics*. Monterey, EUA: IEEE Press, 1997. p. 89–94.
- [10] TEE, T. et al. Mechatronics design and gait implementation of a quadruped legged robot. In: *7th International Conference on Control, Automation, Robotics And Vision*. Cingapura: IEEE Press, 2002. v. 2, p. 826–832.
- [11] WAMPLER, C. W. Manipulator inverse kinematic solutions based on vector formulations and damped least-squares methods. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, v. 16, n. 1, p. 93–101, Jan./Fev. 1986.
- [12] DEO, A.; WALKER, I. Adaptive non-linear least squares for inverse kinematics. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Atlanta, EUA: IEEE Press, 1993. v. 1, p. 186–193.
- [13] WANG, L.-C. T.; CHEN, C. C. A combined optimization method for solving the inverse kinematics-problems of mechanical manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 7, p. 489–499, Ago. 1991.
- [14] RAMDANE-CHERIF, A. et al. Kinematic inversion. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Lausanne, Suíça: IEEE Press, 2002. v. 2, p. 1904–1909.

- [15] VENKATARAMAN, S. A simple legged locomotion gait model. *Robotics and Autonomous Systems*, v. 22, n. 1, p. 75–85, Nov. 1997.
- [16] INAGAKIA, S. et al. Wave cpg model for autonomous decentralized multi-legged robot: Gait generation and walking speed control. *Robotics and Autonomous Systems*, v. 54, n. 1, p. 118–126, Jan. 2006.
- [17] GUAN, X.; ZHENG, H.; ZHANG, X. Biologically inspired quadruped robot biosbot: modeling, simulation and experiment. In: *2nd International Conference on Autonomous Robots and Agents*. Palmerston North, Nova Zelândia: ICARA, 2004. p. 261–266.
- [18] ZHANG, X.; ZHENG, H. Autonomously clearing obstacles using the biological flexor reflex in a quadrupedal robot. *Robotica*, Cambridge University Press, p. 1–7, Abr. 2007.
- [19] KIMURA, H.; FUKUOKA, Y. Adaptive dynamic walking of the quadruped on irregular terrain - autonomous adaptation using neural system model. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. São Francisco, EUA: IEEE Press, 2000. v. 1, p. 436–443.
- [20] FUKUOKA, Y.; KIMURA, H.; COHEN, A. H. Adaptive dynamic walking of a quadruped robot on irregular terrain based on biological concepts. *The International Journal of Robotics Research*, v. 22, n. 3-4, p. 187–202, Mar./Abr. 2003.
- [21] BAI, S.; LOW, K. H.; ZIELINSKA, T. Quadruped free gait generation based on the primary/secondary gait. *Robotica*, v. 17, p. 405–412, Jul. 1999.
- [22] SINGH, S. P. N.; WALDRON, K. J. A hybrid motion model for aiding state estimation in dynamic quadrupedal locomotion. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Roma, Itália: IEEE Press, 2007. p. 4337–4342.
- [23] BAI, S.; LOW, K. H.; ZIELINSKA, T. Quadruped free gait generation combined with body trajectory planning. In: *IEEE Workshop on Robot Motion and Control*. Kiekrz, Polônia: IEEE Press, 1999. p. 165–170.
- [24] GO, Y.; YIN, X.; BOWLING, A. Navigability of multi-legged robots. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 11, p. 1–8, Fev. 2006.
- [25] PAPADOPOULOS, D.; BUEHLER, M. Stable running in a quadruped robot with compliant legs. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. São Francisco, EUA: IEEE Press, 2000. v. 1, p. 444–449.
- [26] JIMENEZ, M. A.; SANTOS, P. G. de. Attitude and position control method for realistic legged vehicles. *Robotics and Autonomous Systems*, v. 18, n. 1-2, p. 345–354, Jul. 1996.
- [27] SPONG, M. W.; HUTCHINSON, S.; VIDYASAGAR, M. *Robot Modeling and Control*. 1. ed. EUA: John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [28] BUSS, S. R. Introduction to inverse kinematics with jacobian transpose, pseudoinverse and damped least squares methods. Abr. 2004. Disponível em: <<http://www.math.ucsd.edu/~sbuss/ResearchWeb/ikmethods/>>. Acesso em: 12 jul. 2007.

[29] GREWAL, M. S.; ANDREWS, A. P. *Kalman Filtering: Theory and Practice using Matlab*. 2. ed.
EUA: John Wiley & Sons, Inc., 2001.

I. DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO DO CD

O CD é composto por cinco pastas:

- Relatório
- Simulador
- Apresentacao
- Videos
- Documentos

Na pasta Relatório, há um arquivo *relatorio.pdf* que contém o texto completo deste trabalho e uma sub-pasta Latex que contém os arquivos necessários para a compilação do texto no formato Latex.

Na pasta Simulador, todos os *m-files* criados em *MatLab*[®] para o desenvolvimento do simulador estão disponíveis.

Na pasta Apresentacao, há o arquivo *slides.ppt* contendo o slides utilizados na apresentação do projeto para a banca examinadora.

Na pasta Videos, constam os dois arquivos de video que exibem os experimentos realizados no robô. O arquivo *caminhada.mpg* corresponde ao experimento da caminhada e o arquivo *marcha.mpg* ao experimento de marcha.

Na pasta Documentos, estão presentes os artigos e outros textos citados nas referências bibliográficas.