

---

---

# ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DE UM ROBÔ MÓVEL OMNIDIRECIONAL

**Carla Silva Rocha Aguiar\***  
carla.rochaguilar@bol.com.br

**Flávia Maria G.S.A. Oliveira\***  
flavia@ene.unb.br

**Geovany Araújo Borges\***  
gaborges@ene.unb.br

\*Laboratório de Controle e Visão por Computador (LCVC)  
Grupo de Instrumentação, Controle e Automação (GICA)  
Departamento de Engenharia Elétrica (ENE) - Universidade de Brasília (UnB)  
Caixa Postal 04591 - Asa Norte - Brasília - CEP 70910-900 - Brasil

---

---

## RESUMO

Esse artigo apresenta soluções para aumentar a precisão do posicionamento *dead-reckoning* de um robô omnidirecional, por meio da estimação de parâmetros, integração sensorial e redes neurais. Os métodos apresentados baseados no modelo cinemático do robô são a odometria e a girodometria, em cima das quais são investigadas algumas técnicas para a minimização do erro. A partir de dados de sensores, com incerteza associada conhecida, é realizado um procedimento de calibração a fim de estimar os parâmetros geométricos do robô omnidirecional. Desta forma, um modelo geométrico com parâmetros calibrados deve proporcionar estimativas de localização relativa mais confiáveis. Todo o desenvolvimento foi realizado para o robô Omni, de modelo cinemático relativamente complexo. Resultados experimentais com tal plataforma móvel são apresentadas a fim de validar os métodos propostos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Robótica móvel, girodometria, girodometria neural, estimação de parâmetros.

## ABSTRACT

This paper presents solutions to increase the accuracy of dead-reckoning positioning of an omnidirectional robot by using parameter identification, sensor fusion and neural networks. The methods presented, based on the kinematic model of the robot, are the odometry and the gyrodometry, in which some techniques to minimize the error are investigated. From sensors data, with their associated uncertainty,

a calibration procedure is performed to estimate the geometric parameters of the robot. Calibrated geometric parameters lead to an accurate knowledge of the relative position. All of the development was implemented for the Omni robot, which has a relatively complex kinematic model. Experimental results obtained with the mobile platform are presented to validate the proposed methods

**KEYWORDS:** Mobile robotics, gyrodometry, neural gyrodometry, parameter estimation.

## 1 INTRODUÇÃO

Uma das principais características de robôs móveis é possuírem espaço de trabalho teoricamente infinito. Como estes veículos estão sujeitos a deslizamento das rodas, mesmo se o terreno em que se encontram é plano, rígido e sem deformações, para a realização de tarefas de navegação faz-se necessário um sistema de localização confiável, com incerteza limitada. As restrições cinemáticas dos robôs a rodas são caracterizadas pelo seu modelo cinemático, escrito na forma diferencial de uma equação diferencial vetorial. Para o caso de robôs a rodas com tração diferencial, esses modelos foram bastante explorados e estudados em (Campion et al., 1996).

O modelo cinemático direto é de extrema importância para localização de robôs móveis. Na verdade, a quase totalidade dos sistemas de localização por mapas de ambiente utiliza o modelo cinemático para obter uma predição do deslocamento relativo do veículo. Isto é feito por meio da inte-

gração do modelo cinemático, que é alimentado por dados provenientes de sensores proprioceptivos. Os sensores proprioceptivos, tais como codificadores ópticos incrementais, fornecerem medições de direcionamento e velocidade das rodas, obtendo-se então a chamada odometria.

Devido a simplificações no modelo cinemático e à imprecisão do modelo geométrico do robô, o erro na estimação de posição por odometria aumenta indefinidamente com o deslocamento do robô. Por isso, diversos estudos propõem métodos que tornem esta estimativa mais precisa. A influência de incertezas provenientes do modelo cinemático é estudada por (Borenstein and Feng, 1995; Chong and Klee-man, 1997), com algumas propostas de como reduzir o erro de estimação. Em (Borenstein and Feng, 1995) é proposto um método de calibração prévia visando a correção do erro devido à imprecisão do modelo geométrico do robô. A fusão com outros sensores proprioceptivos já foi abordada por Chung (Chung et al., 2001) com giroscópio laser e Vaganay (Vaganay et al., 1993) com acelerômetros. O emprego de sensores de movimento mais complexos também é uma alternativa, como em (Wagner and Hemerly, 2004) que utiliza fluxo óptico com visão monocular.

Em (Aragones et al., 2002) foi realizado um estudo sobre meios de melhorar a precisão do posicionamento de um robô omnidirecional, o robô Omni. Foram realizados estudos de melhoria da odometria por identificação de parâmetros e por minimização dos esforços articulares do robô, que podem aumentar a derrapagem do mesmo. Neste artigo é apresentada uma extensão de (Aragones et al., 2002), com foco em estimação de parâmetros e integração sensorial. São derivados métodos baseados no modelo cinemático do robô que são a odometria e girodometria, em cima dos quais são investigadas algumas técnicas para a minimização do erro. É verificada a possibilidade de ajustar os parâmetros dos diferentes métodos utilizando apenas medições de velocidade angular providas por um giroscópio a laser de grande precisão. Sendo o custo deste sensor bastante excessivo, este artigo sugere técnicas que podem ser usadas uma única vez para determinar os parâmetros do modelo geométrico. Realizada esta etapa, o giroscópio laser não se faz mais necessário, podendo então ser usado na calibração de outros robôs. Todo o desenvolvimento foi realizado para o robô Omni, de modelo cinemático relativamente complexo, mas pode ser estendido para outros robôs. Um outra alternativa verificada é o uso de uma rede neural para imitar o funcionamento do giroscópio.

O artigo está organizado da seguinte maneira. Na Seção 2 é apresentado o modelo cinemático do robô Omni, com derivação da odometria e girodometria. Na seção 3 são apresentados os métodos de redução do erro, focados na estimação de parâmetros geométricos do robô e no uso de girodometria com uma rede neural. Os resultados são discutidos na Seção 4, seguidos das conclusões na Seção 5.



Figura 1: Robô Omni.

## 2 A PLATAFORMA MÓVEL OMNI

O robô Omni é um veículo de 350 *Kg*, desenvolvido no LIRMM (le Corre, 1998), em Montpellier, França, para fins de pesquisa em robótica móvel. Este robô é composto de três rodas orientáveis e tracionáveis de forma independente, resultando em seis eixos articulares, como mostrado na Figura 1. Essa configuração faz com que menos restrições sejam impostas na planificação de trajetórias, quando comparadas a uma plataforma clássica, composta por duas rodas diferenciais. Sua arquitetura de hardware é controlada por um computador IBM-PC Pentium™ II 300 MHz. A interface com os sensores e atuadores é feita por meio de placas de E/S e comunicação serial de alta velocidade (12 Mbps). Ele é equipado com os seguintes sensores:

- Sensores proprioceptivos: (i) seis encoders ópticos incrementais, utilizados para medir a rotação de cada um dos motores, (ii) três codificadores ópticos absolutos, utilizados para medir os ângulos de orientação de cada roda e (iii) um girômetro a laser de alta precisão com deriva inferior a  $45^\circ/h$ .
- Sensores exteroceptivos: um radar a laser, fabricado por IBEO Lasertechnik, com o alcance máximo de 30 *m* e precisão de 0,05 *m*. Este sensor permite o rastreo em uma região de  $270^\circ$  com uma resolução de  $0.6^\circ$  a oito imagens por segundo, permitindo assim imagens de profundidade 2-D do ambiente.

### 2.1 Modelagem Cinemática

A modelagem cinemática permite identificar as relações existentes entre variações das variáveis de configuração  $q$  no espaço articular do robô, e variações de sua pose  $z = (x, y, \theta)$  dentro do espaço cartesiano de trabalho. Na pose  $z$ ,  $(x, y)$  representa a posição e  $\theta$  a orientação do robô. Para modelar as equações cinemáticas que descrevem o robô Omni, considera-se que há somente a rolagem das rodas, ou seja, desconsidera-se o deslizamento na região de contato entre a roda e o solo. Os parâmetros geométricos envolvidos

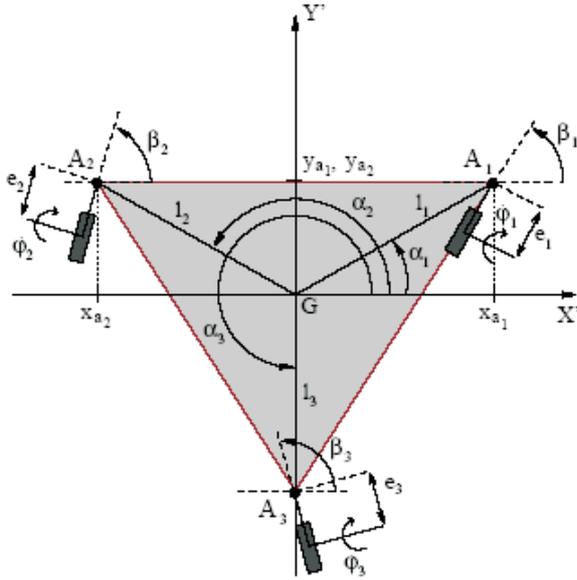


Figura 2: Parâmetros geométricos do robô Omni.

no modelo cinemático são mostrados na Figura 2. Para a  $i$ -ésima roda, os parâmetros geométricos são o seu raio  $r_i$ , o seu descentramento  $e_i$  e as coordenadas  $(x_{A_i}, y_{A_i})$  do eixo de direção da roda  $A_i$  no plano bidimensional do robô. Sua configuração é descrita pelo seu ângulo de direção  $\beta_i$  e o seu ângulo de postura  $\varphi_i$ . Assim, considerando o mecanismo com os três eixos, esses parâmetros são armazenados no vetor  $\lambda$ . As restrições cinemáticas dadas pela  $i$ -ésima roda  $i$  são representadas pelas seguintes equações (Campion et al., 1996):

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta}_i \\ \dot{\varphi}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\beta_i)/e_i & \cos(\beta_i)/e_i \\ \cos(\beta_i)/r_i & \sin(\beta_i)/r_i \end{pmatrix} \cdot \mathbf{R}(\theta) \dot{\mathbf{z}}, \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} x_{A_i} \cos(\beta_i) + y_{A_i} \sin(\beta_i) - e_i \\ x_{A_i} \sin(\beta_i) - y_{A_i} \cos(\beta_i) \end{pmatrix} / r_i$$

com  $\mathbf{R}(\theta)$  sendo a matrix de rotação

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$\mathbf{R}(\theta)$  é quadrada e ortogonal. Portanto,  $\mathbf{R}^T(\theta) = \mathbf{R}^{-1}(\theta)$ .

Se for considerado o conjunto de restrições cinemáticas da equação (1) para as três rodas, obtém-se o modelo cinemático inverso

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}, \lambda, \theta) \cdot \dot{\mathbf{z}} \quad (3)$$

As variáveis de configuração são representadas por

$$\mathbf{q} = (\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3)^T \quad (4)$$

e os parâmetros do modelo geométrico

$$\lambda = \begin{pmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{r} \\ \mathbf{x}_A \\ \mathbf{y}_A \end{pmatrix}, \text{ com } \begin{cases} \mathbf{e} = (e_1, e_2, e_3)^T \\ \mathbf{r} = (r_1, r_2, r_3)^T \\ \mathbf{x}_A = (x_{A_1}, x_{A_2}, x_{A_3})^T \\ \mathbf{y}_A = (y_{A_1}, y_{A_2}, y_{A_3})^T \end{cases} \quad (5)$$

Na equação (3), é a matriz Jacobiana de dimensão  $6 \times 3$  pode ser fatorada como

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}, \lambda, \theta) = \mathbf{S}(\mathbf{q}, \lambda) \cdot \mathbf{R}(\theta) \quad (6)$$

com

$$\mathbf{S}(\mathbf{q}, \lambda) = \begin{pmatrix} -\frac{\sin(\beta_1)}{e_1} & \frac{\cos(\beta_1)}{e_1} & \frac{l \cos(\beta_1 - \alpha_1)}{e_1} - 1 \\ -\frac{\sin(\beta_2)}{e_2} & \frac{\cos(\beta_2)}{e_2} & \frac{l \cos(\beta_2 - \alpha_2)}{e_2} - 1 \\ -\frac{\sin(\beta_3)}{e_3} & \frac{\cos(\beta_3)}{e_3} & \frac{l \cos(\beta_3 - \alpha_3)}{e_3} - 1 \\ \frac{\cos(\beta_1)}{r_1} & \frac{\sin(\beta_1)}{r_1} & \frac{l \sin(\beta_1 - \alpha_1)}{r_1} \\ \frac{\cos(\beta_2)}{r_2} & \frac{\sin(\beta_2)}{r_2} & \frac{l \sin(\beta_2 - \alpha_2)}{r_2} \\ \frac{\cos(\beta_3)}{r_3} & \frac{\sin(\beta_3)}{r_3} & \frac{l \sin(\beta_3 - \alpha_3)}{r_3} \end{pmatrix} \quad (7)$$

No caso do robô Omni, a matriz  $\mathbf{S}(\mathbf{q}, \lambda)$  possui posto 3 (Campion et al., 1996), resultando que a pseudo-inversa de Moore-Penrose da matriz  $\mathbf{J}(\mathbf{q}, \lambda, \theta)$  existe e é calculável (Kailath, 1980):

$$\begin{aligned} \mathbf{J}^\dagger(\mathbf{q}, \lambda, \theta) &= [\mathbf{J}^T(\mathbf{q}, \lambda, \theta) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{q}, \lambda, \theta)]^{-1} \mathbf{J}^T(\mathbf{q}, \lambda, \theta) \\ &= \mathbf{R}^T(\theta) \cdot \mathbf{S}^\dagger(\mathbf{q}, \lambda), \end{aligned} \quad (9)$$

em que  $\dagger$  simboliza a pseudo-inversa de Moore-Penrose. A equação (9) foi obtida a partir das propriedades da matriz  $\mathbf{R}(\theta)$ . Disposto deste resultado, o modelo cinemático direto é dado por

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{J}^\dagger(\mathbf{q}, \lambda, \theta) \dot{\mathbf{q}}. \quad (10)$$

Um aspecto peculiar dos robôs móveis omnidirecionais é que  $\dot{\mathbf{z}}$  é a solução no sentido dos mínimos quadrados de um sistema de 6 equações e 3 incógnitas, dada pelo modelo cinemático inverso (3). No mais, se outra solução  $\dot{\mathbf{z}}^*$  existir, ela satisfaz a (Nashed, 1976)

$$\|\dot{\mathbf{z}}^*\|^2 = \|\dot{\mathbf{z}}\|^2 + \left\| (\mathbf{I}_3 - \mathbf{J}^\dagger(\mathbf{q}, \lambda, \theta) \mathbf{J}(\mathbf{q}, \lambda, \theta)) \cdot \dot{\mathbf{z}} \right\|^2, \quad (11)$$

em que  $\|\cdot\|$  representa o módulo vetorial. Isto significa, que  $\dot{\mathbf{z}}$  é a solução de norma mínima do modelo cinemático inverso.

## 2.2 Odometria

A odometria é uma técnica de estimação de posicionamento relativo de robôs móveis baseado apenas em medidas de mudança de configuração do espaço articular. Para veículos com configuração de tração diferencial, a maior parte dos modelos se baseiam na integração discreta do modelo cinemático (Borenstein and Feng, 1995). Existem modelos mais

complexos, como em (Wang, 1988) que aproxima o movimento do robô por arcos de círculos. Já para robôs omnidirecionais, a maior parte das incertezas vêm do pouco conhecimento dos parâmetros geométricos e de derrapagem, sendo a odometria obtida por integração do modelo cinemático direto (Borenstein and Evans, 1997). Assim, para obter uma estimativa da posição  $\hat{\mathbf{z}}_k$  devido à variação de configuração  $\Delta \mathbf{q}_k = \mathbf{q}_k - \mathbf{q}_{k-1}$  entre os instantes discretos  $k-1$  e  $k$ , é usada integração de Euler do modelo cinemático direto (10):

$$\hat{\mathbf{z}}_k = \hat{\mathbf{z}}_{k-1} + \mathbf{J}^\dagger(\mathbf{q}_{k-1}, \boldsymbol{\lambda}, \hat{\theta}_{k-1}) \cdot \Delta \mathbf{q}_k. \quad (12)$$

O modelo odométrico supõe que estão satisfeitas as seguintes hipóteses:

- A configuração do robô é exatamente igual àquela apresentada na Figura 2;
- A discretização considera nulas as componentes de ordem superior do modelo cinemático;
- As rodas não derrapam durante o deslocamento do robô, sendo seu contato considerado pontual;
- O solo no qual o robô navega é perfeitamente plano;
- Os parâmetros  $\boldsymbol{\lambda}$  são exatamente conhecidos.

O não cumprimento destas hipóteses contribui para um aumento sem limite do erro de posicionamento por odometria. Infelizmente em sistemas reais todas essas hipóteses não são satisfeitas.

## 2.3 Girodometria

Uma variável que contribui de forma importante para o erro crescente na odometria é a orientação do robô  $\theta$ . De fato, como as componentes de  $\mathbf{J}^\dagger(\mathbf{q}_{k-1}, \boldsymbol{\lambda}, \hat{\theta}_{k-1})$  são fortemente não-lineares e dependentes da matriz  $\mathbf{R}$ , erros na estimação de  $\hat{\theta}_{k-1}$  são re-integrados na estimativa  $\hat{\theta}_k$ . Uma forma de reduzir este erro consiste em empregar um sensor independente para medir esta variável, como é o caso dos giroscópios. E se o giroscópio for a laser, como no caso do robô Omni, a incerteza associada a  $\hat{\theta}_k$  será enormemente reduzida. Com um giroscópio,  $\hat{\theta}_k$  seria obtida por

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + T_s \omega_k \quad (13)$$

com  $\omega_k$  sendo a medida de velocidade angular medida com o giroscópio no eixo perpendicular ao plano de movimento do robô, e  $T_s$  é o período de amostragem. Dispondo de (13), as relações de odometria podem ser manipuladas, de forma que  $\hat{\theta}_k$  seja considerada como uma entrada, tal como  $\mathbf{q}_{k-1}$ . A técnica resultante é chamada de Girodometria. Pode-se observar que o modelo cinemático inverso (3) pode ser escrito

como

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_\xi(\mathbf{q}, \boldsymbol{\lambda}) & \mathbf{S}_\theta(\mathbf{q}, \boldsymbol{\lambda}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_\xi(\theta) \cdot \dot{\xi} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$= \mathbf{S}_\xi(\mathbf{q}) \mathbf{R}_\xi(\theta) \dot{\xi} + \mathbf{S}_\theta(\mathbf{q}) \dot{\theta}, \quad (15)$$

com  $\mathbf{S}_\xi$  sendo a matriz formada pelas duas primeiras colunas de  $\mathbf{S}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\lambda})$ ,  $\mathbf{S}_\theta$  corresponde à terceira coluna de  $\mathbf{S}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\lambda})$ ,  $\xi = (x, y)^T$  e

$$\mathbf{R}_\xi(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}. \quad (16)$$

sendo uma matriz ortogonal. A cinemática direta pode então ser descrita como

$$\dot{\xi} = \mathbf{J}_\xi^\dagger(\mathbf{q}, \theta) (\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{S}_\theta(\mathbf{q}) \dot{\theta}). \quad (17)$$

com  $\mathbf{J}_\xi(\mathbf{q}, \theta) = \mathbf{S}_\xi(\mathbf{q}) \mathbf{R}_\xi(\theta)$ . Por um procedimento de linearização equivalente ao aplicado para a odometria, obtém-se as fórmulas (13) e (18) para a girodometria:

$$\xi_k = \xi_{k-1} + \mathbf{J}_\xi^\dagger(\mathbf{q}_{k-1}, \theta_{k-1}) (\Delta \mathbf{q}_k - \mathbf{S}_\theta(\mathbf{q}) T_s \omega_k). \quad (18)$$

## 3 TÉCNICAS PARA REDUÇÃO DE ERRO

### 3.1 Estimação de parâmetros

#### 3.1.1 Gradiente descendente

A primeira abordagem investigada para redução de erro do modelo odométrico consiste em realizar estimação dos parâmetros geométricos  $\boldsymbol{\lambda}$ . Para tanto, foram usadas medidas  $\omega_k$  providas pelo giroscópio laser do Omni. Um estudo similar foi realizado por (von der Hardt et al., 1998). Uma forma de realizar este procedimento de estimação consiste em definir o problema como o da minimização do erro médio quadrático

$$V(\boldsymbol{\lambda}, W) = \frac{1}{K-1} \sum_{k=2}^K (\omega_k - \hat{\omega}_k(\boldsymbol{\lambda}))^2, \quad (19)$$

com  $W = \{\omega_k\}$ ,  $k = 2, \dots, K$ , sendo o conjunto de medições do giroscópio,  $\hat{\omega}_k$  sendo o modelo de previsão da velocidade angular

$$\hat{\omega}_k(\boldsymbol{\lambda}) = \frac{\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{J}^\dagger(\mathbf{q}_{k-1}, \boldsymbol{\lambda}, \hat{\theta}_{k-1}) \Delta \mathbf{q}_k}{T_s}, \quad (20)$$

com  $\boldsymbol{\kappa} = (0 \ 0 \ 1)^T$  e  $\hat{\theta}_{k-1}$  sendo fornecido pelo modelo (13). Apesar de  $\mathbf{J}^\dagger$  depender de  $\hat{\theta}_{k-1}$ , essa variável não tem nenhuma influência nas medições, dado o vetor  $\boldsymbol{\kappa}$ . Assim,  $\hat{\theta}_{k-1}$  pode ser fornecida tanto por odometria como pelo giroscópio que não haverá diferença no resultado do modelo (20). Sendo este um problema de estimação não-linear,  $V(\boldsymbol{\lambda})$  pode ser minimizada iterativamente através da técnica do gradiente descendente:

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}}_n = \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{n-1} - \eta \frac{\partial V(\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{n-1})}{\partial \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{n-1}}, \quad (21)$$

em que  $\eta > 0$  é uma constante e  $n$  é o número de iteração. No entanto, o método gradiente descendente poder resultar em um mínimo local de  $V(\lambda)$ . Mas baseado no modelo geométrico, cujos parâmetros têm significado físico mensurável diretamente, espera-se que se for usado  $\hat{\lambda}_0$  obtido por medidas feitas sobre o robô um mínimo local deve existir próximo de  $\hat{\lambda}_0$ . É muito provável, mas não garantido, que este mínimo local seja alcançado por meio das iterações. É certo que, do ponto de vista da redução da função de custo, seria melhor aplicar um outro método de otimização buscando alcançar o mínimo global. Entretanto, se o mínimo global estiver muito distante de  $\hat{\lambda}_0$ , alguns dos parâmetros estimados podem não ter sentido físico (e.g.,  $r_1 = -3cm$ ).

### 3.1.2 Filtro de Kalman estendido

Uma outra solução foi previamente apresentada em (Aragones et al., 2002). Ela consiste em escrever o problema sob a forma de rastreamento de parâmetros, regido pelo modelo em espaço de estados

$$\lambda_k = \lambda_{k-1}, \quad (22)$$

$$\omega_k = h_k(\lambda_k) + v_k. \quad (23)$$

Nestas equações, (22) representa o modelo de evolução de processo e (23) representa o modelo de medição, que é a velocidade angular provida pelo giroscópio. Os parâmetros  $\lambda$  são supostos constantes, de modo que nenhuma incerteza é modelada em (22). Por outro lado, as medições  $\omega_k$  têm incerteza associada, modelada pelo ruído de medição  $v_k$  suposto Gaussiano de média nula e variância  $\sigma_{v_k}^2$ . A função de medição  $h_k(\lambda_k)$  é dada pela equação (20).

A estimação dos parâmetros  $\lambda$  é feita usando um filtro de Kalman estendido, usando as equações recursivas

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_k &= \hat{\lambda}_{k-1} + \mathbf{g}_k \cdot (\omega_k - h_k(\hat{\lambda}_{k-1})), \\ \mathbf{P}_k &= \left( \mathbf{I}_{12} - \mathbf{g}_k \cdot \nabla_{\hat{\lambda}_{k-1}}^T h_k \right) \cdot \mathbf{P}_{k-1}, \end{aligned} \quad (24)$$

com  $\mathbf{P}_k$  sendo a matriz de covariâncias associada ao erro sobre  $\hat{\lambda}_k$ . O ganho de Kalman é dado por

$$\mathbf{g}_k = \frac{\mathbf{P}_{k-1} \cdot \nabla_{\hat{\lambda}_{k-1}}^T h_k}{\nabla_{\hat{\lambda}_{k-1}} h_k \cdot \mathbf{P}_{k-1} \cdot \nabla_{\hat{\lambda}_{k-1}}^T h_k + \sigma_{v_k}^2}. \quad (25)$$

Como a ordem de incerteza sobre os parâmetros é desconhecida, uma prática comum usada para minimizar o risco de divergência do filtro consiste em aumentar artificialmente a variância  $\sigma_{v_k}^2$ . Isto se justifica pelo fato de  $v_k$  representar não somente a incerteza associada à medição pelo sensor, mas também a incerteza de modelo de medição (Jazwinski, 1970). Portanto, sugere-se usar

$$\sigma_{v_k}^2 = \sigma_{\omega_k}^2 + \mu^2 \quad (26)$$

com  $\mu$  sendo um parâmetro de projeto. Com este resultado a formulação do estimador é equivalente à do algoritmo mínimos quadrados recursivos de ganho normalizado

(Ljung, 1999). Assim sendo,  $\mu$  tem grande influência na velocidade de convergência do estimador.

## 3.2 Girodometria com rede neural

Uma outra fonte de incerteza para a odometria pode estar no próprio modelo cinemático. Para minimizar o erro de modelamento, duas alternativas podem ser discutidas. A primeira consiste em aumentar a complexidade do modelo procurando incluir outros efeitos, como por exemplo as áreas de contato das rodas com o solo, ou mesmo viés sobre os ângulos de orientação  $\beta$ . Esta alternativa não é seguida neste trabalho, uma vez que existe um aumento do número de parâmetros a serem estimados, podendo haver forte acoplamento entre eles, o que pode tornar o resultado da estimação sem sentido físico (e.g., raio negativo).

A segunda alternativa consiste em empregar um aproximador geral de funções, tal como uma rede neural perceptron multicamadas, visando realizar o mapeamento  $\Delta \mathbf{q}_k \Rightarrow \hat{\mathbf{z}}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k-1}$ . Como este mapeamento é de  $\mathcal{R}^6$  em  $\mathcal{R}^3$ , faz-se necessário ter um grande número de dados experimentais para treinar apropriadamente a rede (Haykin, 1998). Uma formulação diferente pode fazer uso da equação da girodometria (18), em que  $\omega_k$  seria provida não por um giroscópio, mas sim por uma rede neural que realizaria o mapeamento  $\Delta \mathbf{q}_k \Rightarrow \omega_k$ , ou seja  $\mathcal{R}^6$  em  $\mathcal{R}$ . Desta forma, o problema fica mais simplificado se for usada uma rede neural para imitar o giroscópio. Esta idéia se justifica pelo fato de grande parte do erro de estimação por odometria ser associado a uma má estimação de  $\theta$ , conforme discutido na Seção 2.3.

Nas redes neurais empregadas, são usados os mesmos modelos para as funções de ativação: tangente hiperbólica para os neurônios da camada oculta e linear para o neurônio da camada de saída. Assim sendo, o parâmetro de projeto para a girodometria com rede neural consiste no número de neurônios na camada oculta. Como treinamento a rede recebe entradas  $\Delta \mathbf{q}_k$ , medidas pelos sensores de variáveis do espaço articular, e saídas desejadas a medições  $\omega_k$  providas pelo giroscópio laser.

## 4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para realizar a identificação dos parâmetros geométricos ou o treino da rede neural, dados experimentais foram adquiridos com a plataforma móvel Omni, executando trajetórias simples e complexas em um ambiente real. Na Figura 3 estão apresentadas três trajetórias, 3(a) mais suave, e 3(b-c) mais ricas em movimentos rápidos e de rotação. Ainda na Figura 3 está ilustrado o posicionamento do robô, indicado por um quadrado, estimado por girodometria. O mapa da região em torno do robô foi gerado a partir de informações obtidas pelo radar laser do Omni superpostas às informações obtidas pela girodometria. Pode-se perceber por meio da aparentemente correta superposição das imagens que a girodometria se apresenta como um método confiável de localização.

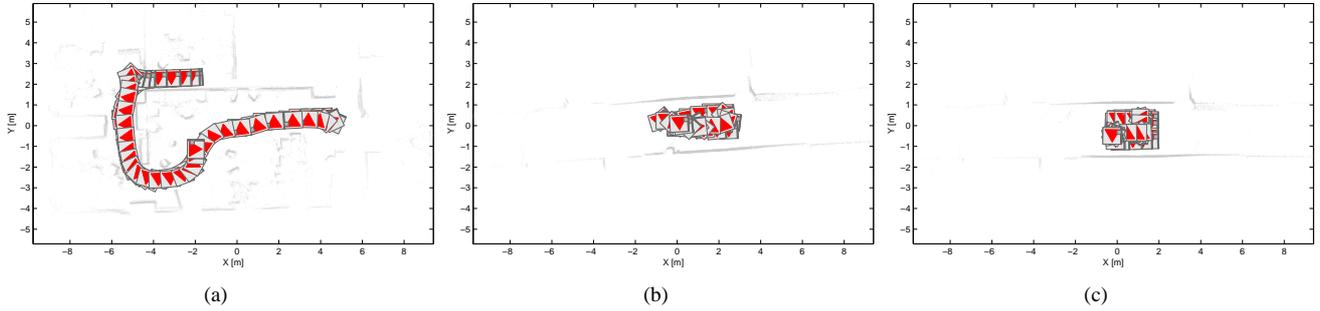


Figura 3: Trajetórias usadas nos procedimentos de identificação paramétrica e treinamento da rede neural. O posicionamento do robô, indicado por um quadrado, foi estimado por girodometria. Em cinza claro estão mostrados pontos de imagens do radar a laser do Omni, superpostas também usando girodometria.

Se não o fosse, o ambiente de escritório da Fig. 3(a) e o corredor da Fig. 3(b-c) estariam bastante deformados devido à acumulação de erro da girodometria. De fato, este método é confiável desde que a duração do experimento seja curta, dada a baixa incerteza do giroscópio a laser. É também notório ressaltar que os parâmetros geométricos usados pela girodometria são os mesmos medidos com régua e paquímetro:

$$\hat{\lambda}_0 = \begin{cases} \mathbf{e} = (0,05m & 0,05m & 0,05m)^T \\ \mathbf{r} = (0,1m & 0,1m & 0,1m)^T \\ \mathbf{x}_A = (0,325m & -0,325m & 0m)^T \\ \mathbf{y}_A = (0,188m & 0,188m & -0,376m)^T \end{cases} \quad (27)$$

Isto significa que grande parte do erro de localização do Omni é devida à integração de erros associados a  $\theta$ , que por sua vez provêm entre outras fontes do modelo geométrico do robô.

Com relação aos procedimentos de estimação de parâmetros da Seção 3.1, os dados coletados foram usados com condição inicial dada por (27). No caso da solução com filtro de Kalman estendido, foi usado  $\mathbf{P}_0 = (0,05m)^2 \cdot \mathbf{I}_{12}$ , o que representa que as incertezas iniciais sobre cada parâmetro geométrico são descorrelacionadas e com desvio-padrão de 5cm. Os parâmetros identificados foram:

$$\hat{\lambda} = \begin{cases} \mathbf{e} = (0,042m & 0,044m & 0,043m)^T \\ \mathbf{r} = (0,101m & 0,100m & 0,101m)^T \\ \mathbf{x}_A = (0,327m & -0,329m & 0,002m)^T \\ \mathbf{y}_A = (0,188m & 0,186m & -0,374m)^T \end{cases} \quad (28)$$

para o método do filtro de Kalman Estendido e

$$\hat{\lambda} = \begin{cases} \mathbf{e} = (0,050m & 0,050m & 0,050m)^T \\ \mathbf{r} = (0,099m & 0,099m & 0,100m)^T \\ \mathbf{x}_A = (0,326m & -0,326m & 0,000m)^T \\ \mathbf{y}_A = (0,188m & 0,188m & -0,376m)^T \end{cases} \quad (29)$$

para o método do gradiente descendente.

No caso da girodometria com rede neural, foram realizados treinos para duas redes distintas: uma com 9 e outra com 50 neurônios na camada oculta. Esta diferença de neurônios visa verificar a influência do número de neurônios da camada oculta no resultado da estimação. As redes foram treinadas utilizando o método Levenberg-Marquardt, conhecido por apresentar rápida convergência e bons resultados.

Para validar os métodos, um outro experimento foi utilizado. Neste, ilustrado na Figura 4, o robô Omni executou uma trajetória mais extensa, fechada, quase retornando à posição inicial. Os resultados obtidos pelos diferentes métodos são apresentados a seguir. A análise considera a girodometria como método de referência, devido à sua precisão superior.

Na Figura 5 é mostrada a trajetória gerada pela girodometria, traçado com pontos, e a trajetória de validação gerada pela odometria usando os parâmetros iniciais dados por (27), marcadas com quadrados. Pode-se perceber o aumento do erro de posicionamento com relação à girodometria. As Figuras 6 a 9 apresentam os resultados para os métodos discutidos. Entre os métodos de estimação paramétrica, o resultado apresentado pelo gradiente descendente foi ligeiramente superior ao apresentado pelo filtro de Kalman. Em (Aragones et al., 2002) o método do filtro de Kalman já havia apresentado bons resultados, sendo agora ultrapassado pelo gradiente descendente. Entretanto, os resultados estão muito próximos e, provavelmente, um outro conjunto de dados de identificação poderia favorecer o filtro de Kalman.

Por outro lado, os resultados do método de girodometria com rede neural não foram satisfatórios, conforme mostram as Figuras 8 a 9. Por estas figuras, percebe-se um erro inicial na estimação de  $\omega_k$  que certamente re-orientou o restante da trajetória. Considerando o restante da trajetória, a rede neural com 50 neurônios apresentou o mesmo tipo de curva fechada da girodometria, bem melhor do que a rede com 9 neurônios. Este resultado era esperado, dada a complexidade de mapeamento proporcionada pela rede maior. Entretanto, com redes maiores, o problema do *overfitting* pode ser verificado tam-

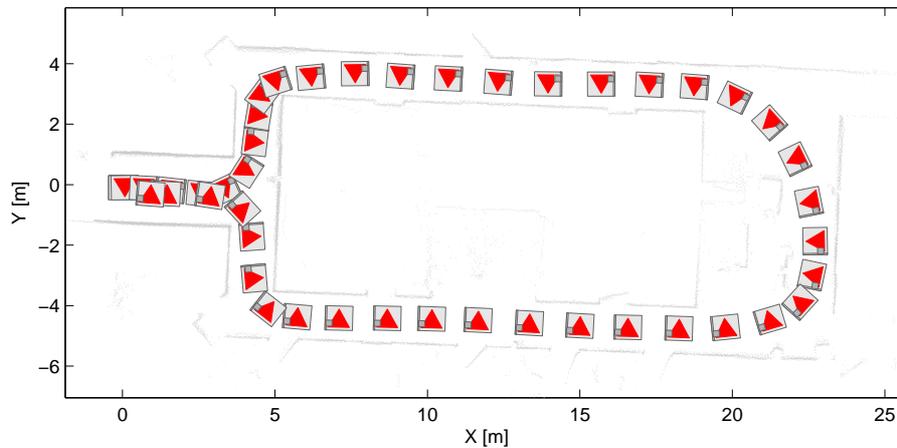


Figura 4: Trajetória usada na validação dos métodos.

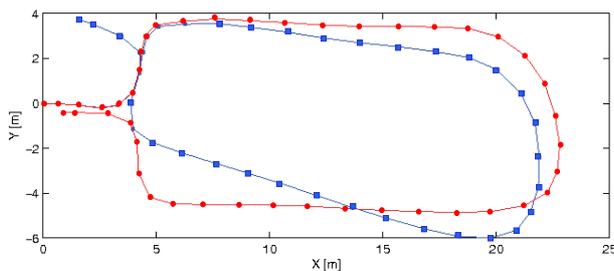


Figura 5: Comparação entre girodometria (pontos) e odometria usando os parâmetros geométricos iniciais (quadrados).

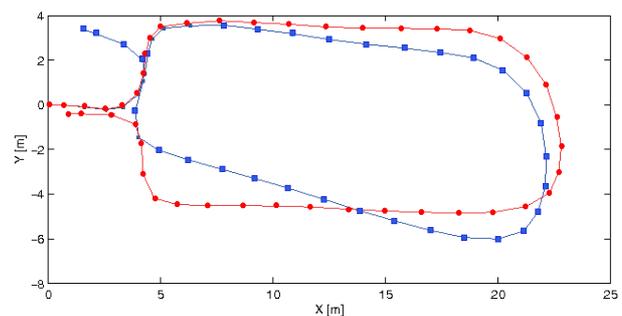


Figura 7: Comparação entre girodometria (pontos) e odometria usando os parâmetros geométricos estimados pelo filtro de Kalman estendido (quadrados).

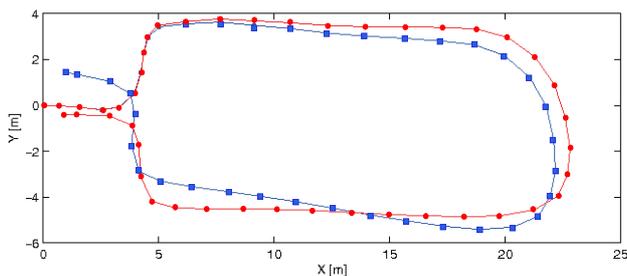


Figura 6: Comparação entre girodometria (pontos) e odometria usando os parâmetros estimados por gradiente descendente (quadrados).

bém, o que pode também justificar o erro de orientação no início da trajetória. Além do mais, o erro ocorrido na estimação de  $\omega_k$  pode ser também devido à pouca exploração de dados de treino nas condições do erro. Esse exemplo ilustra a vantagem do modelo conhecido *a priori* (modelamento cinemático) sobre o modelo caixa preta.

## 5 CONCLUSÃO

Foram apresentados três métodos independentes para aumentar a precisão da estimação do deslocamento de um robô

móvel omnidirecional. Dois métodos distintos, o gradiente descendente e o filtro de Kalman estendido, foram utilizados para estimar os parâmetros geométricos do robô Omni, a fim de reduzir o erro do modelo odométrico, por meio da diminuição das fontes de erros sistemáticos. Uma outra abordagem investigada foi o emprego de uma rede neural perceptron multicamadas como um aproximador geral de funções a fim de imitar o girômetro na Girodometria, estimando o ângulo de posição a partir dos dados dos encoders. Resultados experimentais com o robô Omni mostraram a eficiência dos métodos de estimação de parâmetros. Porém, não foi obtido resultado equivalente com a implementação da rede neural, devido à limitada quantidade de dados utilizados no treinamento da rede e à complexidade da rede. Estes resultados ilustram a vantagem em se empregar modelo conhecido *a priori* (modelamento cinemático) sobre o modelo caixa preta. No entanto, os autores estudam a possibilidade de investigar esta última abordagem em trabalhos futuros. Para minimizar a chance de não ter dados em regiões não exploradas pela rede, estes dados *faltantes* pode ser gerados com a ajuda do modelo cinemático. Este tipo de idéia é usado de modo similar pelo famoso método EM (Expectation-Maximization). Assim, a rede pode apresentar

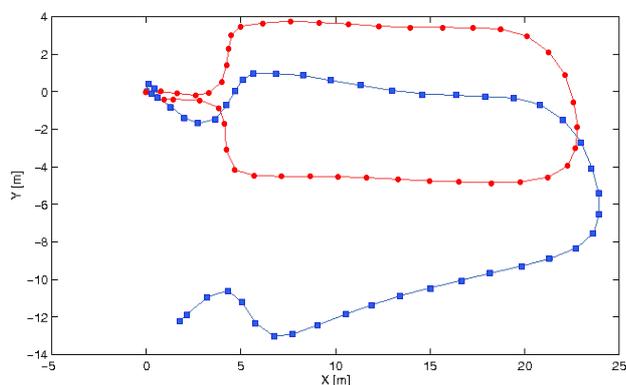


Figura 8: Comparação entre girodometria (pontos) e girodometria com rede neural (9 neurônios na camada oculta) (quadrados).

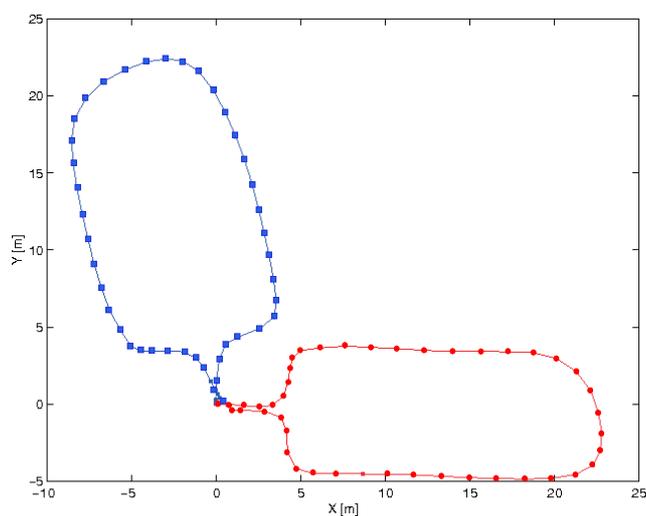


Figura 9: Comparação entre girodometria (pontos) e girodometria com rede neural (50 neurônios na camada oculta) (quadrados).

bons resultados em regiões exploradas no treinamento, e resultado similares à odometria em zonas não exploradas.

## AGRADECIMENTOS

O robô Omni foi gentilmente emprestado à Universidade de Brasília (Brasil) pela Université Montpellier II (França), após um acordo entre as duas instituições. Os autores agradem aos revisores anônimos pelos comentários relevantes.

## REFERÊNCIAS

Aragones, J., Borges, G. A. and Fournier, A. (2002). Accuracy improvement for a redundant vehicle, *33rd International Symposium on Robotics*.

Borenstein, J. and Evans, J. (1997). The omnimate mobile robot - design, implementation, and experimental re-

sults, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3505–3510.

Borenstein, J. and Feng, L. (1995). Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **12**: 869 – 880.

Campion, G., Bastin, G. and D’Andréa-Novel, B. (1996). Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **12**(1): 47–62.

Chong, K. S. and Kleeman, L. (1997). Accurate odometry and error modelling for a mobile robot, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2783–2788.

Chung, H., Ojeda, L. and Borenstein, J. (2001). Sensor fusion for mobile robot dead-reckoning with a precision-calibrated fiber optic gyroscope, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3588–3593.

Haykin, S. (1998). *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, second edn, Prentice-Hall.

Jazwinski, A. H. (1970). *Stochastic Processes and Filtering Theory*, Academic Press.

Kailath, T. (1980). *Linear Systems*, Prentice-Hall.

le Corre, Y. (1998). *Conception et Commande d’un Robot Omnidirectionnel*, PhD thesis, LIRMM-UM2.

Ljung, L. (1999). *System Identification - Theory for the User*, Prentice-Hall.

Nashed, M. Z. (ed.) (1976). *Generalized Inverses and Applications*, Academic Press.

Vaganay, J., Aldon, M.-J. and Fournier, A. (1993). Mobile robot attitude estimation by fusion of inertial data, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 277–282.

von der Hardt, H.-J., Husson, R. and Wolf, D. (1998). An automatic calibration method for a multisensor system: application to a mobile robot localization system, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3141–3146.

Wagner, E. R. and Hemerly, E. M. (2004). Estimação de postura de robôs móveis via filtro de kalman usando odometria e scanner a laser, *CBA Congresso Brasileiro de automação*.

Wang, C. M. (1988). Location estimation and uncertainty analysis for mobile robots, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1230–1235.