

Capítulo 3

Circuitos retificadores com diodos

Circuitos e retificadores com diodos

1. Introdução

São conversores **CA-CC** com tensão média de **saída fixa** para tensão eficaz de **entrada também fixa**.

→ **RETIFICADORES**

Os diodos serão considerados **IDEAIS**:

$t_{rr} = 0$ seg e $v_D = 0$ Volts em condução



Circuitos e retificadores com diodos

2. Diodos com cargas RC e RL

Diodos com carga capacitiva (RC)

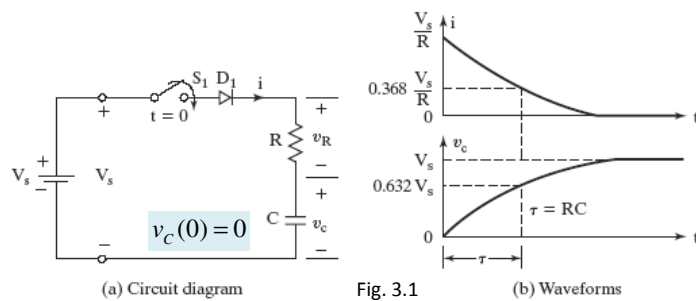


Fig. 3.1

$$i(t) = \frac{V_s}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad p/t > 0$$

$$v_C(t) = V_s \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad p/t > 0$$

$$\left. \frac{dv_C(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{V_s}{RC} = \frac{V_s}{\tau}$$



Circuitos e retificadores com diodos

Diodos com carga indutiva (RL)

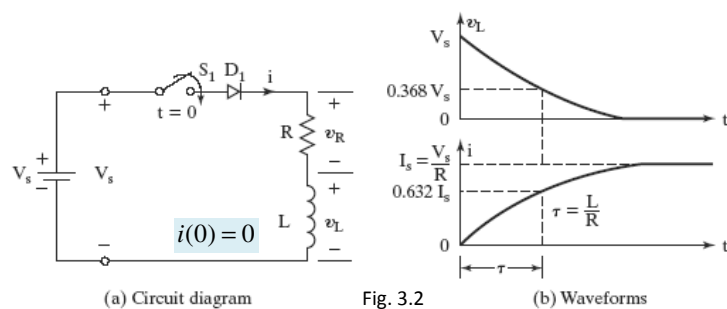


Fig. 3.2

$$i(t) = \frac{V_s}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad p/t > 0$$

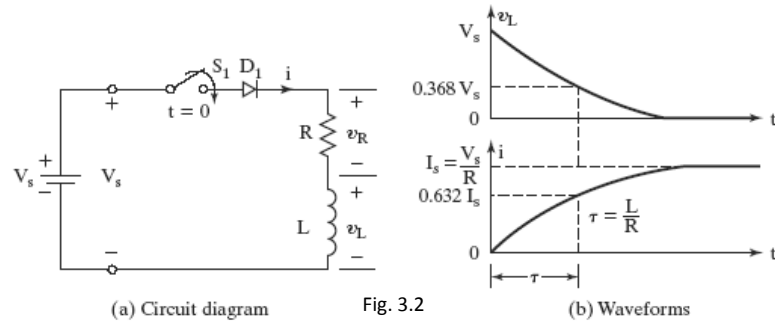
$$v_L(t) = V_s e^{-\frac{t}{\tau}} \quad p/t > 0$$

$$\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{V_s}{L} = \frac{V_s/R}{L/R} = \frac{V_s/R}{\tau}$$



Circuitos e retificadores com diodos

Diodos com carga indutiva (RL)



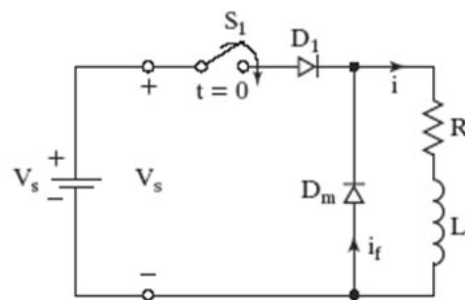
Uma vez em regime permanente, se S_1 abre, o indutor induz uma **alta tensão** sobre a chave e o diodo, podendo danificá-lo. ($W = Li^2/2$ p/ i de regime permanente).

Solução: Inserção do diodo de roda livre (*free wheeling*) em antiparalelo com a carga indutiva, conforme figura a seguir.



Circuitos e retificadores com diodos

Diodos com carga indutiva (RL) – Liberação da energia armazenada no indutor, caso a chave abra.



Diodo de roda livre
(freewheeling)

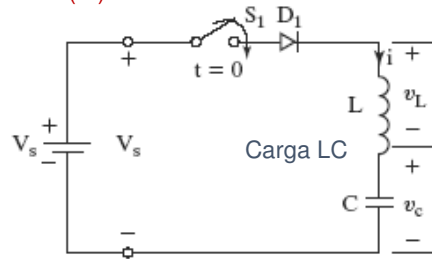


Circuitos e retificadores com diodos

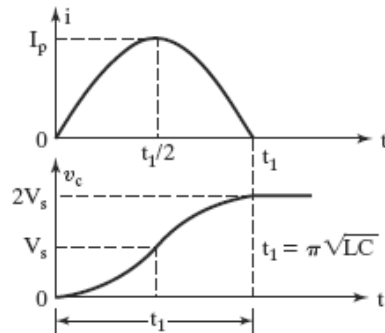
3. Diodos com cargas LC e RLC

Diodos com carga LC

Chave fecha em $t=0$ seg e $v_C(0^+)=0V$
e $i(0^+)=0A$



(a) Circuit diagrams



(b) Waveforms

$$i(t) = V_s \sqrt{\frac{C}{L}} \sin(\omega t) = I_p \sin(\omega t) \quad \text{p/ } 0 \leq t \leq t_1$$

$$v_C(t) = V_s (1 - \cos(\omega t)) \quad \text{p/ } 0 \leq t \leq t_1$$

A partir de $t=t_1$
nada muda

O que aconteceria se $V_C(0^+) = V_{C0}$?



Circuitos e retificadores com diodos

Diodos com cargas RLC

Chave fecha em $t=0$ seg
e $v_C(0^+)=0V$ e $i(0^+)=0A$

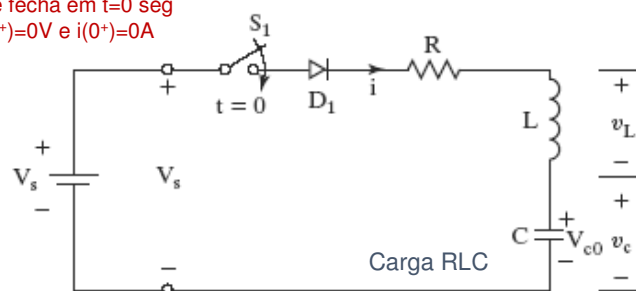


Fig. 3.6

$$s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

se $\alpha = \omega_0$ $i(t) = (A_1 + A_2 t)e^{s_1 t}$ $p/ t \geq 0$

se $\alpha > \omega_0$ $i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$ $p/ t \geq 0$

se $\alpha < \omega_0$ $i(t) = e^{-\alpha t} (A_1 \cos \omega_r t + A_2 \sin \omega_r t)$ $p/ t \geq 0$ $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$



Circuitos e retificadores com diodos

Diodos com cargas LC e RLC – Ex 3.3

$$V_s = 220V \quad L = 2mH \quad C = 0.05\mu F \quad R = 160\Omega \quad V_c(0)=0$$

$$\alpha = R/(2L) = 40000 \text{ rad/s} \quad \omega_o = 1/\sqrt{LC} = 10^5 \text{ rad/s}$$

$\alpha < \omega_o$ (subamortecido) e $A_1 = 0$, pois $i(0) = 0$.

$$i(t) = e^{-\alpha t} A_2 \sin \omega_r t$$

$$\frac{di}{dt} = \omega_r \cos \omega_r t A_2 e^{-\alpha t} - \alpha \sin \omega_r t A_2 e^{-\alpha t}$$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \omega_r A_2 = \frac{V_s}{L}$$



Circuitos e retificadores com diodos

Diodos com cargas LC e RLC – Ex 3.3

$$A_2 = \frac{V_s}{\omega_r L} = 1.2A$$

$$i(t) = 1.2 \sin(91652t) e^{-40000t}$$

Tempo de condução:

$$\omega_r t_1 = \pi$$

$$t_1 = \frac{\pi}{\omega_r} = 34.27 \mu s$$

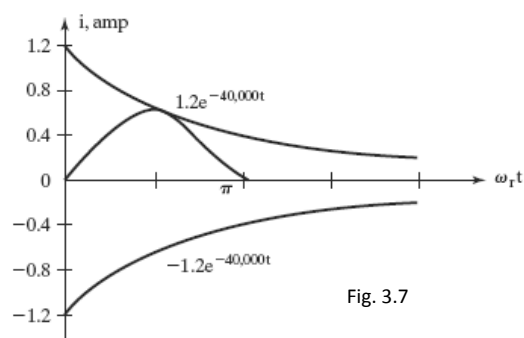


Fig. 3.7



Circuitos e retificadores com diodos

4. Diodos de comutação (free-wheeling)

D_m
Diodo de roda livre
(free-wheeling diode)

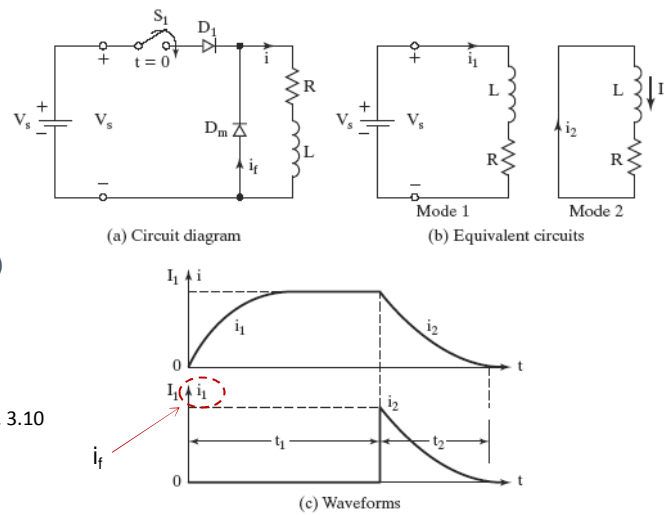
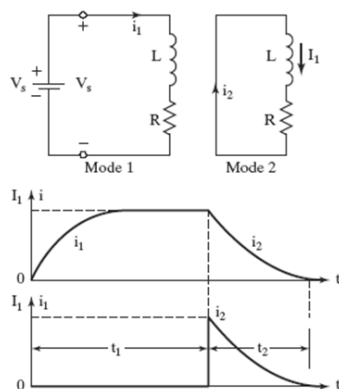


Fig. 3.10

Circuitos e retificadores com diodos

4. Diodos de comutação (free-wheeling)

Modo 1 ($0 < t < t_1$):

$$i(t) = \frac{V_s}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \rightarrow i(t_1) = \frac{V_s}{R} \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} \right)$$

Se $t_1 > 5\tau$: $i(t_1) = I_1 \cong \frac{V_s}{R}$

Modo 2 ($t > t_1$):

$$i(t) = I_1 e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau}}$$

Se t_2 for tal que $(t_2 - t_1) > 5\tau$: $i(t_2) \cong 0$

Circuitos e retificadores com diodos

6. Retificadores monofásicos de meia-onda

Conversor CA $\rightarrow$ sinal pulsante
(unidirecional)

$v_s > 0 \rightarrow D_1$ conduz
 $v_s < 0 \rightarrow D_1$ corta

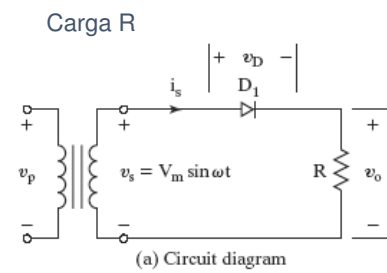
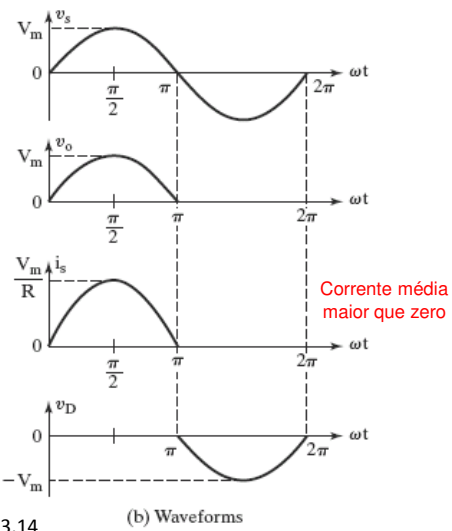


Fig. 3.14

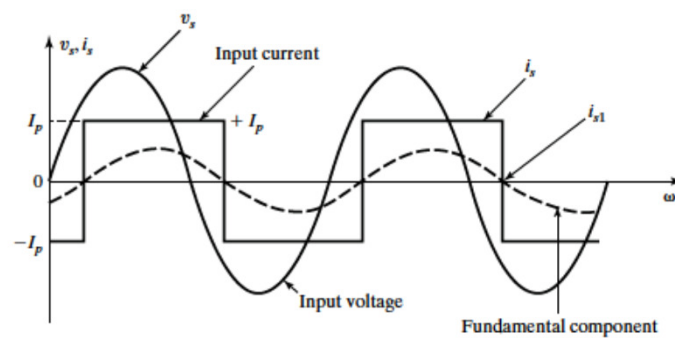


Circuitos e retificadores com diodos

7. Parâmetros de desempenho (de retificadores)

Idealmente se deseja:

- Tensão de saída sem harmônicas (DC ou CC pura)
- Corrente senoidal no circuito de entrada e em fase com a tensão de entrada ($fp=1$)



Circuitos e retificadores com diodos

Parâmetros de desempenho

- a) Valor médio (cc) da tensão de saída (na carga), $V_{\text{médio}}$ ou V_{cc} ou V_{dc}
 b) Valor médio (cc) da corrente de saída (na carga), $I_{\text{médio}}$ ou I_{cc} ou I_{dc}
 c) Potência média (cc) de saída, $P_{\text{médio}}$ ou P_{cc} ou P_{dc} :

$$P_{dc} = V_{dc} I_{dc}$$

- d) Valor eficaz (RMS) da tensão de saída (na carga), V_{RMS}
 e) Valor eficaz (RMS) da corrente de saída (na carga), I_{RMS}
 f) Potência CA (ou AC) de saída, P_{CA} :

$$P_{ca} = V_{RMS} I_{RMS}$$



Circuitos e retificadores com diodos

Parâmetros de desempenho

- g) Eficiência (é uma figura de mérito):

$$\eta = \frac{P_{dc}}{P_{ca}}$$

Obs. É uma eficiência da retificação: no caso ideal $\eta = 1$.

Duas componentes na tensão de saída:

$$v_{ca}(t) = V_{dc} + \text{ripple}$$

Valores eficazes:

$$\begin{aligned} \text{saída} &\rightarrow V_{RMS} \\ \text{saída} &\rightarrow V_{dc} \\ \text{tensão eficaz do ripple} &\rightarrow V_{ca} \end{aligned}$$

$$V_{ca} = \sqrt{V_{RMS}^2 - V_{dc}^2}$$

Componente, $v_{\text{ripple}}(t)$, com média nula e valor eficaz V_{ca}



Circuitos e retificadores com diodos

Parâmetros de desempenho

h) Fator de forma:

$$FF = \frac{V_{RMS}}{V_{dc}}$$

É uma medida da forma da tensão de saída (idealmente deveria ser unitário),

i) Fator de ondulação (ripple):

$$RF = \frac{V_{ca}}{V_{dc}}$$

É uma medida do conteúdo da ondulação (idealmente deveria ser nulo).

Como:

$$V_{ca} = \sqrt{V_{RMS}^2 - V_{dc}^2}$$



$$RF = \sqrt{\left(\frac{V_{RMS}}{V_{dc}}\right)^2 - 1} = \sqrt{FF^2 - 1}$$



Circuitos e retificadores com diodos

Parâmetros de desempenho

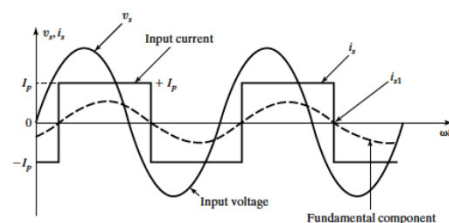
j) Fator de utilização do transformador:

$$TUF = \frac{P_{dc}}{V_S I_S}$$

$V_S \rightarrow$ tensão eficaz no secundário do transformador

$I_S \rightarrow$ corrente eficaz no secundário do transformador

Idealmente deveria ser unitário, mas na prática é menor que 1. O valor $1/TUF$ indica o quanto o transformador deve ser "superestimado".



k) Fator de deslocamento:

$$DF = \cos \phi$$

$\phi \rightarrow$ ângulo de deslocamento entre as componentes fundamentais de tensão e corrente de saída do transformador.



Circuitos e retificadores com diodos

Parâmetros de desempenho

l) Fator harmônico da corrente de entrada:

$$HF = \sqrt{\frac{I_S^2 - I_{S1}^2}{I_{S1}^2}} = \sqrt{\left(\frac{I_S}{I_{S1}}\right)^2 - 1}$$

I_{S1} → valor eficaz da componente fundamental da corrente de entrada (secundário)

I_S → valor eficaz da corrente de entrada (secundário)

Também entendido como Distorção harmônica total, DHT. (THD – Total Harmonic Distortion).

Idealmente deveria ser nulo.



Circuitos e retificadores com diodos

Parâmetros de desempenho

m) Fator de potência de entrada (no secundário):

$$FP = \frac{V_S I_{S1}}{V_S I_S} \cos \phi = \frac{I_{S1}}{I_S} \cos \phi$$

Potência ativa

n) Fator de crista:

$$CF = \frac{i_{S(pico)}}{I_S}$$

Usado no dimensionamento do diodo.

Exercício: (ex. 3.6 do livro) → Avaliar o retificador monofásico de meia onda. Lembrando que:

$$V_{medio} = V_{dc} = \frac{1}{T} \int_0^T v_L(t) dt$$

$$V_{RMS} = \left(\frac{1}{T} \int_0^T v_L^2(t) dt \right)^{1/2}$$

Obs. Livro na edição em português.



Circuitos e retificadores com diodos

Parâmetros de desempenho

$$P_{dc} = V_{dc} I_{dc} \quad P_{ac} = V_{rms} I_{rms}$$

$$\eta = \frac{P_{dc}}{P_{ac}} \quad V_{ac} = \sqrt{V_{rms}^2 - V_{dc}^2}$$

$$FF = \frac{V_{rms}}{V_{dc}} \quad RF = \frac{V_{ac}}{V_{dc}}$$

$$RF = \sqrt{\left(\frac{V_{rms}}{V_{dc}}\right)^2 - 1} = \sqrt{FF^2 - 1}$$

$$TUF = \frac{P_{dc}}{V_s I_s} \quad DF = \cos \phi$$

$$HF = \sqrt{\frac{I_s^2 - I_{s1}^2}{I_{s1}^2}} = \sqrt{\left(\frac{I_s}{I_{s1}}\right)^2 - 1}$$

$$PF = \frac{V_s I_{s1}}{V_s I_s} \cos \phi = \frac{I_{s1}}{I_s} \cos \phi$$

$$CF = \frac{I_{s(peak)}}{I_s}$$

Corrigir no livro



Circuitos e retificadores com diodos

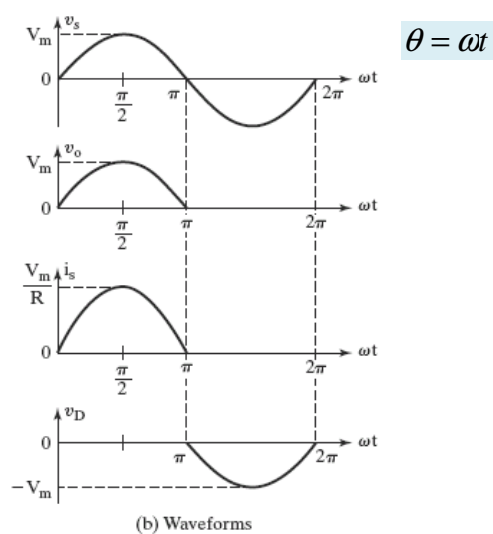
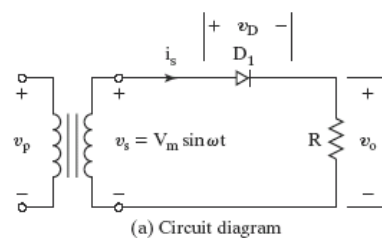
Retificadores monofásicos de meia-onda (Com Carga R)

$$V_{o(dc)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi V_m \sin \theta d\theta = \frac{V_m}{\pi}$$

$$I_{o(dc)} = \frac{V_m}{\pi R}$$

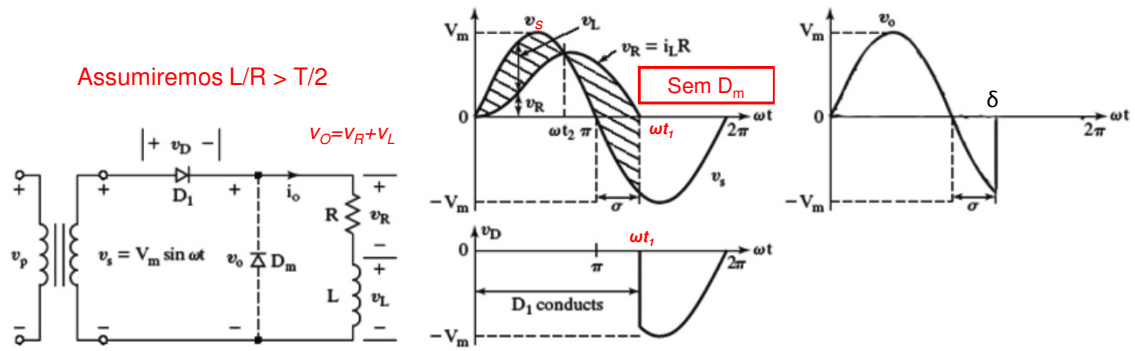
$$V_{o(rms)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi V_m^2 \sin^2 \theta d\theta} = \frac{V_m}{2}$$

$$I_{o(rms)} = \frac{V_m}{2R}$$



Circuitos e retificadores com diodos

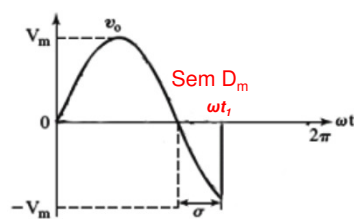
Retificadores monofásicos de meia-onda Carga RL



A corrente $i_O(t)$ em D_1 se atrasa em relação a $v_S(t) \rightarrow D_1$ também conduz até $\omega t_1 = \pi + \sigma = \delta$

Circuitos e retificadores com diodos

Retificadores monofásicos de meia-onda Carga RL



Para $v_L(t)$: $v_L(t) = L \frac{di_0(t)}{dt}$

Para $v_O(t) = v_R(t) + v_L(t)$:

$$V_{\text{médio}} = \frac{V_m}{2\pi} \int_0^{\pi+\sigma} \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{V_m}{2\pi} [1 - \cos(\pi + \sigma)]$$

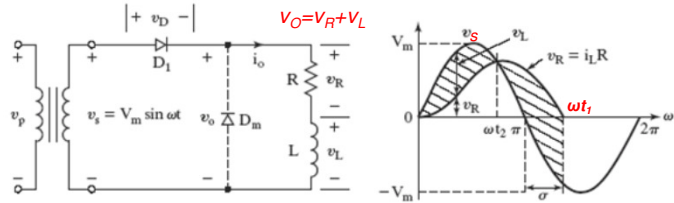
$$v_{L\text{médio}} = \frac{1}{T} \int_0^{t_1} v_L(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{t_1} L \frac{di_0(t)}{dt} dt = \frac{L}{T} \int_{i_0(0)}^{i_0(t_1)} di_0(t) = \frac{L}{T} i_0 \Big|_0^0 = 0$$

$$\rightarrow V_{R\text{médio}} = V_{\text{médio}} = \frac{V_m}{2\pi} [1 - \cos(\pi + \sigma)] \quad \rightarrow \text{Para } i_0(t): I_{\text{médio}} = \frac{V_{\text{médio}}}{R}$$

Se $\sigma \downarrow \Rightarrow V_{\text{médio}} \text{ e } I_{\text{médio}} \uparrow$ com máximo para $\sigma = 0$

Circuitos e retificadores com diodos

Retificadores monofásicos de meia-onda Carga RL

Como calcular σ ?

com $\tau = L/R$ e
 $Z(j\omega) = R + j\omega L$

$$L \frac{di_o(t)}{dt} + Ri_o(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$i_o(t) = \frac{V_m}{|Z|} \sin(\omega t - \theta) + A_1 e^{-t/\tau}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \text{ e } \theta = \tan^{-1}(\omega L/R)$$

$$i_o(0) = 0 \Rightarrow A_1 = -\frac{V_m}{|Z|} \sin(-\theta) = \frac{V_m \sin(\theta)}{|Z|}$$

$$i_o(t) = \frac{V_m}{|Z|} (\sin(\omega t - \theta) + e^{-t/\tau} \sin(\theta))$$

$$i_o(t_1) = 0 \Rightarrow \sin(\delta - \theta) = -e^{-\delta/\omega\tau} \sin(\theta)$$

$$\text{com } \omega t_1 = \delta \Rightarrow \delta = \pi + \sigma \Rightarrow \sigma = \delta - \pi$$

$$\sin(\delta) \cos(\theta) - \sin(\theta) \cos(\delta) = -e^{-\delta/\omega\tau} \sin(\theta)$$

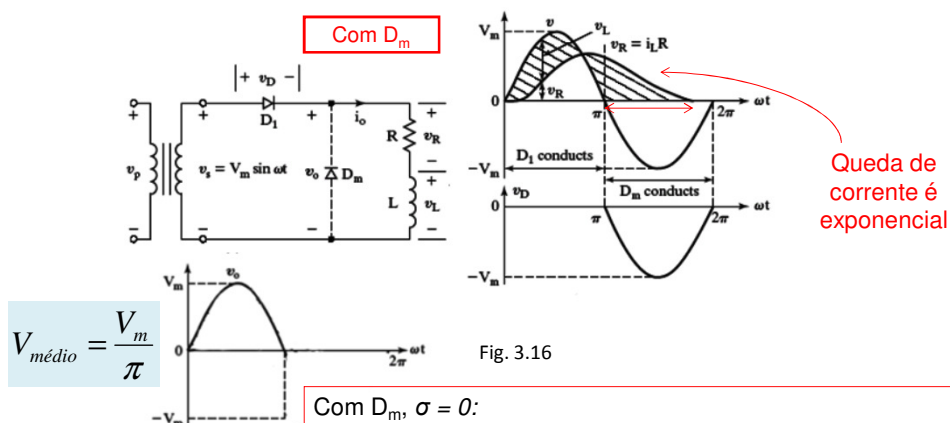


Pode ser resolvida numericamente

 θ, τ e $\omega \rightarrow$ conhecidos $\delta \rightarrow$ incógnita e $\sigma = \delta - \pi$ 

Circuitos e retificadores com diodos

Retificadores monofásicos de meia-onda Carga RL



- Não ocorre tensão negativa sobre a carga
- Em $\omega t_1 = \pi$ ocorre chaveamento dos diodos
- $\pi/\omega < \omega t < 2\pi/\omega$ a corrente cai exponencialmente.
- Se L/R é alto i_o é **contínua**, se baixo é **descontínua**.



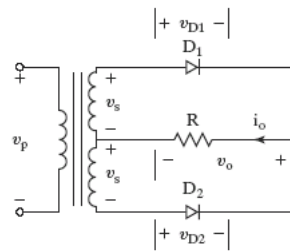
Circuitos e retificadores com diodos

Retificadores monofásicos de onda completa

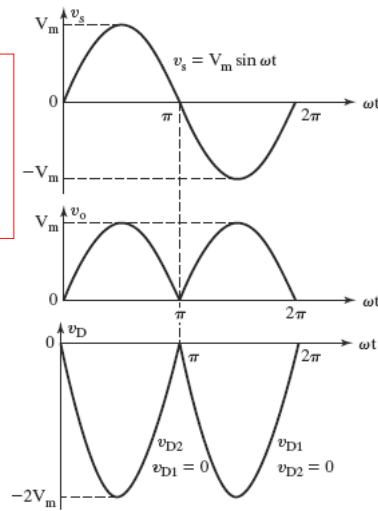
Carga R

Com carga R:

- Dois diodos
- Transformador com derivação no secundário
- Não há corrente CC fluindo no sec. no transformador (sem saturação do núcleo)



(a) Circuit diagram



(b) Waveforms

Fig. 3.18

Circuitos e retificadores com diodos

Retificadores monofásicos de onda completa

Carga R

$$V_{o(dc)} = \frac{2}{2\pi} \int_0^\pi V_m \sin \theta d\theta = \frac{2V_m}{\pi}$$

$$I_{o(dc)} = \frac{2V_m}{\pi R}$$

$$V_{o(rms)} = \sqrt{\frac{2}{2\pi} \int_0^\pi V_m^2 \sin^2 \theta d\theta} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$I_{o(rms)} = \frac{V_m}{\sqrt{2}R}$$

Com carga R:

- Tensão média duas vezes maior que a do circuito retificador de meia onda
- Tensão de pico inversa nos diodos $\rightarrow 2V_m$

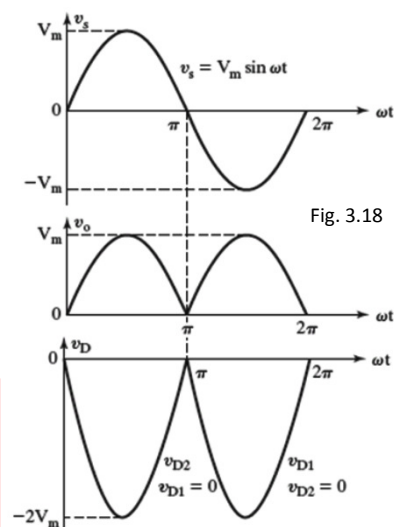


Fig. 3.18



Circuitos e retificadores com diodos

Retificadores monofásicos de onda completa (Em ponte e Carga R)

Com carga R:

- $v_s > 0 \rightarrow D_1$ e D_2 conduzem (D_3 e D_4 bloqueados)
- $v_s < 0 \rightarrow D_3$ e D_4 conduzem (D_1 e D_2 bloqueados)

→ Tensão de pico reversa em cada diodo vale V_m
 → Corrente média no sec. do transformador é nula
 → Maior eficiência

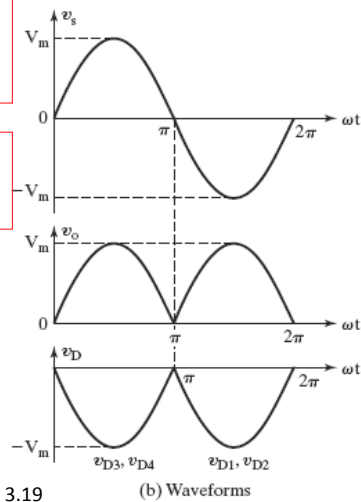
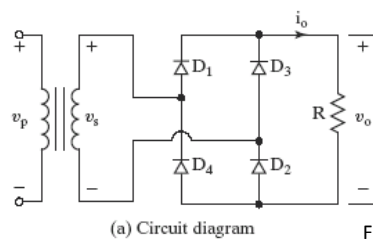


Fig. 3.19

Circuitos e retificadores com diodos

Retificadores monofásicos de onda completa (Em ponte e Carga R)

$$V_{o(dc)} = \frac{2}{2\pi} \int_0^\pi V_m \sin \theta d\theta = \frac{2V_m}{\pi}$$

$$I_{o(dc)} = \frac{2V_m}{\pi R}$$

$$V_{o(rms)} = \sqrt{\frac{2}{2\pi} \int_0^\pi V_m^2 \sin^2 \theta d\theta} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$I_{o(rms)} = \frac{V_m}{\sqrt{2}R}$$

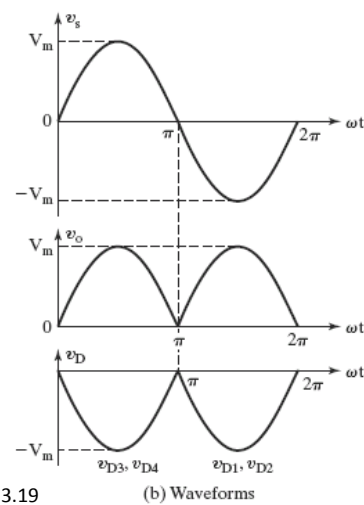
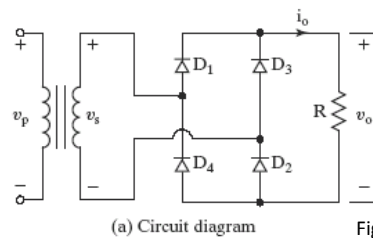


Fig. 3.19

Circuitos e retificadores com diodos

Retificador de meia onda e de onda completa - comparação

Meia onda

$$V_{o(dc)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi V_m \sin \theta d\theta = \frac{V_m}{\pi}$$

$$I_{o(dc)} = \frac{V_m}{\pi R}$$

$$V_{o(rms)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi V_m^2 \sin^2 \theta d\theta} = \frac{V_m}{2}$$

$$I_{o(rms)} = \frac{V_m}{2R}$$

Onda completa

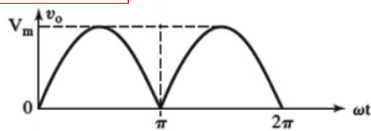
$$V_{o(dc)} = \frac{2}{2\pi} \int_0^\pi V_m \sin \theta d\theta = \frac{2V_m}{\pi}$$

$$I_{o(dc)} = \frac{2V_m}{\pi R}$$

$$V_{o(rms)} = \sqrt{\frac{2}{2\pi} \int_0^\pi V_m^2 \sin^2 \theta d\theta} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$I_{o(rms)} = \frac{V_m}{\sqrt{2}R}$$

Lembrando:



Exercícios: Refazer os exemplos: 3.9 e 3.11 do livro texto.

- Par
- Apenas termos cossenoidais

$$\text{Série de Fourier: } v_L = V_{médio} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)\}$$

Circuitos e retificadores com diodos

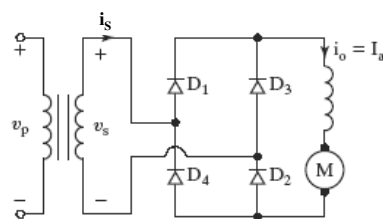
Retificadores monofásicos de onda completa

Ex. 3.11

Carga:
Motor CC

Corrente na armadura → constante em regime permanente (em um ciclo da senóide)

(devido à alta indutância da armadura)



(a) Circuit diagram

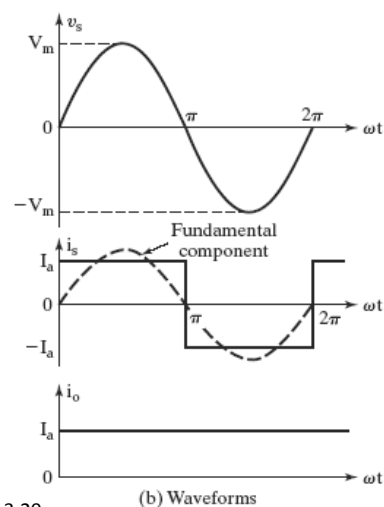


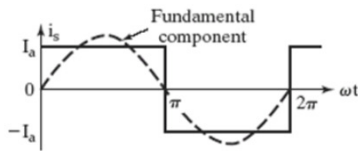
Fig. 3.20

(b) Waveforms

Circuitos e retificadores com diodos

Retificadores monofásicos de onda completa

Ex. 3.11



$$i_s = I_{\text{médio}} + \sum_{n=1}^{\infty} \{a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)\}$$

$$I_{\text{médio}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_s(\omega t) d(\omega t) = 0$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_s(\omega t) \cos(n\omega t) d(\omega t) = 0$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_s(\omega t) \sin(n\omega t) d(\omega t) = \frac{4I_a}{n\pi} \quad \text{p/ } n \text{ ímpar}$$

$$I_{S1} = \frac{4I_a}{\pi\sqrt{2}} \cong 0,9I_a \quad \text{e} \quad I_S = I_a$$

$$HF = \sqrt{\left(\frac{I_S}{I_{S1}}\right)^2 - 1} = \sqrt{\left(\frac{1}{0,9}\right)^2 - 1} = 0,4843 \rightarrow 48,43\%$$

$$\phi = 0 \rightarrow DF = \cos \phi = 1$$

$$FP = \frac{I_{S1}}{I_S} \cos \phi = 0,9 \quad (\text{indutivo})$$



Circuitos e retificadores com diodos

Retificador monofásico de onda completa com carga RL

Com carga resistiva: $v_s(t)$ e $i_s(t)$ têm a mesma forma

Com carga indutiva (RL) isso não ocorre

Alguma tensão residual constante.
Ex: tensão em uma bateria ou força contra-eletromotriz em um motor CC

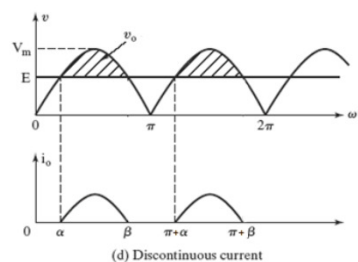
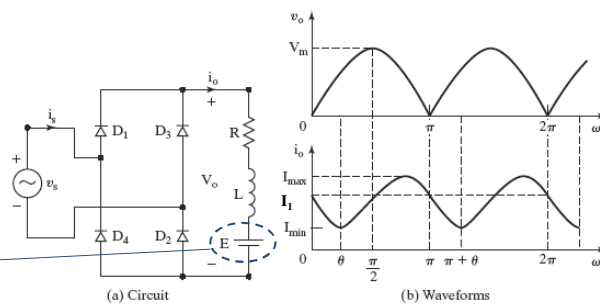
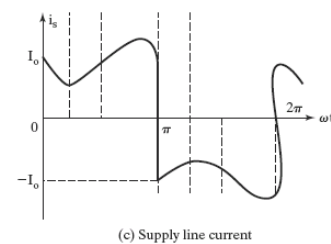


Fig. 3.21



Circuitos e retificadores com diodos

Retificador monofásico de onda completa com carga RL

$$v_s(t) = V_m \sin \omega t = \sqrt{2} V_s \sin \omega t \quad p/ t \geq 0$$

$$\text{Eq. Dif : } L \frac{di_L(t)}{dt} + Ri_L(t) + E = \sqrt{2} V_s \sin \omega t$$

Solução (para $t > 0$):

$$i_L(t) = \frac{\sqrt{2} V_s}{|Z|} \sin(\omega t - \theta) + A_1 e^{-t/(L/R)} - \frac{E}{R}$$

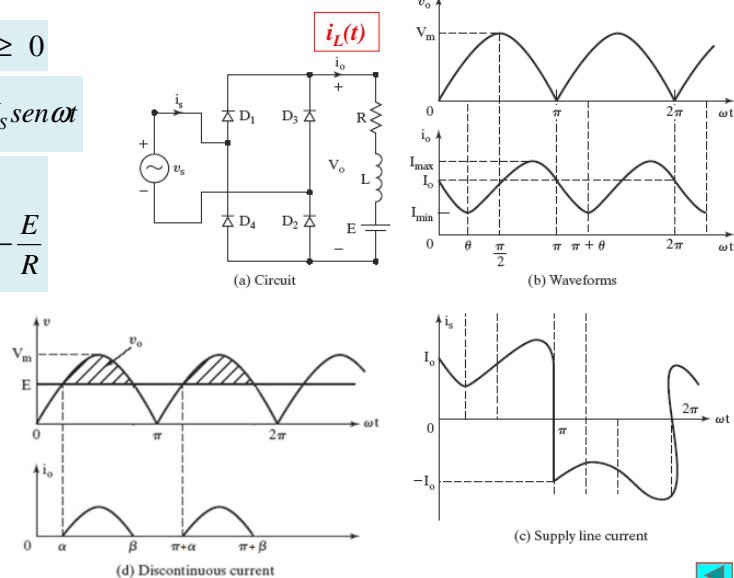
$$Z = R + j\omega L$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}(\omega L/R)$$

Dois casos:

- 1) $i_L(t)$ contínua
- 2) $i_L(t)$ descontínua



Circuitos e retificadores com diodos

Retificador monofásico de onda completa com carga RL

$$i_L(t) = \frac{\sqrt{2} V_s}{|Z|} \sin(\omega t - \theta) + A_1 e^{-t/(L/R)} - \frac{E}{R}, \quad \text{para } t > 0$$

Caso 1: $i_L(t)$ contínua $i_L(t) > 0$ para $0 \leq \omega t \leq \pi$

Cálculo de A_1 :

$$\text{se } i_L(t) = I_1 \text{ para } t = \pi/\omega \text{ ou } \omega t = \pi \Rightarrow A_1 = \left[I_1 + \frac{E}{R} - \frac{\sqrt{2} V_s}{|Z|} \sin(\theta) \right] e^{(R/L)(\pi/\omega)}$$

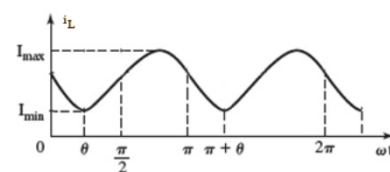
Assim

$$i_L(t) = \frac{\sqrt{2} V_s}{|Z|} \sin(\omega t - \theta) + \left[I_1 + \frac{E}{R} - \frac{\sqrt{2} V_s}{|Z|} \sin(\theta) \right] e^{(R/L)(\pi/\omega - t)} - \frac{E}{R}, \quad \text{para } t > 0$$

Em regime permanente

$$i_L(0) = i_L(\pi/\omega) \quad \text{ou} \quad i_L(\omega t = 0) = i_L(\omega t = \pi) = I_1$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{\sqrt{2} V_s}{|Z|} \sin(\theta) \frac{1 + e^{-(R/L)(\pi/\omega)}}{1 - e^{-(R/L)(\pi/\omega)}} - \frac{E}{R} \quad \text{com } I_1 \geq 0$$



Circuitos e retificadores com diodos

Retificador monofásico de onda completa com carga RL

$$I_1 = \frac{\sqrt{2}V_s}{|Z|} \frac{\sin(\theta)}{1 - e^{-(R/L)(\pi/\omega)}} - \frac{E}{R} \quad \text{com } I_1 \geq 0 \quad \text{e} \quad A_1 = \left[I_1 + \frac{E}{R} - \frac{\sqrt{2}V_s}{|Z|} \sin(\theta) \right] e^{(R/L)(\pi/\omega)}$$

$$\rightarrow A_1 = \left\{ \frac{\sqrt{2}V_s}{|Z|} \sin(\theta) \left[\frac{1 + e^{-(R/L)(\pi/\omega)}}{1 - e^{-(R/L)(\pi/\omega)}} \right] - 1 \right\} e^{(R/L)(\pi/\omega)} = \frac{\sqrt{2}V_s}{|Z|} \frac{2\sin(\theta)}{1 - e^{-(R/L)(\pi/\omega)}}$$

Finalmente

$$i_L(t) = \frac{\sqrt{2}V_s}{|Z|} \left[\sin(\omega t - \theta) + \frac{2\sin(\theta)}{1 - e^{-(R/L)(\pi/\omega)}} e^{-t/(L/R)} \right] - \frac{E}{R}, \quad \text{para } 0 \leq \omega t \leq \pi$$



Circuitos e retificadores com diodos

Retificador monofásico de onda completa com carga RL

$$i_L(t) = \frac{\sqrt{2}V_s}{|Z|} \sin(\omega t - \theta) + A_1 e^{-t/(L/R)} - \frac{E}{R}, \quad \text{para } t > 0$$

Caso 2: $i_L(t)$ flui apenas para

$$\alpha \leq \omega t \leq \beta$$

Início da condução

$$V_m \sin \alpha = E \quad \rightarrow \quad \alpha = \sin^{-1} E/V_m$$

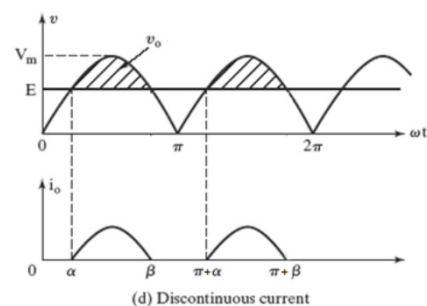
$$\text{em } \omega t = \alpha \rightarrow i_L(\alpha/\omega) = 0$$

Logo

$$A_1 = \left[\frac{E}{R} - \frac{\sqrt{2}V_s}{|Z|} \sin(\alpha - \theta) \right] e^{(R/L)(\alpha/\omega)}$$

Assim

$$i_L(t) = \frac{\sqrt{2}V_s}{|Z|} \sin(\omega t - \theta) + \left[\frac{E}{R} - \frac{\sqrt{2}V_s}{|Z|} \sin(\alpha - \theta) \right] e^{(R/L)(\alpha/\omega - t)} - \frac{E}{R}, \quad \text{para } t > 0$$



Circuitos e retificadores com diodos

Retificador monofásico de onda completa com carga RL

$$i_L(t) = \frac{\sqrt{2}V_s}{|Z|} \sin(\omega t - \theta) + \left[\frac{E}{R} - \frac{\sqrt{2}V_s}{|Z|} \sin(\alpha - \theta) \right] e^{\left(\frac{R}{L}\right)(\frac{\alpha}{\omega} - t)} - \frac{E}{R}, \text{ para } t > 0$$

$$\text{em } \omega t = \beta \rightarrow i_L\left(\frac{\beta}{\omega}\right) = i_L(\omega t = \beta) = 0$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{2}V_s}{|Z|} \sin(\beta - \theta) + \left[\frac{E}{R} - \frac{\sqrt{2}V_s}{|Z|} \sin(\alpha - \theta) \right] e^{\left(\frac{R}{L}\right)\left(\frac{\alpha - \beta}{\omega}\right)} - \frac{E}{R} = 0$$

β pode ser obtido numericamente



Circuitos e retificadores com diodos

Retificadores polifásicos em estrela

Retificação monofásica de onda completa:

- Fundamental a $2f$ Hz.

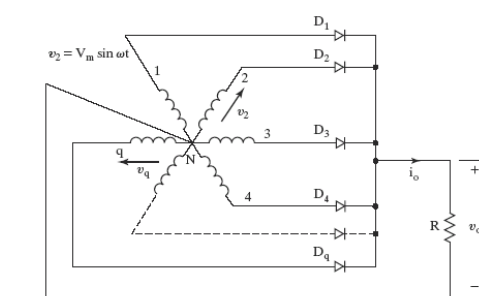
Retificação polifásica em estrela de q fases:

- Fundamental a qf Hz.

Transformador com enrolamentos polifásicos no secundário $\rightarrow q$ retificadores monofásicos de meia-onda

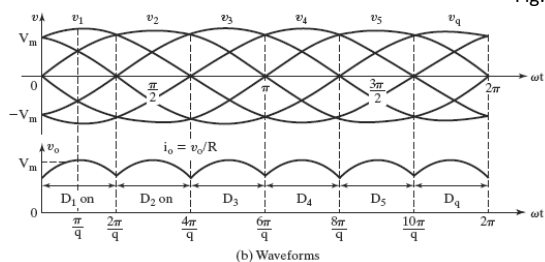
Ângulo de condução de cada diodo: $2\pi/q$

Tensão e corrente na carga têm componentes contínuas.



(a) Circuit diagram

Fig. 3.24



(b) Waveforms



Circuitos e retificadores com diodos

Retificadores polifásicos em estrela

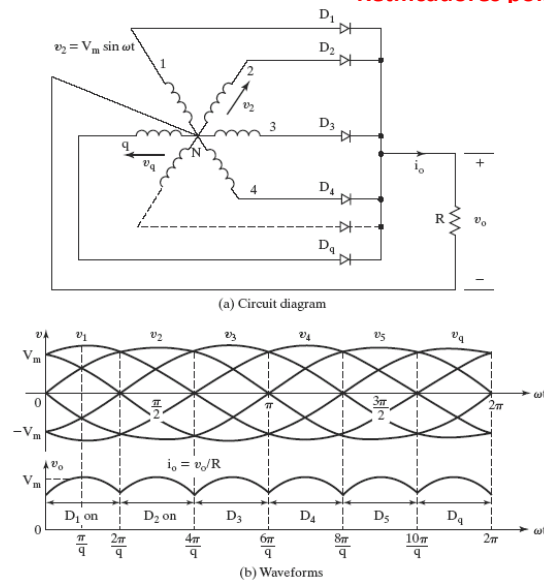


Fig. 3.24

para $-\pi/q \leq \omega t \leq \pi/q$

$$V_{o(dc)} = \frac{2}{2\pi/q} \int_0^{\pi/q} V_m \cos \theta d\theta$$

$$= V_m \frac{q}{\pi} \sin \frac{\pi}{q}$$

$$V_{o(rms)} = \sqrt{\frac{2}{2\pi/q} \int_0^{\pi/q} V_m^2 \cos^2 \theta d\theta}$$

$$= V_m \sqrt{\frac{q}{2\pi} \left(\frac{\pi}{q} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{q} \right)}$$

Em cada diodo: corrente máxima: $I_m = V_m/R$

Corrente eficaz na carga: $I_S = V_{O(rms)}/R$

Circuitos e retificadores com diodos

Retificador trifásico (q=3) em ponte – Carga R

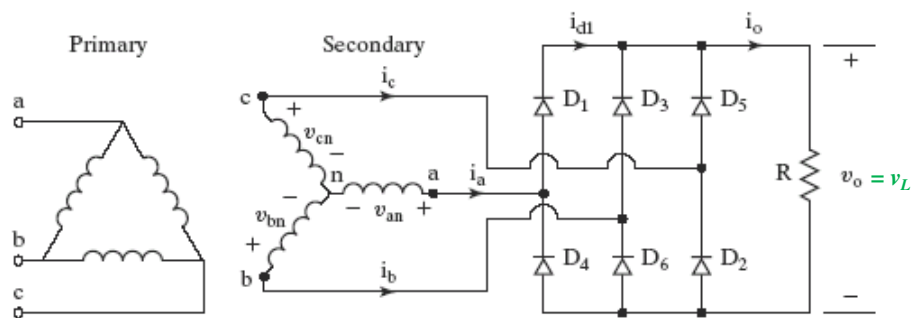


Fig. 3.25

topologia ponte

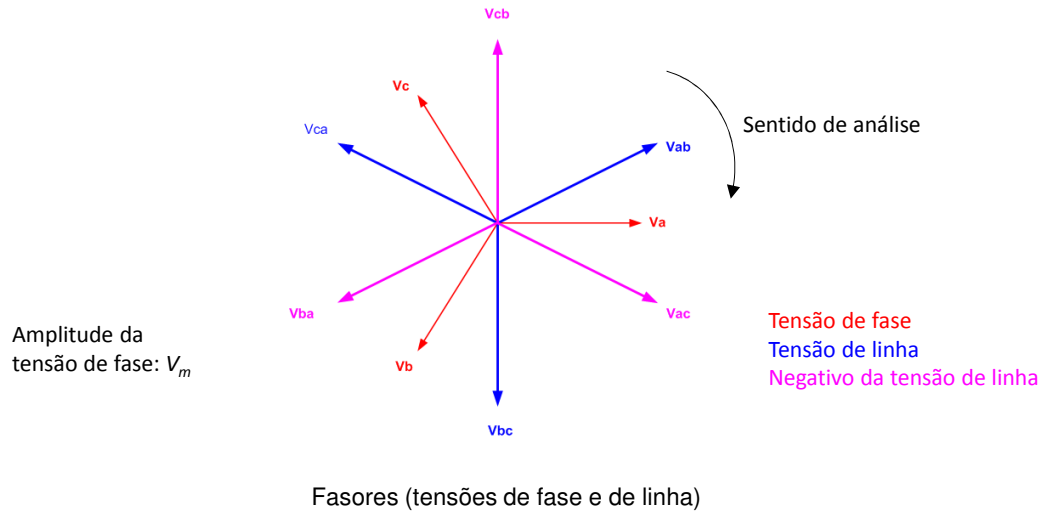
→ Serão gerados seis pulsações em cada ciclo da rede

→ Sequência de condução dos diodos: 1 e 2, 2 e 3, 3 e 4, 4 e 5, 5 e 6, 6 e 1, 1 e 2,

→ Lembrando que: tensão de linha (fase-fase) = $\sqrt{3}V_{fase}$

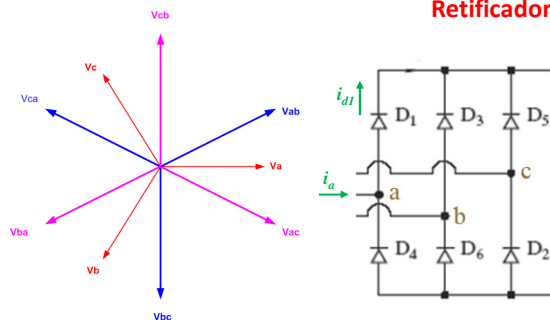
Circuitos e retificadores com diodos

Retificador trifásico em ponte – Carga R



Circuitos e retificadores com diodos

Retificador trifásico em ponte

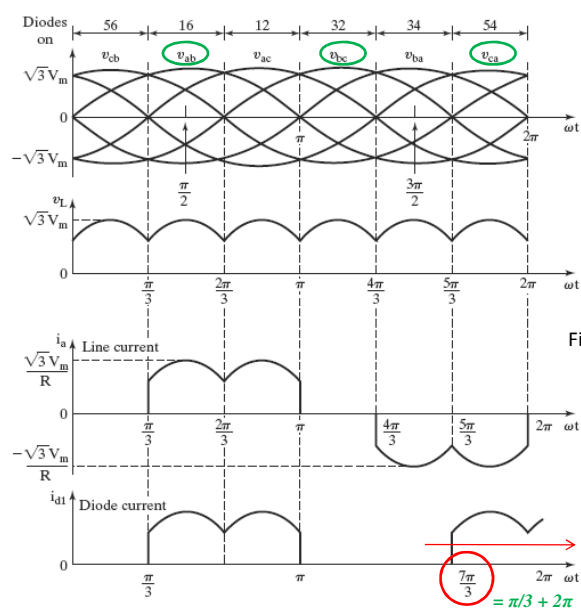


$$V_{o(dc)} = \frac{2}{2\pi/6} \int_0^{\pi/6} \sqrt{3} V_m \cos \theta d\theta$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{\pi} V_m = 1.654 V_m$$

$$V_{o(rms)} = \sqrt{\frac{2}{2\pi/q} \int_0^{\pi/q} 3V_m^2 \cos^2 \theta d\theta}$$

$$= V_m \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{4\pi}} = 1.6554 V_m \quad (q=6)$$



Circuitos e retificadores com diodos

Retificador trifásico em ponte

Na carga:

$$I_m = \sqrt{3}V_m / R$$

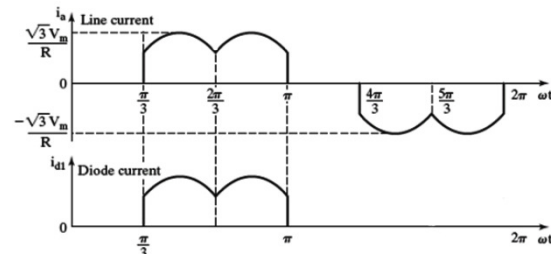
No diodo a corrente eficaz vale:

$$I_r = \left[\frac{4}{2\pi} \int_0^{\pi/6} I_m^2 \cos^2(\omega t) d(\omega t) \right]^{1/2} =$$

$$= I_m \left[\frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{6}\right) \right) \right]^{1/2} = 0,5518 I_m$$

No secundário do transformador:

$$I_s = \left[\frac{8}{2\pi} \int_0^{\pi/6} I_m^2 \cos^2(\omega t) d(\omega t) \right]^{1/2} = I_m \left[\frac{2}{\pi} \left(\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{6}\right) \right) \right]^{1/2} = 0,7804 I_m$$



PIV: peak inverse voltage

$$PIV = \sqrt{3}V_m$$

Verificar isso!



Circuitos e retificadores com diodos

Retificador trifásico em ponte – Carga RL

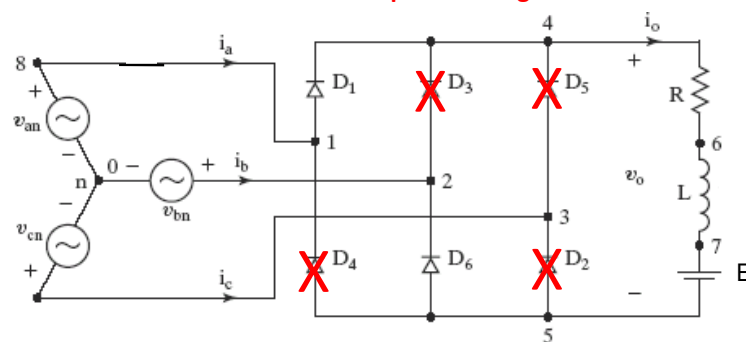


Fig. 3.27

(V_{ab} → tensão eficaz de linha)

$$v_{ab} = \sqrt{2}V_{ab} \sin \omega t \quad \text{for } \frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$L \frac{di_o}{dt} + Ri_o + E = \sqrt{2}V_{ab} \sin \omega t \quad \text{for } i_o \geq 0$$



Circuitos e retificadores com diodos

Retificador trifásico em ponte – Carga RL

$$L \frac{di_o}{dt} + Ri_o + E = \sqrt{2}V_{ab} \sin \omega t \quad \text{for } i_o \geq 0$$

$$i_o = \frac{\sqrt{2}V_{ab}}{|Z|} \sin(\omega t - \theta) + A_1 e^{-(R/L)t} - \frac{E}{R}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \theta = \tan^{-1}(\omega L / R)$$

- Caso 1: condução contínua ($i_o(t) > 0$)
- Caso 2: condução descontínua ($i_o(t)$ também assume valor nulo)

Obs. As análises são semelhantes às feitas para o **retificador monofásico** com carga RL



Circuitos e retificadores com diodos

Projetos de circuitos retificadores

Valores nominais dos diodos no projeto dos retificadores:

- *Corrente média*
- *Corrente eficaz*
- *Corrente máxima*
- *Tensão de pico inversa (PIV)*



Circuitos e retificadores com diodos

Projetos de circuitos retificadores

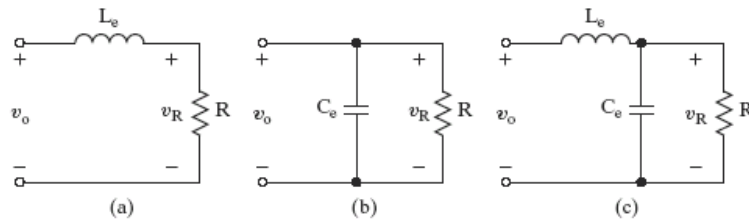
Filtro CC (passa-baixas $\rightarrow$ L, C e LC) :

Fig. 3.29

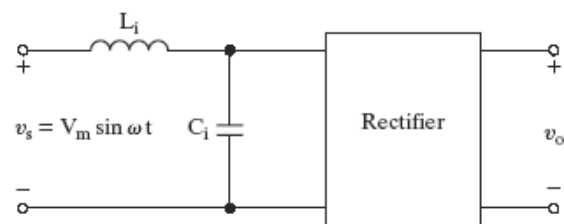
Filtro CA (na entrada do retificador) $\rightarrow$ LC : A corrente contém harmônicas

Fig. 3.30

Circuitos e retificadores com diodos

Projetos de circuitos retificadores – Ex. 3.17

- Retificador trifásico em ponte
- Carga altamente indutiva
- $I_{medio} = 60A$ (na carga)
- Ondulação desprezível
- Alimentação com conexão estrela
- Tensão de fase de $120V_{rms}$ a 60Hz
- Especificações dos diodos?

Corrente máxima: $I_{dMax} = 60A$
 Corrente média: $I_d = 60/3 = 20A$
 PIV = $V_m\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot 120 = 294V$
 Corrente eficaz:

$$I_r = \left[\frac{1}{2\pi} \int_{\pi/3}^{\pi} I_{medio}^2 d(\omega t) \right]^{1/2} = \frac{I_{medio}}{\sqrt{3}} = 34,64A$$

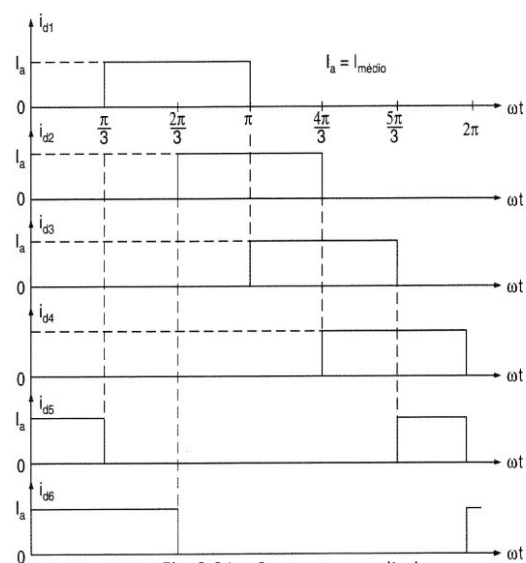
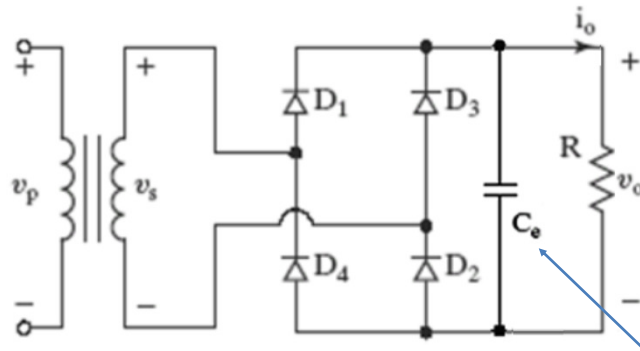


Fig. 3.31 – Correntes nos diodos

Circuitos e retificadores com diodos

Projetos de circuitos retificadores – Ex. 3.20



Secundário: $120V_{\text{RMS}}$ a 60Hz
 $R = 500\Omega$

- (a) Determinar C_e tal que o fator de ondulação seja menor que 5%
 (b) Com o valor de C_e , calcular a tensão média na carga.



Circuitos e retificadores com diodos

Projetos de circuitos retificadores – Ex. 3.20

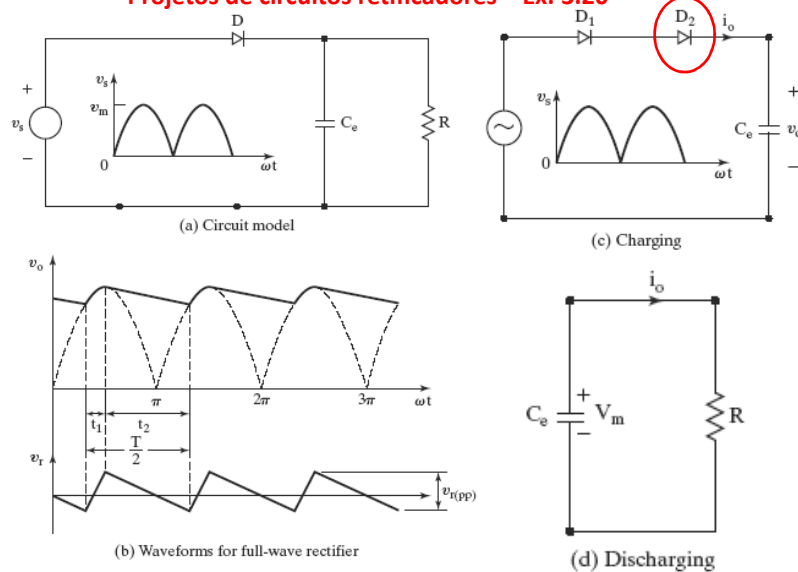
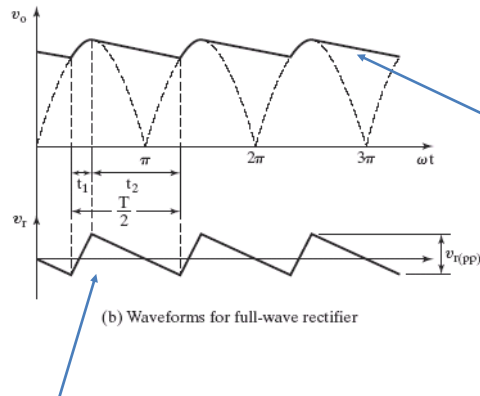


Fig. 3.33



Circuitos e retificadores com diodos

Projetos de circuitos retificadores – Ex. 3.20



Queda exponencial

Se $|v_S(t)| > v_C(t) \rightarrow (D_1 \text{ e } D_2 \text{ ou } D_3 \text{ e } D_4 \text{ conduzem}) \rightarrow$
Capacitor é carregado

Se $|v_S(t)| < v_C(t) \rightarrow (D_1 \text{ e } D_2 \text{ e } D_3 \text{ e } D_4 \text{ cortam}) \rightarrow$ Capacitor
se descarrega sobre R

$$V_{Cmin} \leq v_C(t) \leq V_{Cmax}$$

$t_1 \rightarrow$ tempo de carga

$t_2 \rightarrow$ tempo de descarga

Aproximação: onda triangular (dente de serra)



Circuitos e retificadores com diodos

Projetos de circuitos retificadores – Ex. 3.20

Na descarga, se $v_C(0) = V_m$

$$v_o(t) = V_m e^{-t/RC_e}$$

$$i_o(t) = \frac{V_m}{R} e^{-t/RC_e}$$

$$V_{r(pp)} = V_m - V_m e^{-t_2/RC_e} = V_m (1 - e^{-t_2/RC_e})$$

Por Taylor $e^{-x} \approx 1 - x$ p/ x pequeno

$$e^{-t_2/RC_e} \approx 1 - t_2/RC_e \quad \text{p/ } t_2 \ll RC_e$$

$$V_{r(pp)} = \frac{V_m t_2}{RC_e}$$

$$\text{Com } t_2 \gg t_1 \rightarrow t_2 \approx T/2 = 1/2f$$

$$V_{r(pp)} = \frac{V_m}{2fRC_e} \Rightarrow V_{médio} = V_m - \frac{V_{r(pp)}}{2} = V_m - \frac{V_m}{4fRC_e}$$

$$V_{ca} \approx \frac{V_{r(pp)}}{2} = \frac{V_m}{4fRC_e} \quad \text{Aproximação}$$

$$RF = \frac{V_{ca}}{V_{médio}} = \frac{1}{4fRC_e - 1}$$

$$\text{para } RF = 0,05 \Rightarrow C_e = 175 \mu F$$

$$\text{para } C_e = 175 \mu F$$

$$\Rightarrow V_{médio} = 120\sqrt{2} - \frac{120\sqrt{2}}{4.60.500.175\mu} = 153,54V$$



Circuitos e retificadores com diodos

Tensão de saída com filtro LC

- L_e do lado da fonte (transformador) : filtro CA
- C_e muito grande (V_e aprox. constante) = $V_{\text{médio}} = V_{dc}$
- Diodo conduz para $v_s > V_{\text{médio}}$ ($\alpha \leq \omega t \leq \beta$)
- Assumir $(\pi + \alpha) > \beta$

$$V_{\text{médio}} = V_m \sin \alpha \Rightarrow \alpha = \sin^{-1} \left(\frac{V_{\text{médio}}}{V_m} \right) = \sin^{-1} x$$

$$x = \left(\frac{V_{\text{médio}}}{V_m} \right) \text{ e } \alpha > 0$$

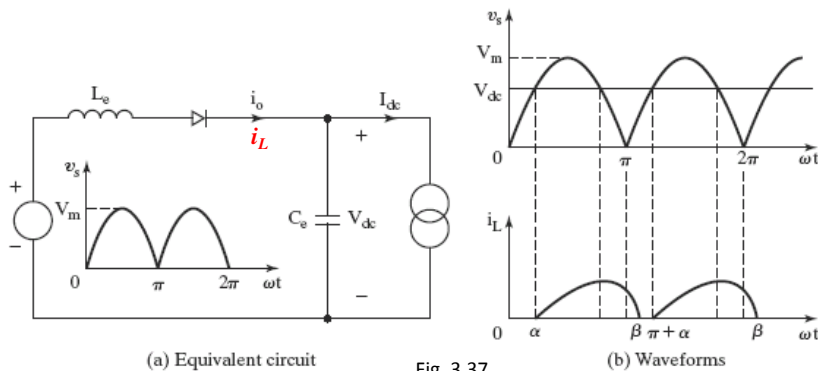


Fig. 3.37

Circuitos e retificadores com diodos

Tensão de saída com filtro LC

No indutor:

$$L_e \frac{di_L}{dt} = V_m \sin(\omega t) - V_{\text{médio}}$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L_e} \int_{\lambda=\alpha/\omega}^t (V_m \sin(\omega \lambda) - V_{\text{médio}}) d\lambda =$$

$$= \frac{V_m}{L_e \omega} (\cos \alpha - \cos(\omega t)) - \frac{V_{\text{médio}}}{L_e \omega} (\omega t - \alpha) \quad \text{p/} \omega t \geq \alpha$$

$$\text{em } t = \beta / \omega, i_L = 0 \Rightarrow 0 = (\cos \alpha - \cos \beta) - x(\beta - \alpha)$$

$$\Rightarrow \cos \beta + x\beta = \cos \alpha + x\alpha$$

$\beta \rightarrow$ calculado numericamente (de forma iterativa)

Circuitos e retificadores com diodos

Tensão de saída com filtro LC

Como:

$$i_L(t) = \frac{V_m}{L_e \omega} (\cos \alpha - \cos(\omega t)) - \frac{V_{\text{médio}}}{L_e \omega} (\omega t - \alpha)$$

Para $V_{\text{médio}} = 0$, tem-se corrente máxima através do retificador (diodos)

$$I_{\text{PICO}} = \frac{V_m}{L_e \omega} \quad \text{De onde se obtem } L_e$$

Correntes normalizadas no retificador (diodos):

$$\frac{I_{\text{médio}}}{I_{\text{PICO}}} = \frac{\omega L_e I_{\text{médio}}}{V_m} = \frac{2}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\omega L_e}{V_m} i_L(\omega t) d(\omega t)$$

$$\frac{I_{\text{RMS}}}{I_{\text{PICO}}} = \frac{\omega L_e I_{\text{RMS}}}{V_m} = \left[\frac{2}{2\pi} \int_{\alpha}^{\beta} \left(\frac{\omega L_e}{V_m} i_L(\omega t) \right)^2 d(\omega t) \right]^{1/2}$$

Dependende apenas de x

Sequência de análise:

Dado $V_{\text{médio}} \rightarrow x = V_{\text{médio}}/V_m \rightarrow \alpha \text{ e } \beta \rightarrow$
 $\rightarrow i_L(t) \rightarrow I_{\text{Lmáx}} \rightarrow L_e$

