Sinais e Sistemas
Organizada por: Prof. João Luiz Azevedo de Carvalho, Ph.D.
Seções 1.1 a 1.5

1) Considere o seguinte sinal:

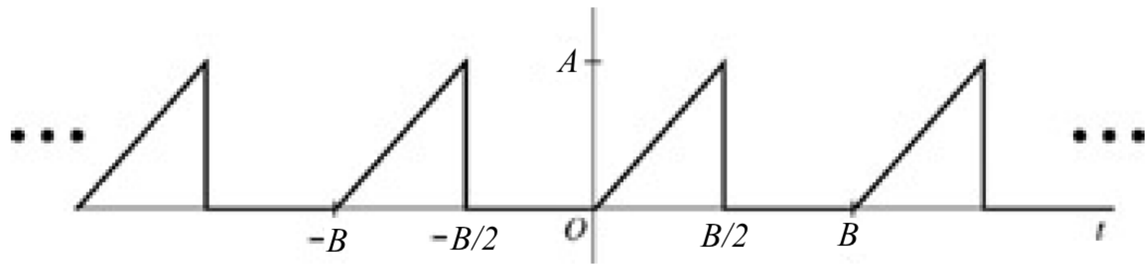
$$x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t < 4 \\ -1, & 4 \le t < 6 \\ 0, & t < 0 \text{ ou } t \ge 6 \end{cases}$$

a) Esboce o sinal $x(t)$.
b) Esboce o sinal $x_1(t) = -x(t)$.
c) Esboce o sinal $x_2(t) = x(-t)$.
d) Esboce o sinal $x_3(t) = x(t-6)$.
e) Esboce o sinal $x_4(t) = 2x(t)$.
f) Esboce o sinal $x_5(t) = x(2t)$.
g) Esboce o sinal $x_6(t) = x(-2t-6)$.

2) Vamos analisar o efeito das operações acima na energia do sinal.

a) Calcule a energia do sinal $x(t)$.
b) Calcule a energia do sinal $x_1(t)$. Qual é o efeito da reflexão de amplitude na energia do sinal?
c) Calcule a energia do sinal $x_2(t)$. Qual é o efeito da reflexão temporal na energia do sinal?
d) Calcule a energia do sinal $x_3(t)$. Qual é o efeito do deslocamento temporal na energia do sinal?
e) Calcule a energia do sinal $x_4(t)$. Qual é o efeito do escalamento de amplitude na energia do sinal?
f) Calcule a energia do sinal $x_5(t)$. Qual é o efeito do escalamento temporal na energia do sinal?

3) Determine a energia, potência e valor eficaz (valor rms) do sinal abaixo. Dica: note que se trata de um sinal periódico.



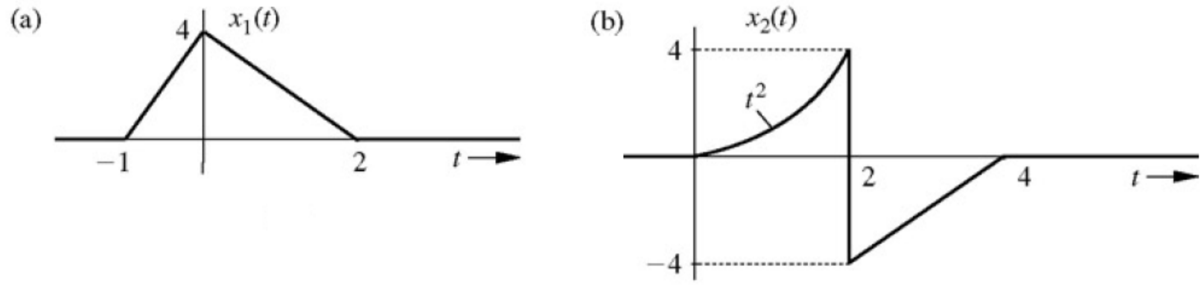
4) Esboce os seguintes sinais:

a) $x_1(t) = u(t-5) - u(t-7)$

b) $x_2(t) = t^2[u(t-1) - u(t-2)]$

c) $x_3(t) = (t-4)[u(t-2) - u(t-4)]$

5) Expresse cada um dos sinais abaixo por uma única expressão para todo o t.



(c) a derivada do sinal $x(t)$ da questão 1.

6) Simplifique as seguintes expressões:

a) $x_1(t) = \left(\frac{\operatorname{sen} t}{t^2+2}\right) \delta(t)$

b) $x_2(t) = [e^{-t} \cos(3t - 60°)]\delta(t)$

c) $x_3(t) = \left\{\frac{\operatorname{sen}\left[\frac{\pi}{2}(t-2)\right]}{t^2+4}\right\} \delta(1-t)$

7) Calcule as seguintes integrais

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t+3) e^{-t} dt$

c) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(2t-3) \operatorname{sen}(\pi t)\, dt$

8) Uma senoide $e^{\sigma t} \cos \omega t$ pode ser expressa como uma soma das exponenciais e^{st} e $e^{s^* t}$ (conforme mostrado na equação 1.30c), com frequências complexas $s = \sigma + j\omega$ e $s^* = \sigma - j\omega$. Localize no plano complexo (eixo real σ e eixo imaginário $j\omega$) as frequências das seguintes senoides (indique as frequências com um '×' no plano complexo):
   a) $\cos 3t$
   b) $e^{-3t} \cos 3t$
   c) $e^{2t} \cos 3t$
   d) e^{-2t}
   e) e^{2t}
   f) 5

9) Determine e esboce as componentes pares e ímpares de:
   a) $u(t)$
   b) $tu(t)$
   c) $\operatorname{sen}(\omega_0 t)\, u(t)$
   d) $\cos(\omega_0 t)\, u(t)$

Sinais e Sistemas
Organizada por: Prof. João Luiz Azevedo de Carvalho, Ph.D.
Seções 1.6 a 2.3

10) Um trenó é empurrado em uma superfície sem atrito. Trataremos a força *f*(*t*) que empurra o trenó como sendo a entrada de um sistema , e a velocidade *v*(*t*) do trenó como sendo a saída do sistema. O sistema é linear e a relação entre entrada e saída pode ser descrita pela seguinte equação:

$$v(t) = \frac{1}{m}\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau = v(0) + \frac{1}{m}\int_{0}^{t} f(\tau)d\tau.$$

A massa *m* do trenó é de 100 kg. Encontre expressões para:

a) a resposta à entrada nula, considerando que a velocidade no instante inicial *t* = 0 é de 1 m/s;
b) a resposta em estado nulo, considerando que *f*(*t*) = 500 $e^{-t}u(t)$ N.
c) a resposta total, considerando a mesma velocidade inicial e a mesma força aplicada.

11) Determine se cada um dos sistemas a seguir é:

a. linear ou não linear;
b. invariante no tempo ou variante no tempo;
c. instantâneo (sem memória) ou dinâmico (com memória);
d. causal ou não causal.

a) $y(t) = x(t-2) + x(2-t)$

b) $y(t) = \cos\big(3x(t)\big)$

c) $y(t) = \cos(3t)\, x(t)$

d) $y(t) = x(t/3)$

12) Determine se cada um dos sistemas a seguir é BIBO estável ou BIBO instável:

a) $y(t) = x(t-2) + x(2-t)$
b) $y(t) = t^{-5}x(t-5)$
c) $y(t) = \cos(3t)\, x(t)$
d) $y(t) = \frac{d}{dt}x(t/3)$
e) $y(t) = \int_0^t x(\tau/3)d\tau$

13) Determine se cada um dos sistemas a seguir é invertível ou não invertível. Se for invertível, determine o sistema inverso correspondente.

a) $y(t) = x(t-4)$

b) $y(t) = \cos\big(x(t)\big)$

c) $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$

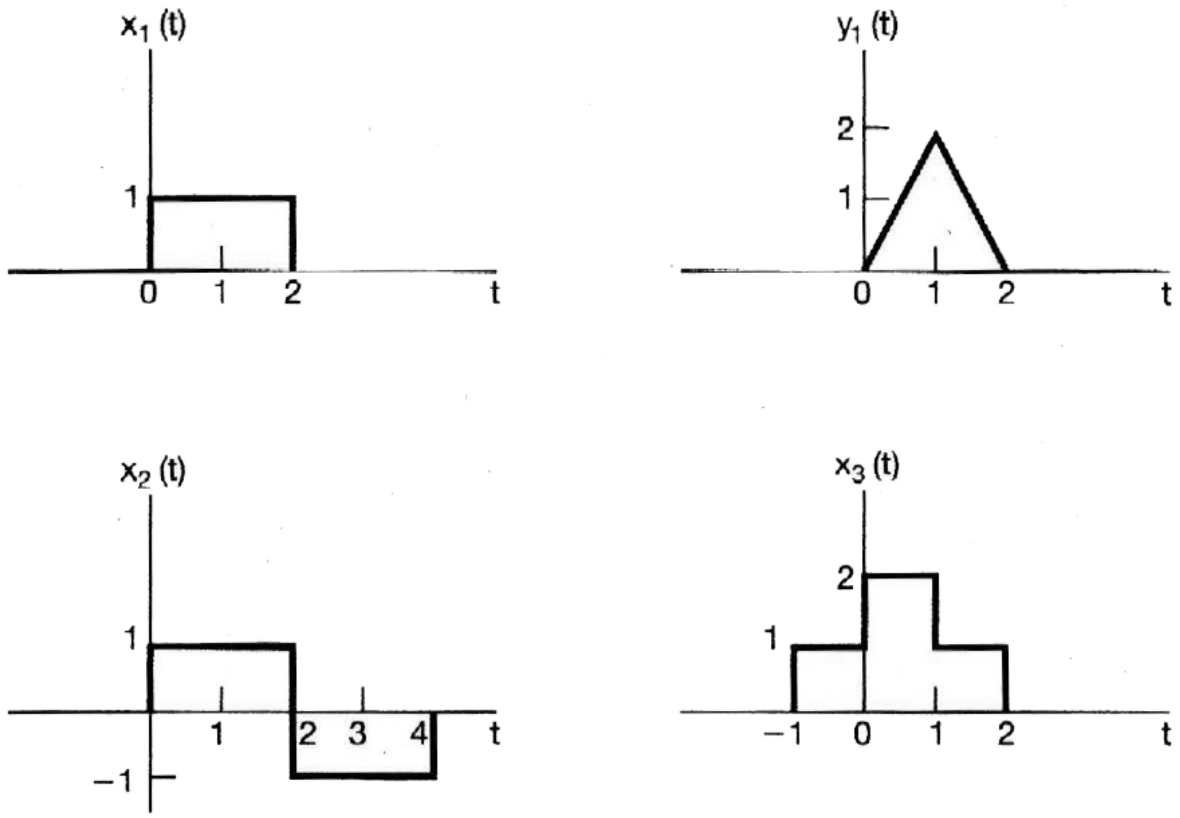
d) $y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$

14) Neste exercício, exemplificamos uma das consequências mais importantes das propriedades de linearidade e invariância no tempo dos sistemas. Especificamente, depois de conhecermos a resposta de um sistema linear invariante no tempo (SLIT) a uma entrada ou a um conjunto de entradas, podemos calcular diretamente as respostas para várias outras possíveis entradas. Muito do restante da disciplina trata da exploração deste fato para desenvolver resultados e técnicas para a análise e síntese de SLITs.

a) Considere um SLIT cuja resposta ao sinal $x_1(t)$ da figura abaixo seja o sinal $y_1(t)$, também na figura abaixo. Escreva uma expressão que relaciona o sinal $x_2(t)$ da figura abaixo ao sinal $x_1(t)$. Em seguida, usando as propriedades de linearidade e invariância no tempo, esboce a resposta do sistema ao sinal $x_2(t)$.

b) Repita esse procedimento para esboçar a resposta do sistema ao sinal $x_3(t)$, também mostrado abaixo.

Dica: $x_2(t)$ e $x_3(t)$ podem ser escritos como $k_1x_1(t-t_1) + k_2x_2(t-t_2)$, em que k_1, k_2, t_1 e t_2 são escalares.



15) Na seção 2.1, vimos que sistemas lineares diferenciais são aqueles em que a relação entre entrada e saída é descrita por uma equação diferencial. Vimos também que a equação diferencial do sistema pode ser escrita na forma compacta $Q(D)y(t) = P(D)x(t)$, em que *D* denota o operador "diferenciador ideal". Para cada um dos sitemas lineares diferenciais a seguir, encontre os polinômios *Q*(*D*) e *P*(*D*).

a) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 6\frac{d}{dt}y(t) + 8y(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t) + 4\frac{d}{dt}x(t) + 3x(t)$

b) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 3\frac{d}{dt}y(t) = 2\frac{d}{dt}x(t) + 8x(t)$

c) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 6\frac{d}{dt}y(t) + 9y(t) = 4\frac{d}{dt}x(t) + 8x(t)$

d) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 4\frac{d}{dt}y(t) + 13y(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t) + 3\frac{d}{dt}x(t) + 2x(t)$

Suponha agora que os sistemas acima são controláveis e observáveis e, portanto, que as equações diferenciais acima equivalem a descrições internas desses sistemas. Assim, encontre as raízes características dos sistemas acima e então determine quais dos sinais a seguir poderia representar a resposta à entrada nula de cada sistema. Justifique sua resposta. Determine então os valores de λ_1, λ_2, λ_3, λ_4, λ_5, α e β.

i) $y_0(t) = c_0 + c_1e^{\lambda_1 t},\ t \geq 0$

ii) $y_0(t) = c_2e^{\lambda_2 t} + c_3te^{\lambda_3 t},\ t \geq 0$

iii) $y_0(t) = c_4e^{\lambda_4 t} + c_5e^{\lambda_5 t},\ t \geq 0$

iv) $y_0(t) = c_6e^{\alpha t}\cos(\beta t + \theta),\ t \geq 0$

16) Considere os seguintes sistemas lineares diferenciais:

a) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 8\frac{d}{dt}y(t) + 16y(t) = 3\frac{d}{dt}x(t) + 9x(t)$

b) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 2\frac{d}{dt}y(t) = \frac{d}{dt}x(t) + 4x(t)$

c) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 4\frac{d}{dt}y(t) + 3y(t) = 2\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 12\frac{d}{dt}x(t) + 16x(t)$

d) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 6\frac{d}{dt}y(t) + 25y(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t) + 6\frac{d}{dt}x(t) + 5x(t)$

Determine quais dos sinais a seguir poderia representar a resposta ao impulso de cada um desses sistemas. Justifique sua resposta. Determine então os valores de A_1, A_2, A_3, A_4, λ_1, λ_2, λ_3, λ_4, λ_5, α e β.

i) $h(t) = A_1\delta(t) + c_0u(t) + c_1e^{\lambda_1 t}u(t)$

ii) $h(t) = A_2\delta(t) + c_2e^{\lambda_2 t}u(t) + c_3te^{\lambda_3 t}u(t)$

iii) $h(t) = A_3\delta(t) + c_4e^{\lambda_4 t}u(t) + c_5e^{\lambda_5 t}u(t)$

iv) $h(t) = A_4\delta(t) + c_6e^{\alpha t}\cos(\beta t + \theta)\,u(t)$